

## AJUSTE DEL INGRESO EN MÉXICO CON UN ENFOQUE BAYESIANO \*

Fredy Yair Montes Rivera  
Paulino Pérez Rodríguez  
Sergio Pérez Elizalde

*Colegio de Postgraduados*

*Resumen:* Se proponen tres distribuciones (Pareto, Lognormal y Dagum) para modelar el ingreso de la población mexicana con el enfoque bayesiano. Se encontró que la distribución Dagum es la que mejor describe los datos. Las distribuciones posteriores de las cantidades de interés fueron obtenidas por medio de Cadenas de Markov Monte Carlo. El análisis fue hecho con datos de los años 1998, 2002 y 2008. Los resultados muestran que la asignación del ingreso continua siendo muy inequitativa, contrario a lo reportado por el Centro de Estudios de las Finanzas Públicas de la H. Cámara de Diputados.

*Abstract:* In this work, three distributions are proposed (Pareto, Lognormal and Dagum) to model the income of Mexican population, by using the Bayesian approach. It was found that the Dagum model was the one that best describes the data. The posterior distributions of the quantities of interest were obtained by using Markov Chain Monte Carlo methods. The analysis was done by using data from the years 1998, 2002 and 2008. The results shown that the distribution income is quite unequal, which is not in agreement with the results reported by *Centro de Estudios de las Finanzas Públicas, H. Cámara de Diputados*.

*Clasificación JEL/JEL Classification:* C02, C11, C12, C13, C15

*Palabras clave/keywords:* distribuciones Pareto, Lognormal, Dagum, algoritmo "t-walk", coeficiente de Gini; curva de Lorenz; Pareto, Lognormal, Dagum distributions; algorithm; Gini's coefficient; Lorenz's curve.

*Fecha de recepción:* 17 I 2012

*Fecha de aceptación:* 13 VII 2012

---

\* montes.fredy@colpos.mx, perpdgo@colpos.mx, sergiop@colpos.mx

*Estudios Económicos*, vol. 27, núm. 2, julio-diciembre 2012, páginas 273-293

## 1. Introducción

Uno de los principales temas en el análisis económico es la distribución del ingreso, dado que es un indicador del dinamismo y de la eficiencia de un sistema económico para asignar la producción entre los individuos. La desigualdad en la distribución del ingreso es uno de los factores que más limitan el desarrollo social y económico; el principio básico es que una sociedad menos igualitaria limita las posibilidades de los individuos para desarrollarse y generar valor. En el agregado, cuando unos pocos concentran una gran proporción del ingreso el consumo de la mayoría es escaso y, por ello, la demanda de bienes de mayor valor agregado, por parte del grueso de la población, es limitada; ya que la mayor proporción del ingreso disponible se destina al consumo corriente o de subsistencia. En consecuencia, el ahorro, la inversión y la producción de bienes duraderos son mínimos a partir de lo cual se restringe la capacidad de desarrollo económico nacional (CEFP, 2008).

En este artículo se analiza el ingreso de la población mexicana con el objetivo de encontrar un instrumento estadísticamente significativo que permita medir el grado de desigualdad que presenta en términos de distribución de la riqueza. Además, de comprobar si tal desigualdad ha cambiado en un periodo de diez años, con lo cual se pretende mostrar que, a pesar de que ha aumentado el gasto público y, por lo tanto, el producto interno bruto, la asignación de estos recursos provenientes del erario público no se ha dado de manera eficiente, en términos de mitigar la pobreza y beneficiar a los que menos ingresos tienen.

El instrumento seleccionado para el análisis es el coeficiente de Gini, el cual se calculó de manera paramétrica, y se asigna una distribución de probabilidades (Pareto, Lognormal y Dagum) a los datos de ingreso. El proceso de inferencia se realizó con técnicas de estadística bayesiana, misma que hasta hace unas décadas era bastante complicada, incluso en algunos casos imposible, por lo que no era muy socorrida por la comunidad científica a pesar de las ventajas que presenta. La manera más común de realizar estimación bayesiana era proponiendo distribuciones conjugadas, las cuales permiten su manejo matemático al realizar el procedimiento para encontrar los estimadores deseados, aunque en algunas situaciones estas distribuciones no se justifiquen desde un punto de vista teórico, es decir, que no tienen relación alguna con el parámetro a estimar.

A finales del siglo pasado el desarrollo de la tecnología informática creció de manera exponencial, dando así la pauta para la creación de nuevos programas y algoritmos de muestreo que permiten

resolver de manera más rápida y eficiente el problema de la estimación bayesiana, el cual, regularmente, se complica al tratar de reconocer el núcleo de las distribuciones marginales posteriores. Dentro de estos algoritmos que funcionan a través del método Monte Carlo vía Cadenas de Markov (MCMC) se encuentran: muestreador de Gibbs explicado en Casella y George (1992), algoritmo Metropolis-Hastings propuesto por Metropolis *et al.* (1953), aceptación y rechazo adaptativo publicado por Gilks y Wild (1992) y “t-walk” propuesto por Christen y Fox (2010), entre otros.

De acuerdo con la naturaleza del problema a resolver se selecciona el algoritmo a utilizar. Existen casos en los que se pueda aplicar más de un algoritmo, la selección del método dependerá de los diferentes criterios del investigador. Una vez estimados los parámetros de las distribuciones de interés se procedió a calcular el coeficiente de Gini.

## 2. Metodología

### 2.1. Estimadores bayesianos para la distribución Pareto

La distribución Pareto (1895) ha tenido un auge durante las últimas dos décadas debido a la utilidad para modelar riqueza e ingreso, análogamente con la curva de Lorenz son el pilar de las distribuciones estadísticas de ingreso.

Sean  $X_1, X_2, \dots, X_n$  variables aleatorias independientes e idénticamente distribuidas con función de distribución Pareto, con parámetro de forma  $\alpha$  y parámetro de precisión (el inverso del parámetro de escala)  $\tau$ , con función de densidad dada por:

$$f_{X_i}(x_i; \alpha, \tau) = \tau \alpha (\tau x_i)^{-(\alpha+1)} I(\tau x_i > 1) \quad i = 1, \dots, n \quad (1)$$

De (1) la función de verosimilitud puede ser escrita de la siguiente manera:

$$L_{\mathbf{X}}(\mathbf{x}; \alpha, \tau) = \exp \left[ n \log \alpha - n \alpha \log \tau - \left( \sum_{i=1}^n \log x_i \right) (\alpha + 1) \right] \\ I(\tau x_{1:n} > 1)$$

Arnold, Castillo y Sarabia (1998) propusieron una distribución *a priori* para  $\alpha$  y  $\tau$  dada por:

$$f(\alpha, \tau) = \exp [b \log \tau + m_{12} \log \alpha \log \tau] \\ \exp [a_1 \alpha + a_2 \log \alpha + m_{11} \alpha \log \tau] I(\tau c > 1)$$

Con lo anterior se puede llegar a que las densidades condicionales posteriores tienen distribución Pareto y Gamma.

La densidad condicional de  $(\alpha | \tau)$  tiene una distribución Gamma con parámetro de forma  $\gamma(\tau)$  y parámetro de escala  $\lambda(\tau)$ , i.e.:

$$f(\alpha | \tau) \propto \alpha^{\gamma(\tau)-1} e^{-\lambda(\tau)\alpha}$$

La densidad condicional de  $(\tau | \alpha)$  tiene una distribución Pareto con parámetro de forma  $\delta(\alpha)$  y parámetro de precisión  $\nu(\alpha)$ , i.e.

$$f(\tau | \alpha) \propto \nu(\alpha) \delta(\alpha) [\nu(\alpha)\tau]^{-(\delta(\alpha)+1)} I(\nu(\alpha)\tau > 1)$$

donde  $\delta(\alpha) = -(1 + b + m_{11}\alpha + m_{12} \log \alpha)$ ,  $\nu(\alpha) = c$ .

Los hiperparámetros de las distribuciones propuestas por Arnold, Castillo y Sarabia (1998) deben cumplir ciertas restricciones para que las distribuciones *a priori* sean propias, a saber,  $m_{12} > 0$ ;  $m_{11} < 0$ ;  $a_1 < m_{11} \log c$ ;  $a_2 > m_{12} \log c - 1$ ;  $c > 0$ ;  $-b + m_{12}(1 - \log(-m_{12}/m_{11})) > 0$ , para que los siguientes parámetros  $\gamma(\tau)$ ,  $\lambda(\tau)$ ,  $\nu(\alpha)$  de las densidades posteriores condicionales sean siempre positivos y  $\delta(\tau) > -1$ .

## 2.2. Estimadores bayesianos para la distribución lognormal

Supóngase que  $X_1, X_2, \dots, X_n$  son variables aleatorias independientes e idénticamente distribuidas, las cuales siguen una función de distribución lognormal, con parámetro de escala  $\mu$  y parámetro de forma  $\sigma$ , con función de densidad dada por:

$$f_{X_i}(x_i; \mu, \sigma) = \frac{1}{x_i \sqrt{2\pi\sigma^2}} \exp \left\{ -\frac{1}{2\sigma^2} (\log x_i - \mu)^2 \right\}, \quad (2)$$

$$x_i > 0, \quad i = 1, \dots, n$$

De (2) la función de verosimilitud puede ser escrita de la siguiente manera:

$$L_{\mathbf{X}}(\mathbf{x}; \mu, \sigma) = \prod_i^n \frac{1}{x_i \sqrt{2\pi\sigma^2}} \exp \left\{ -\frac{1}{2\sigma^2} \sum_i^n (\log x_i - \mu)^2 \right\}$$

Se consideran las siguientes distribuciones *a priori* no informativas, porque no se cuenta con información previa de los parámetros. La *a priori* no informativa de  $\pi(\mu) \propto 1$  y *a priori* de  $\pi(\sigma) \propto \frac{1}{\sigma}$ . Debido a que se supone independencia entre parámetros, su distribución *a priori* conjunta es el producto de ambas, y queda la siguiente expresión:

$$\pi(\mu, \sigma) \propto \frac{1}{\sigma}$$

Así, el producto de la distribución *a priori* conjunta y la verosimilitud proporcionan la distribución *a posteriori* conjunta, y queda:

$$\pi(\mu, \sigma | \mathbf{x}) \propto \left( \frac{1}{\sigma} \right)^{n+1} \left\{ \prod_i^n \frac{1}{x_i} \right\} \exp \left[ -\frac{1}{2\sigma^2} \sum_i^n (\log x_i - \mu)^2 \right]$$

Si usamos la ecuación anterior se obtienen las siguientes distribuciones condicionales posteriores de los parámetros.

$$\pi(\mu | \sigma, \mathbf{x}) \propto \exp \left[ -\frac{1}{2\sigma^2} \sum_i^n (\log x_i - \mu)^2 \right] \quad (3)$$

$$\pi(\sigma \mid \mu, \mathbf{x}) \propto \left(\frac{1}{\sigma}\right)^{n+1} \exp \left[ -\frac{1}{2\sigma^2} \sum_i^n (\log x_i - \mu)^2 \right] \quad (4)$$

De la ecuación (3) se puede demostrar que para  $\mu$  la función es log cóncava, por lo que se puede hacer uso del muestreo de aceptación y rechazo adaptativo (ARS, por sus siglas en inglés), propuesto por Gilks y Wild (1992), el cual permite obtener una muestra de esta distribución condicional posterior. Por otra parte, respecto a  $\sigma$  en la ecuación (4), Upadhyay, Vasishtha y Smith (2000) demostraron que  $\lambda = 1/\sigma$  tiene una distribución Gamma con parámetro de forma  $n/2$  y parámetro de escala  $2/\left[\sum_i^n \{\log(x_i) - \mu\}^2\right]$ . Con esto es posible instrumentar un algoritmo que permita obtener muestras de la distribución posterior.

### 2.3. Estimadores bayesianos para la distribución Dagum

Supóngase que  $X_1, X_2, \dots, X_n$  son variables aleatorias independientes e idénticamente distribuidas con función de distribución Dagum, con parámetros de forma  $b, p$  y parámetro de escala  $a$ , con función de densidad dada por:

$$f_{X_i}(x_i; a, b, p) = \frac{apx_i^{ap-1}}{b^{ap} [1 + (x_i/b)^a]^{p+1}}, x_i > 0, i = 1, \dots, n \quad (5)$$

De (5) la función de verosimilitud puede ser escrita de la siguiente manera:

$$L_{\mathbf{X}}(\mathbf{x}; a, b, p) = \frac{a^n p^n (\prod_{i=1}^n x_i)^{ap-1}}{b^{nap} [\prod_{i=1}^n (x_i^a + b^a)^{p+1} / b^{na(p+1)}]}$$

donde los parámetros  $a, b, p > 0$ .

Para este caso en particular, debido a que no existen estudios anteriores sobre el ajuste del ingreso en México con la distribución Dagum desde un enfoque bayesiano, se desconoce el comportamiento de los parámetros de esta distribución por lo que se optó por distribuciones *a priori* no informativas, así nuestras distribuciones *a priori* para los parámetros son:

La variable aleatoria  $a \sim \text{Gamma}(\beta_0, \alpha_0)$ , donde  $\beta_0, \alpha_0 = 0.001$

$$\pi(a) = \frac{\beta_0}{\Gamma(\alpha_0)} b^{-(\alpha_0+1)} e^{-\beta_0 a}; a > 0$$

La variable aleatoria  $b \sim \text{Gamma}(\beta_1, \alpha_1)$ , donde  $\beta_1, \alpha_1 = 0.001$

$$\pi(b) = \frac{\beta_1}{\Gamma(\alpha_1)} b^{-(\alpha_1+1)} e^{-\beta_1 b}; b > 0$$

La variable aleatoria  $p \sim \text{Gamma}(\beta_2, \alpha_2)$ , donde  $\beta_2, \alpha_2 = 0.001$

$$\pi(p) = \frac{\beta_2}{\Gamma(\alpha_2)} b^{-(\alpha_2+1)} e^{-\beta_2 p}; p > 0$$

Como se supone independencia entre las distribuciones *a priori*, la distribución *a priori* conjunta es el producto de las distribuciones *a priori* individuales,

$$\pi(a, b, p) = \pi(a) \times \pi(b) \times \pi(p)$$

La distribución posterior conjunta queda de la siguiente manera:

$$\pi(a, b, p | \mathbf{x}) \propto L_{\mathbf{X}}(\mathbf{x}; a, b, p) \times \pi(a, b, p)$$

$$\pi(a, b, p \mid \mathbf{x}) = \quad (6)$$

$$\frac{a^n \beta_0^{\alpha_0} \beta_1^{\alpha_1} \beta_2^{\alpha_2} p^{n-(\alpha_2+1)} e^{(-\beta_0 a) - (\beta_1 b) - (\beta_2 p)} \left( \prod_{i=1}^n x_i \right)^{ap-1} a^{-(\alpha_0+1)}}{b^{(anp)+(\alpha_1+1)} \left[ \prod_{i=1}^n (x_i^a + b^a)^{p+1} / b^{na(p+1)} \right] \Gamma(\alpha_0) \Gamma(\alpha_1) \Gamma(\alpha_2)}$$

Dado que en (6) no se reconoce el núcleo, para encontrar las distribuciones posteriores de cada parámetro se utiliza el algoritmo de muestreo “t-walk”, el cual fue desarrollado por Christen y Fox (2010) e instrumentado por el mismo autor en la biblioteca de funciones Rtwalk (2010) del paquete estadístico R.

### 3. Selección del modelo

En este artículo se trabajó únicamente con los datos proporcionados por el Instituto Nacional de Estadística, Geografía e Informática, INEGI (1998, 2002, 2008) y fueron procesados en el programa R. Para seleccionar el modelo se estimaron los parámetros de cada distribución de manera bayesiana; para la distribución Pareto se realizó mediante el uso del algoritmo del muestreador de *Gibbs*, mientras que en la distribución lognormal se utilizó el muestreador de *Gibbs* combinado con el uso del algoritmo de aceptación y rechazo adaptativo (*ARS*) de Gilks y Wild (1992), por último, para la distribución Dagum se utilizó el algoritmo “t-walk”. Ya obtenidos los estimadores de las diferentes distribuciones de interés se utilizaron para modelar los datos del ingreso de la población mexicana en los tres diferentes años de estudio, y la que mostró un mejor ajuste fue la distribución Dagum.

Además de lo antes expuesto era necesario el uso de otro criterio, por lo que se utilizó el criterio de Akaike (1974), dado por:

$$AIC = 2k - 2 \log(L)$$

donde  $k$  es el número de parámetros estimados en el modelo y  $\log(L)$  es el valor de la función de la log-verosimilitud evaluada en los parámetros estimados.

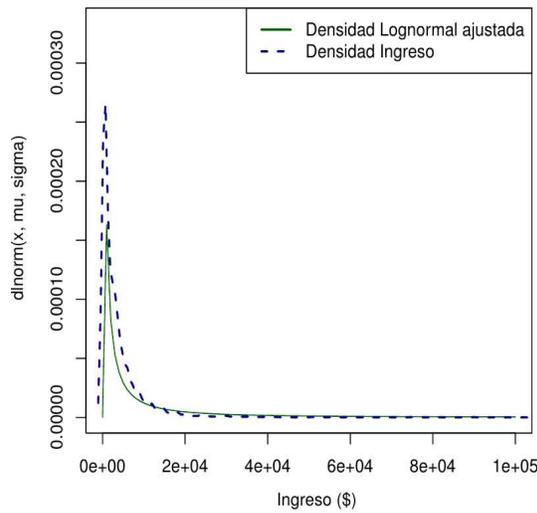
Como lo muestra el cuadro 1 las dos distribuciones que mejor modelan los datos del ingreso en México, con base en *AIC*, son el modelo Lognormal y el Dagum, ya que tienen un menor valor *AIC* para los tres periodos de estudio.

**Cuadro 1**  
*Criterios de Akaike*

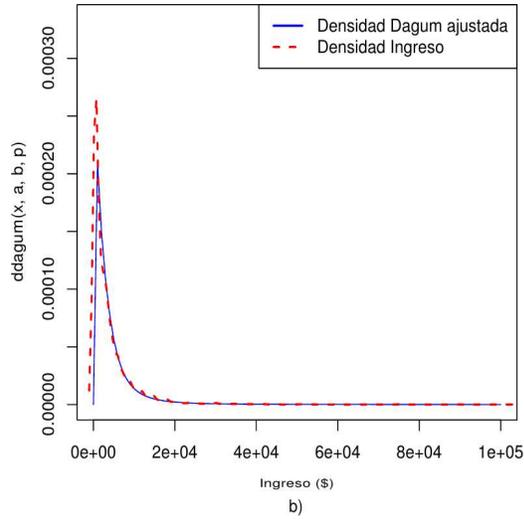
	1998	2002	2008
Dagum	580985.1	663504.1	675389
Lognormal	517802.2	593367.5	603921.2
Pareto	662455.5	735007.8	764398.4

Al comparar gráficamente estas dos distribuciones se nota que, para los tres años en cuestión, la distribución Dagum modela mejor los datos de ingreso, tal como se puede ver en las gráficas 1, 2 y 3.

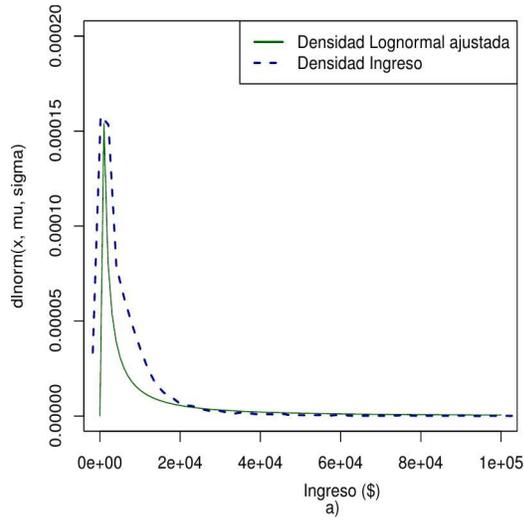
**Gráfica 1**  
*Comparación entre las funciones de densidad Lognormal y Dagum, con datos del ingreso de 1998*



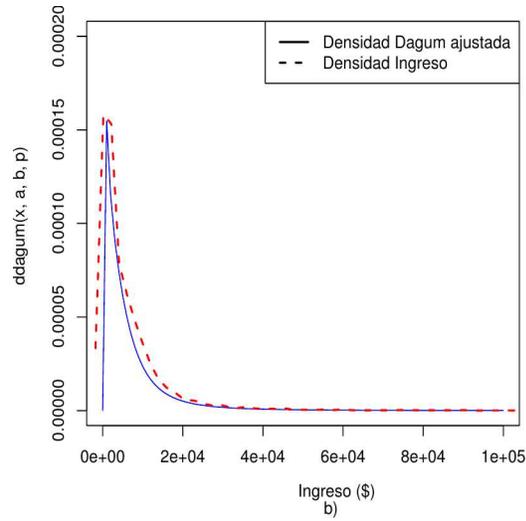
**Gráfica 1**  
(continuación)



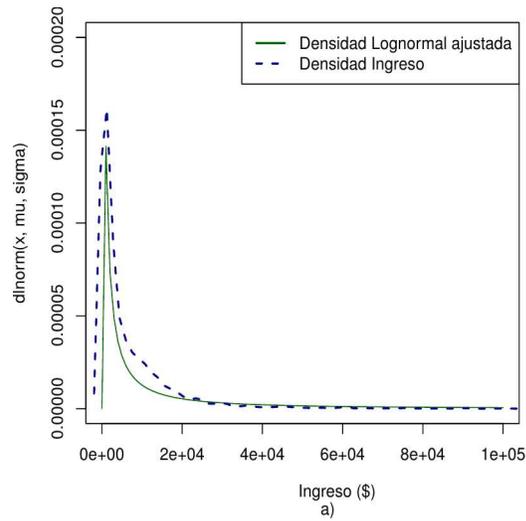
**Gráfica 2**  
*Comparación entre las funciones de densidad Lognormal y Dagum, con datos del ingreso de 2002*



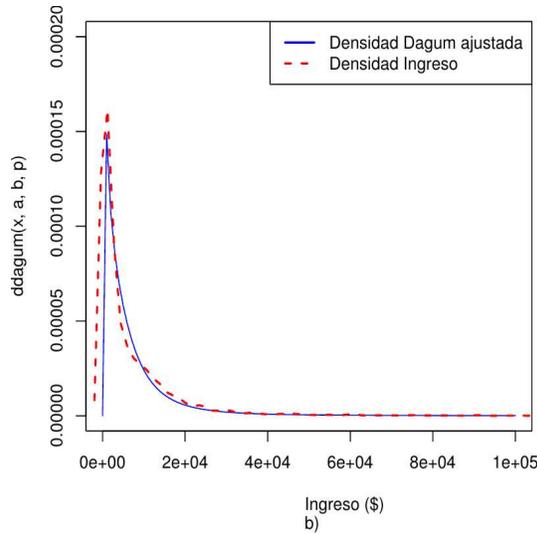
**Gráfica 2**  
(continuación)



**Gráfica 3**  
*Comparación entre las funciones de densidad Lognormal y Dagum, con datos del ingreso de 2008*



**Gráfica 3**  
(continuación)



Al contrastar la gráfica 2a con la 2b es visible la diferencia entre la distribución Lognormal y la Dagum, de donde es evidente que la distribución Dagum presenta un mejor ajuste, lo cual se mantiene para los otros dos años (1998 y 2008). Esto dio la pauta para que se optara por el modelo Dagum, ya que resultó tener un *AIC* menor que el de la distribución Pareto y gráficamente modela mejor el comportamiento de los datos en cuestión.

#### 4. Análisis del ingreso en México con la distribución Dagum

##### 4.1. Prueba de convergencia en la distribución Dagum

Una vez obtenida la muestra se obtienen los estimadores de la distribución Dagum con el algoritmo “t-walk”, para verificar que se tienen muestras de la distribución estacionaria se realiza la prueba de convergencia de Gelman y Rubin (1992). Los resultados se muestran en los cuadros 2, 3 y 4.

**Cuadro 2**  
*Prueba de convergencia de Gelman y Rubin*  
 para el año de corte 1998

<i>Parámetro</i>	<i>Estimador puntual</i>	<i>Cuantil 97.5%</i>
<i>a</i>	1.02	1.02
<i>b</i>	1.00	1.00
<i>p</i>	1.00	1.00
$\hat{R}$	1	

**Cuadro 3**  
*Prueba de convergencia de Gelman y Rubin*  
 para el año de corte 2002

<i>Parámetro</i>	<i>Estimador puntual</i>	<i>Cuantil 97.5%</i>
<i>a</i>	1.04	1.12
<i>b</i>	1.03	1.12
<i>p</i>	1.03	1.09
$\hat{R}$	1.03	

**Cuadro 4**  
*Prueba de convergencia de Gelman y Rubin*  
 para el año de corte 2008

<i>Parámetro</i>	<i>Estimador puntual</i>	<i>Cuantil 97.5%</i>
<i>a</i>	1.00	1.01
<i>b</i>	1.01	1.01
<i>p</i>	1.03	1.09
$\hat{R}$	1	

Las Cadenas de Markov partieron de diferentes puntos de inicio (valores aleatorios), por lo que cuando  $\hat{R}$  (estimador de reducción potencial de escala) es igual a 1, la varianza entre las dos cadenas propuestas no es más grande que la varianza dentro de cada cadena individual, con lo cual se declara convergencia.

Como lo muestran los cuadros 2, 3 y 4, las Cadenas de Markov han convergido, ya que la  $\hat{R}$  es igual a 1, lo que significa que están esencialmente sobrepuestas y provienen de la misma distribución. Por ello, son de utilidad para estimar los parámetros de la distribución Dagum. El estadístico que se usó en este caso fue la moda, debido a que se observa que el ajuste fue mejor para los tres años de estudio.

## 5. Resultados

### 5.1. *Ajuste de la distribución Dagum a los datos del ingreso para los años 1998, 2002 y 2008*

En las gráficas 1b, 2b y 3b se puede observar el ajuste de la distribución Dagum a los datos de ingresos de la población mexicana para los años de estudio. El ingreso está representado por la línea punteada mientras que la ajustada por estimación bayesiana es la línea continua, claramente se ve un buen ajuste, especialmente para los años 1998 y 2008.

En la gráfica 4 se presenta para los tres años la función de distribución ajustada con el modelo Dagum y la empírica para los datos de ingreso. Lo que proporciona una mejor pauta para proceder a realizar el análisis económico en dichos periodos, ya que se corrobora que la distribución Dagum explica de manera correcta el comportamiento de los datos del ingreso en México.

### 5.2. *Coefficiente de Gini y curva de Lorenz para la distribución Dagum*

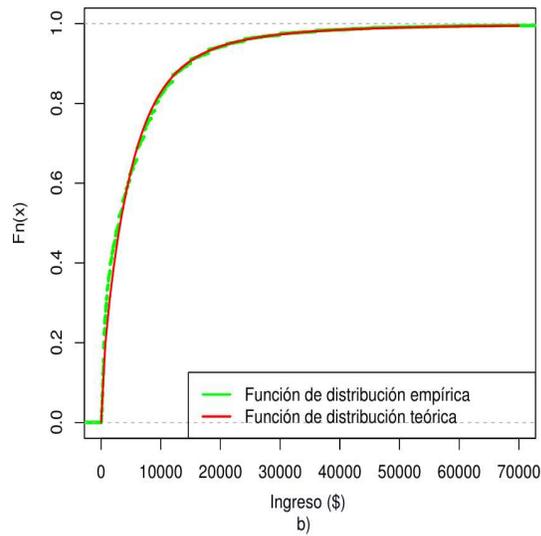
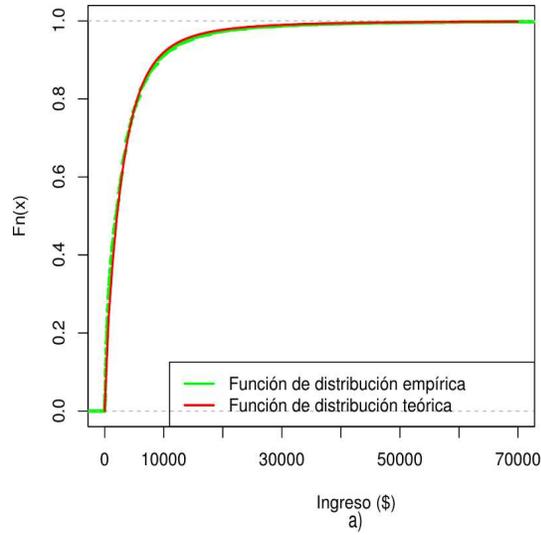
Para el cálculo del coeficiente de Gini se utiliza la ecuación propuesta por Dagum (1977), la cual está dada por:

$$G = \frac{\Gamma(p)\Gamma(2p + 1/a)}{\Gamma(2p)\Gamma(p + 1/a)} - 1 \quad (7)$$

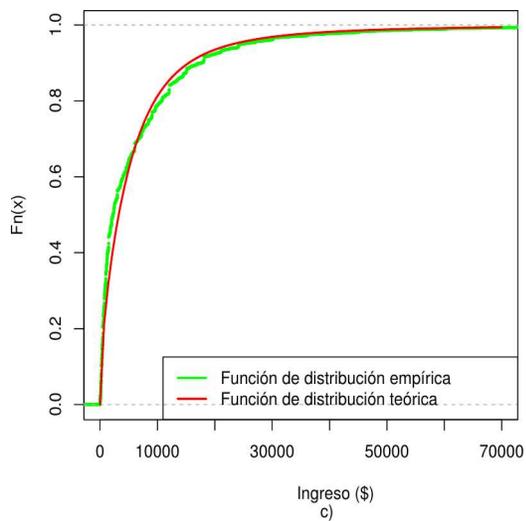
Como utilizamos un enfoque bayesiano para resolver el problema, también fue posible obtener la distribución de  $G$  en (7) al emplear las muestras obtenidas con el algoritmo “t-walk”. En la gráfica 5 se muestra la distribución del coeficiente de Gini para los años 1998, 2002 y 2008. A partir de estas distribuciones se pueden obtener estimaciones precisas ya sea puntuales o por intervalo para  $G$ .

**Gráfica 4**

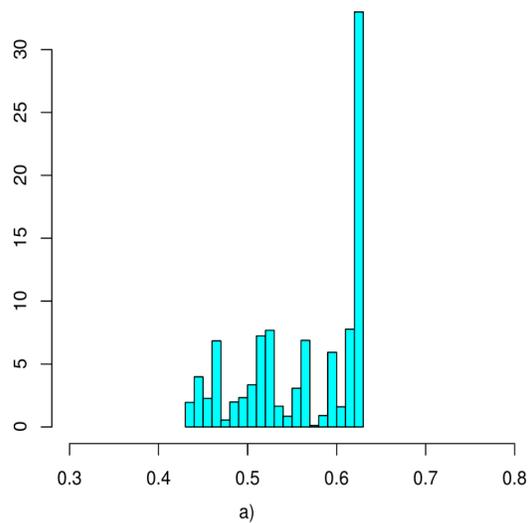
*Comparación entre la función de distribución empírica y teórica, para los años 1998, 2002 y 2008*



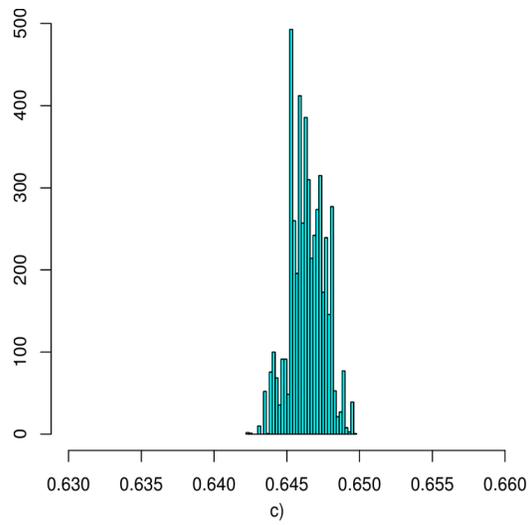
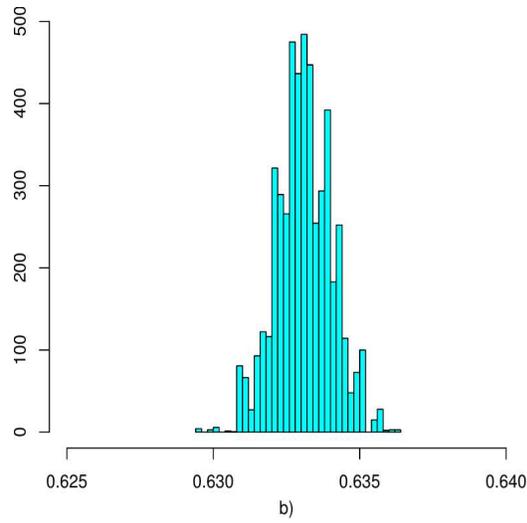
**Gráfica 4**  
(continuación)



**Gráfica 5**  
*Histogramas del coeficientes de Gini para los años 1998, 2002 y 2008*



**Gráfica 5**  
(continuación)



En el cuadro 5 se muestran estimaciones puntuales para el coeficiente de Gini en los años de estudio. En el se puede observar que

el coeficiente de Gini ha aumentado 7.87 puntos porcentuales en un lapso de diez años, es decir, que la riqueza en México sí se ha concentrado cada vez más en menos personas, en otras palabras, los ricos cada vez son menos pero más ricos y los pobres cada vez son más y más pobres.

**Cuadro 5**  
*Coefficiente de Gini*

<i>Año</i>	$\hat{a}$	$\hat{b}$	$\hat{c}$	<i>Coefficiente de Gini</i>
1998	2.000081	5208.986	0.3508603	0.622542
2002	2.000498	9016.87	0.318004	0.633100
2008	2.000156	10216.31	0.290466	0.646406

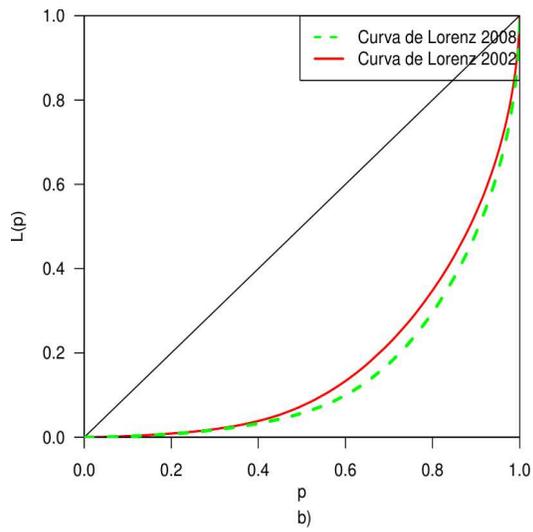
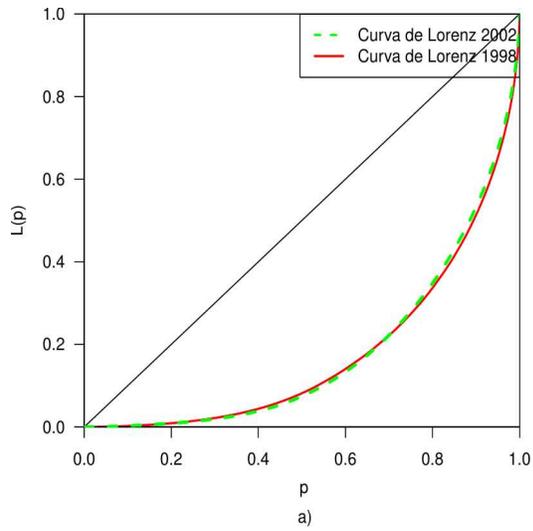
El cuadro 6 muestra intervalos de credibilidad a 95% para el coeficiente de Gini, obtenidos a partir de la distribución posterior. En el cuadro también se puede observar que las varianzas para los estimadores puntuales del coeficiente de Gini son muy pequeñas, lo cual indica que los estimadores obtenidos son muy precisos.

Para finalizar, la gráfica 6 muestra la curva de Lorenz para los años considerados en el estudio. En ella se observa específicamente para los casos 6b y 6c el desplazamiento de la curva del año 2008, representada con la línea punteada, tiene un ligero desplazamiento hacia el eje de las abscisas, la cual representa y corrobora lo antes concluido con el indicador coeficiente de Gini.

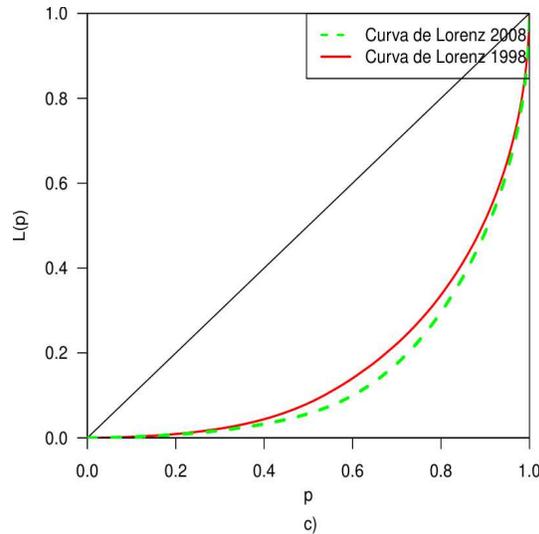
**Cuadro 6**  
*HPD a 95% de probabilidades para el coeficiente de Gini para el año de corte 2008*

<i>Año</i>	<i>Coefficiente de Gini</i>	<i>Límite inferior</i>	<i>Límite superior</i>	<i>Varianza</i>
1998	0.622542	0.4483455	0.6257984	0.00398220
2002	0.633100	0.6314125	0.6351684	8.93630e-07
2008	0.646406	0.6438346	0.6483595	1.43726e-06

**Gráfica 6**  
*Curva de Lorenz para los años 1998, 2002 y 2008*



**Gráfica 6**  
(continuación)



## 6. Conclusiones

En lo relativo a los modelos utilizados:

- Se modeló el ingreso para la población mexicana con las distribuciones Pareto, Lognormal y Dagum, esta última fue la que presentó mejor ajuste, especialmente para los años 2002 y 2008. Lo anterior es evidente en las gráficas: 1b, 2b y 3b, así como en los resultados mostrados en el cuadro 1.

En lo referente al análisis de la distribución del ingreso en México:

- Como se puede observar en el cuadro 5 el coeficiente de Gini ha aumentado en 7.87 puntos porcentuales en un lapso de diez años, es decir, que la riqueza en México sí se ha concentrado cada vez más en menos personas o, en otras palabras, los ricos cada vez son menos pero más ricos y los pobres cada vez son más y más pobres.

- El lapso en el cual la desigualdad no aumentó considerablemente o aumentó de manera marginal es el periodo comprendido de 1998 a 2002, ver cuadro 5.
- El periodo en el que la desigualdad aumentó en mayor magnitud fue entre 2002 y 2008, ver cuadro 5.
- La asignación de recursos provenientes del erario público no se ha dado de manera eficiente en términos de mitigar la pobreza y beneficiar a los que menos ingresos tienen.

## Referencias

- Akaike, H. 1974. A New Look at the Statistical Model Identification, *IEEE Transactions on Automatic Control*, 19(6): 716-723.
- Arnold, B.C., E. Castillo y J.M. Sarabia. 1998. Bayesian Analysis for Classical Distributions Using Conditionally Specified Priors, *The Indian Journal of Statistics*, 60: 228-245.
- Casella, G. y E.I. George. 1992. Explaining the Gibbs Sampler, *American Statistical Association*, 46: 167-174.
- Centro de Estudios de las Finanzas Públicas, CEFP. 2008. Distribución del ingreso y desigualdad en México; un análisis sobre la ENIGH 2000 - 2006, México, Cámara de Diputados, CEFP/9/2008.
- Christen, J. y C. Fox. 2010. A General Purpose Sampling Algorithm for Continuous Distributions (the t-walk), *Bayesian Analysis*, 5: 263-282.
- Dagum, C. 1977. A New Model for Personal Income Distributions: Specification and Estimation, *Economic Appliqué*, 30: 413-437.
- Gelman, A. y D. Rubin. 1992. Inference from Iterative Simulation Using Multiple Sequences, *Statistical Science*, 7: 457-511.
- Gilks, W. y P. Wild. 1992. Adaptive Rejection Sampling for Gibbs Sampling, *Applied Statistical*, 41: 337-348.
- INEGI. 1998, 2002, 2008. *Encuesta nacional de ingresos y gastos de los hogares*, México.
- Metropolis, N., A. Rosenbluth, M. Rosenluth y E. Teller. 1953. Equations of State Calculations by Fast Computing Machines, *Journal of the Chemical Physics*, 21: 1087-1091.
- Pareto, V. 1895. La legge della domanda, *Giornale degli Economisti*, 10: 59-68.
- R Development Core Team. 2011. *R: A Language and Environment for Statistical Computing*, R. Foundation for Statistical Computing, <http://www.R-project.org>.
- Rtwalk. 2010. *Rtwalk: The R implementation of the t-walk*, R package version 1.5.1.
- Upadhyay, S. K., N. Vasishta y A. Smith. 2000. Bayes Inference in Life Testing and Reliability via Markov Chain Monte Carlo Simulation, *Sankhya*, 62(2): 203-222.