

MATRIZ DE PROBABILIDAD DE TRANSICIÓN DE MICROCRÉDITOS: EL CASO DE UNA MICROFINANCIERA MEXICANA*

Verónica P. Rodríguez Vázquez

Universidad de las Américas Puebla

Japhet Hernández Vaquero

Management Solutions

Resumen: El microfinanciamiento en México ha crecido a un ritmo acelerado y poco se ha realizado sobre el riesgo de crédito en dicho sector. El objetivo de este trabajo es la construcción de una matriz de probabilidad de transición en la calificación de los microcréditos, utilizable en la estimación del VaR, considerando la normativa de la “Circular única de ahorro y crédito popular” emitida por la CNBV. Se presenta la metodología para su construcción con base en cadenas de Markov y los resultados obtenidos. Se comprueba la hipótesis de absorbencia, la alta recuperación de los microcréditos y se detecta que los hombres son tan buenos pagadores como las mujeres.

Abstract: Microfinance in Mexico has developed at an accelerated pace and the efforts in credit risk management in this sector are scarce. The goal of this work is the construction of a Transition Probability Matrix in the rating of microcredits which can be used in the estimation of Value at Risk (VaR), observing the regulations of the Unique Circular of Saving and Popular Credit emitted by “Commission of National Banking and Securities” CNBV. Both, the methodology for its construction based in Markov chains theory and the obtained results, are presented. The hypotheses of absorbing state and the high recovery of microcredits are confirmed. Finally it is detected that men are as good payers as women.

Clasificación JEL/JEL Classification: G21, G32

Palabras clave/keywords: microfinanzas, riesgo de crédito, matriz de probabilidad de transición, cadenas de Markov, Valor en Riesgo, microfinance, credit risk, transition probability matrix, Markov chains, Value at Risk.

Fecha de recepción: 05 III 2012

Fecha de aceptación: 08 IX 2012

* veronica2002mx@hotmail.com, japhet.hernandezv@gmail.com

Estudios Económicos, vol. 28, núm. 1, enero-junio 2013, páginas 39-77

1. Introducción

Desde sus inicios, en el Banco Grameen en Bangladesh, la práctica del microcrédito se ha extendido a nivel mundial como una herramienta para la erradicación de la pobreza. La práctica de las microfinanzas en México experimenta un auge originado, en gran medida, por la demanda de servicios financieros al alcance del sector en pobreza, que tradicionalmente se ha visto excluido de ellos y está cambiando el paradigma del pobre, quien había sido considerado desde la época post-revolucionaria como incapaz de enfrentar compromisos de crédito.

Este sector ha evolucionado fuertemente, como se puede constatar en ProDesarrollo (2011) los clientes de crédito pasaron de 1.4 millones en 2006 a 5.4 millones en 2010. En Esquivel (2010) se presentan los resultados de un estudio sobre el impacto que han tenido las microfinanzas en México, donde se concluye que a través de las instituciones microfinancieras (IMF) se ha fortalecido el ahorro y el crédito popular.

Con este dinamismo de crecimiento las IMF tienen presencia en todo el territorio nacional y muestran una gran diversidad de figuras legales (Rodríguez, 2010). Entre las instituciones microfinancieras destacan las sociedades financieras de objeto múltiple (SOFOM), reguladas (SOFOM-ER) y no-reguladas (SOFOM-ENR) por la Comisión Nacional Bancaria y de Valores (CNBV), las sociedades de ahorro y crédito popular (SCAP) y, sobre todo, las sociedades financieras populares (SOFIPO) que, prácticamente, ofrecen los mismos servicios que una institución bancaria.

A las instituciones reguladas por la CNBV se les requiere el cálculo de sus estimaciones preventivas o aprovisionamiento: cantidad de dinero que por ley se exige que la institución reserve de acuerdo con los días de mora que sus deudores presentan.

Para enfrentar el riesgo de crédito, además de las tradicionales reservas, existen metodologías como el valor en riesgo, VaR (por sus siglas en inglés, *value at risk*), que con la información histórica de la cartera crediticia miden la evolución de la calificación de dicha cartera para hacer una estimación de la máxima pérdida esperada. El VaR hace uso de las probabilidades de transición, de la calificación de un crédito, a las demás calificaciones dentro del sistema utilizado, representadas en una matriz de probabilidades de transición crediticia.

Si bien la práctica del VaR aún no se exige a las IMF, ya se les requiere a las instituciones bancarias. Sin embargo, en México no se cuenta con información pública disponible sobre las matrices

de probabilidad de transición utilizables en la metodología VaR. En contraste, en Colombia la Superintendencia Financiera de Colombia (2010) proporciona de manera pública matrices de probabilidades de transición crediticia para las carteras de microcrédito; lo que constituye el único referente a nivel Latinoamérica y Norteamérica. Para las IMF mexicanas el contar con dicha herramienta para la administración de riesgo con el VaR ofrece la oportunidad de evaluar probabilísticamente las reservas y compararlas con las estimaciones preventivas fijadas por la CNBV.

En la actualidad los servicios microfinancieros han resultado ser una práctica muy rentable y, contrario a lo que se creía sobre el alto riesgo de impago de créditos, su recuperación es muy alta, situación que buscamos comprobar con nuestro estudio. Además, las matrices de probabilidades de transición crediticia pueden ser usadas para resolver cuestiones de género en el microfinanciamiento.

Existen numerosos estudios de género a nivel nacional e internacional que abordan el tema del pago del crédito de la mujer en comparación a la del hombre, sin embargo, en esta investigación se aborda el tema por primera vez en la literatura desde un enfoque de matrices de probabilidades de transición.

En temas de género subyace la idea de que las mujeres son mejores pagadoras que los hombres y, además, debido a que los hombres de las zonas rurales se encuentran fuera del país por el fenómeno migratorio son ellas las receptoras más frecuentes de los microcréditos. Según los datos de ProDesarrollo (2011) 80% de los créditos son proporcionados a mujeres y es sumamente interesante comprobar la noción generalizada de que la mujer es más responsable en el pago de sus créditos.

La absorbencia del estado de impago de un deudor asume que un deudor después de un periodo largo (en la regulación de la CNBV para el microcrédito, 120 días o más) es incapaz de liquidar sus pagos pendientes. Pero ¿en verdad es raro el evento de que un deudor con mora significativa se ponga al corriente?

Por la dinámica del microcrédito (montos pequeños, plazos cortos, frecuencia alta de pago) y el incentivo al acceso a más capital en el futuro se percibe que la liquidación de la deuda debiera ser un aspecto importante para el beneficiario del microcrédito. Existen pocos estudios en el microfinanciamiento sobre la recuperación de un crédito después de haber caído en el estado de incumplimiento, y ninguno que use matrices de probabilidades de transición.

2. Marco teórico

2.1. *La importancia de mejoras en la administración de riesgo en el microfinanciamiento mexicano*

Alpízar y González (2006) señalan que el sector de las microfinanzas en México es relativamente joven en el mercado financiero y, si bien está experimentando un acelerado crecimiento, su oferta de servicios financieros es limitada y usa tecnologías de crédito relativamente sencillas en un entorno de baja eficiencia, baja productividad de sus recursos humanos utilizados y altos costos de operación. Además, carece de un acceso suficiente a la información sobre los clientes y las operaciones de sus organizaciones se dan de manera no uniforme, lo que se ha denominado como la asimetría del sector. Así, el análisis del sector financiero popular en México resulta complejo dada la escasez de información disponible y la multitud de entidades en funcionamiento.

Por la naturaleza de los microcréditos no siempre es factible exigir una forma de protegerse ante el impago de un crédito. Los montos de crédito muchas veces son menores al valor de las propiedades que el sujeto de crédito posee, y la exigencia de una garantía puede desalentar la demanda. Así, las decisiones de crédito en el microfinanciamiento mexicano se basan solamente en la capacidad de pago de un cliente, sin atender la falta de una garantía. Esto se refleja en un sistema de aprovisionamiento que toma en cuenta sólo los días de mora como una solución fácil y directa al problema de calcular las estimaciones preventivas, como lo señalan Jansson y Wenner (1997).

La demanda por servicios de microfinanciamiento en México puede ser mejor entendida a la luz de los niveles de pobreza, ocupación e ingresos. De forma especial, el contexto de pobreza que experimenta México enmarca de una mejor forma la relevancia del microfinanciamiento en nuestro país. De acuerdo con el Consejo Nacional de Evaluación de la Política de Desarrollo Social (Coneval, 2009) en el año 2006, 14.4 millones de personas vivían en condiciones de pobreza alimentaria y en 2008 alcanzaron los 19.5 millones. A nivel estatal, en 2005 los estados de mayor nivel de pobreza alimentaria eran Chiapas con 4 293 459 habitantes y 47% de pobreza alimentaria y Oaxaca con 3 506 821 habitantes y 38.1% de pobreza alimentaria. Puebla tiene un porcentaje similar, aunque su población es mayor: con 5 779 829 habitantes presenta 26.7% de pobreza alimentaria.

En el análisis provisto por Rodríguez (2010) se da una noción del mercado potencial que representa en México este sector: a nivel

nacional existen 12.8 millones de personas en actividades económicas informales que junto con los 2.4 millones de personas desocupadas y 5.6 millones de personas que si bien no tienen como prioridad buscar trabajo son susceptibles de integrarse a las actividades productivas suman 18.8 millones de personas que pueden convertirse en candidatos a algún tipo de microcrédito. El mismo análisis indica que existen 20 millones de personas que reciben menos de 3 288 dólares anuales: prácticamente dos salarios mínimos anuales.

Existe un gran nicho de oportunidad en este sector de la población, lo cual incluso ya ha sido detectado por la banca comercial. El adecuar las estructuras de las IMF para su correcta gestión, que incluye la administración de riesgo, será necesario si se desea aumentar el nivel de acceso al capital. Para ello es indispensable desarrollar tecnologías crediticias que utilicen herramientas probabilísticas, cuya información proporcione una noción clara del comportamiento del sector, la rentabilidad de sus instituciones y que, además, sirvan para que en el futuro puedan hacer una mejor gestión de riesgo, como es el cálculo del valor en riesgo y las estimaciones preventivas.

2.2. *Mujeres y microfinanciamiento*

El microfinanciamiento es considerado como un medio para lograr el empoderamiento de la mujer en medio de un eminente ambiente de desigualdad de género. Por los roles sociales que se le han conferido tradicionalmente a las mujeres y la división sexual del trabajo, el valor de las labores realizadas por la mujer es desdeñado en comparación a las tareas productivas del hombre (Zuñiga, 2004).

También se justifica el otorgamiento de microcréditos a la mujer por la responsabilidad social que tiene como protectora de la familia y sus esfuerzos para mejorar la calidad de vida de sus miembros. Existe evidencia de que las mujeres emplean una mayor proporción de su ingreso en su familia. Así, ayudar a la mujer amplifica el impacto de las instituciones microfinancieras. De acuerdo con el Fideicomiso para el Desarrollo del Carácter Emprendedor de la Mujer (WEDTF, 2010) en Zanzíbar, Tanzania, cuando una mujer tiene un aumento en su ingreso destina 55% de éste a comprar artículos para el hogar, 18% a la educación y 15% a ropa. Adicionalmente, en América Latina se ha encontrado que la mujer que lidera su hogar tiende a colocar la totalidad de su ingreso al gasto familiar (Chant, 1997).

Se han realizado diversos estudios acerca de la forma en que el microcrédito ha contribuido a la igualdad de género y la redistribución

de riqueza para el empoderamiento de la mujer, que han reforzado la noción de que la mujer es mejor pagadora que el hombre. Quienes defienden esta postura refieren que tanto la cooperación como los registros de pagos de préstamo de las mujeres son muy superiores a los de los hombres. El caso de Sinapi Aba Trust (Cheston y Kuhn, 2002), en el programa Bancos de Confianza en Ghana, refiere que hay una clara diferencia en los registros de pago entre hombres y mujeres, así como en la cooperación para responder a sus obligaciones de garantía de grupo: la proporción de atraso de los programas masculinos que reportó fue 2.5 veces mayor que la de los programas femeninos.

Esta percepción también ha sido estudiada en Chile y Argentina por Zuñiga (2004), con base en la información de la Superintendencia de Bancos e Instituciones Financieras de Chile (SBIF) acerca del endeudamiento en el sistema bancario nacional para el periodo 2001-2003. Encuentra que 64% de los deudores eran hombres y 36% mujeres. Las mujeres presentan una tasa de 1.6% de deuda vencida (la deuda que corresponde a la que no ha sido pagada dentro de los 90 días de vencimiento) sobre deuda total, que contrasta con 2.4% de la deuda vencida de los hombres. Asimismo, la deuda castigada, es decir, aquella que se considera irrecuperable, presenta una tasa de 0.6% en el caso de las mujeres y 0.9% en el de los hombres. Zuñiga concluye que la mujer en Chile es un mejor sujeto de crédito que el hombre.

Un mejor conocimiento del comportamiento de pago de las mujeres puede incentivar un mayor acceso de las mismas a servicios financieros. Cheston y Kuhn (2002) afirman que los programas de microfinanzas pueden tener un enorme impacto en el proceso de empoderamiento al tomar en cuenta las estructuras de fuente de poder. En el caso del microfinanciamiento el acceso al crédito es una fuente obvia de poder.

2.3. *Regulación vigente*

La regulación es un tema importante en materia de análisis de riesgo. Según los datos reportados en 2008 por ProDesarrollo y *Microfinance Information Exchange* en México sólo 11.4% del mercado microfinanciero estaba cubierto por IMF reguladas (ProDesarrollo, 2008). Esta cifra expresaba la falta de inclusión en un marco regulatorio que exigiera medidas de aprovisionamiento de protección a la institución. En la actualidad, y según un estudio presentado en Rodríguez (2010), se detectaron 443 IMF, de las cuales 165 (37.25%) pertenecían

a la figura de Sociedades financieras de objeto múltiple no reguladas (SOFOM-ENR). En el caso de la CNBV, en la Circular única de ahorro y crédito popular, anexo-D (CNBV, 2009), por ley se exige a las microfinancieras reguladas el realizar el aprovisionamiento de acuerdo con los días de mora por crédito que su cartera reporte. De acuerdo con el anexo, la calificación y constitución de las estimaciones preventivas correspondientes a la cartera crediticia comercial deberán realizarse con cifras al último día de cada mes calendario.

Las entidades financieras entonces “deberán clasificar la totalidad de su cartera crediticia comercial, en función del número de días de retraso o mora transcurridos a partir del día de la primera amortización del crédito, que no haya sido cubierta por el acreditado a la fecha de la calificación” (CNBV, 2009: 1).

Señala, además, que “por cada estrato, deberán mantenerse y, en su caso, constituir las estimaciones preventivas que resulten de aplicar al importe total de su cartera crediticia comercial, el porcentaje de estimaciones que corresponda conforme a la tabla siguiente” (CNBV, 2009: 2). Dichos porcentajes se presentan en el cuadro 1.

Cuadro 1
*Estimaciones preventivas de la Circular única
de ahorro y crédito popular*

<i>Días de mora</i>	<i>Porcentaje de estimaciones preventivas</i>	
	<i>Tipo I</i>	<i>Tipo II (zona marginada)</i>
0 a 7	1	1
8 a 30	5	2.5
31 a 60	20	20
61 a 90	40	50
91 a 120	70	80
Más de 120	100	100

La calificación de crédito que se requiere por parte de la CNBV puede ser generada internamente con base en los criterios propuestos, y se requiere dicha calificación para el cálculo de las estimaciones preventivas exigidas por ley. Sin embargo, el aprovisionar en forma individual los créditos se convierte en una tarea difícil. González y

Gómez (2006) reconocen que el mismo origen de las principales figuras financieras populares en México ha permitido la cobertura del mercado asociado al sector popular bajo prácticas contables y administrativas laxas y una carga de subjetivismo al evaluar la capacidad y voluntad de pago del prestatario antes del otorgamiento del crédito y durante las amortizaciones del mismo, al no sacar total ventaja de los recursos informáticos disponibles en las IMF.

Los rangos de días de atraso establecidos por la CNBV son acordes a las características del microcrédito. En la definición de la tecnología original, los montos de un crédito son bajos, en especial aquellos que se otorgan por primera vez a un beneficiario o grupo. El plazo de pago es típicamente corto para promover su uso, y la frecuencia de pago es alta: de acuerdo con Yunus (2008), a la población en pobreza le resulta más fácil pagar pequeñas cantidades periódicas. Este autor también refiere que el riesgo de crédito de los préstamos otorgados a las personas en pobreza es bajo, porque el pago de las cuotas del crédito se ve incentivado por la oportunidad de dejar de depender del usurero, producir ingresos para su familia y, además, tener acceso a más créditos. Así, en la opinión de Yunus (2008), un primer crédito constituye la prueba de la voluntad de pago de los beneficiarios.

La noción generalizada dentro del microfinanciamiento es que la frecuencia de pago debe ser alta, incluye formas de pago semanal, quincenal y mensual. En el caso de Mibanco en Perú y Bancosol en Bolivia, la frecuencia de pago es semanal, quincenal y mensual (Bicciato *et al.*, 2002). Las frecuencias de pago en México son diversas. En ProDesarrollo (2008) se reporta que en el año 2007, 72% de las IMF otorgaron créditos en grupos solidarios con plazo de cuatro a seis meses y algunas de dos meses a un año, ambas con una frecuencia de pago semanal o quincenal; 26% los otorgaron en forma de bancos comunales, con plazo de cuatro a seis meses, con una frecuencia de pago principalmente semanal, aunque también podía ser quincenal.

2.4. Modelos de riesgo de crédito

Un modelo de migración de calificación es una forma de determinar pérdida y retorno (*J.P. Morgan Securities*, 2000), y en materia de administración de riesgo, su meta principal es la caracterización del verdadero comportamiento del crédito. Esto se hace con base en un sistema de calificación con distintos niveles, asignándole a un cliente o a un crédito, una etiqueta alfabética, numérica o alfanumérica para distinguir su calidad de pago. Dichas calificaciones son generadas in-

ternamente con criterios y procesos similares entre instituciones (Jacobson, Lindé y Roszbach, 2003).

En la banca comercial, Jarrow y Turnbull (1995) comentan que existen dos enfoques para valorar el riesgo de crédito. El primero de ellos considera el riesgo de crédito cuando los activos subyacentes son créditos contingentes de “opciones compuestas”, los cuales son difíciles de evaluar porque muchas veces no son observables y/o difíciles de valorar. El segundo enfoque pragmático ignora el riesgo de crédito y el precio inherente a la opción, como una opción de la tasa de interés libre de riesgo. Por lo anterior presentan un tercer enfoque desarrollando un modelo para valorar opciones en un periodo en el que los valores están expuestos a riesgo de crédito, bajo la suposición que la deuda de dichos valores o acciones siempre se liquida (no-impago). Basado en este trabajo, Jarrow, Lando y Turnbull (1997) propusieron un modelo de Markov para la estructura temporal de los diferenciales de riesgo de crédito. La dinámica de la calificación de crédito se representa mediante una cadena de Markov e introduce, por primera vez, la suposición de absorbencia del estado de impago. En este modelo el proceso de quiebra sigue una cadena de Markov en un espacio de estados discretos. La ventaja del modelo es que los parámetros de dicho proceso pueden ser determinados empíricamente a partir de los datos observados. En su trabajo utilizan la calificación de crédito que expide la Institución o Firma como una medida de la probabilidad de impago. Suponen, además, que el estado de impago es absorbente (no es posible salir del estado de impago). Este modelo se presenta para los casos de tiempo discreto (modelo de cohorte) y continuo (modelo de duración). El modelo de cohorte es un referente importante ya que trabaja con frecuencias relativas basadas en los datos históricos, reflejadas en una matriz de probabilidades de transición.

D’Amico, Janssen y Manca (2008) propusieron un modelo semi-markoviano con tiempos no homogéneos, para evaluar la duración dentro de un estado, la evaluación de la calificación como una función del tiempo y la dependencia de la nueva calificación sobre todas las calificaciones previas, y no sólo la última evaluada.

El modelo de Duffie y Singleton (1999) trata al impago como un evento impredecible que envuelve una pérdida repentina en el valor de un bono, bajo una suposición de que el impago ocurre a una tasa de riesgo neutro. Este modelo requiere las frecuencias de impago de los bonos de una calificación dada.

La firma calificadora Moodys (Carty y Fons, 1994) realizó un estudio retroactivo de tendencias de calificación corporativa, de acuerdo con frecuencias relativas del número de transiciones a calificaciones

superiores e inferiores, en periodos de distinta duración en años. Con base en dichas frecuencias relativas obtienen matrices de transición, calculadas comparando la calificación al principio del periodo contra aquella al final del periodo.

J.P. Morgan Securities (2000) detectó algunas deficiencias de la aplicación de matrices históricas en la práctica. Entre otras, el requerimiento de rangos de tiempo más finos en los niveles de calificación de crédito –un nivel de crédito puede tener un rango muy amplio, en comparación a los demás niveles– y el hecho de que las observaciones históricas no son necesariamente un indicador del ambiente crediticio actual, sino del que se ha enfrentado en el pasado, con base en probabilidades reales.

2.5. *Uso de matrices de transición en los mercados de valores y el microfinanciamiento*

De acuerdo con la definición de *Moody's Investors Service* (2009) una calificación es: “una opinión de la calidad de crédito de las obligaciones individuales o de la solvencia de crédito de un prestatario, sin considerar las obligaciones individuales de la deuda u otros valores específicos”. Existen agencias especializadas en brindar servicios de calificación, las más populares incluyen a *Standard & Poor's*, *Moody's Investors System*, *Fitch Rating* y *Duff and Phelps Credit Rating Company*.

La banca comercial y el mercado de valores utilizan desde hace décadas los sistemas de calificación de cartera y matrices de probabilidades de transición. En el caso de *Moody's Investors Service*, que provee servicios de calificación de crédito e investigación en instrumentos de deuda y de valores, genera matrices de transición por medio del método de cohorte (*Moody's Investors Service*, 2010). En el cuadro 2 se muestran algunas de sus matrices para las transiciones de calificación en finanzas estructuradas globales.

El cuadro refleja las calificaciones otorgadas por *Moody's* respecto a las finanzas estructurales de acuerdo con tres horizontes temporales (1, 3 y 5 años). Dichas calificaciones reflejan la opinión sobre la capacidad financiera de una entidad para cumplir con sus contratos y obligaciones, basándose en la evaluación de la calidad crediticia de sus activos e incorpora una opinión sobre la calidad de su gestión, sus procesos de inversión y estrategias.

Por otro lado, *Standard & Poor's* también hace uso del método de cohorte para el cálculo de sus matrices de transición históricas. En el

cuadro 3 se muestra la matriz de transición de impago de 294 gobiernos locales o regionales fuera de Estados Unidos, a quienes *Standard & Poor's* identifica con las siglas LRG (*local and regional governments*).

Cuadro 2
Matrices de transición de Moody's Investors Service para finanzas estructuradas globales en el periodo 1984-2009

Porcentaje								
	Aaa	Aa	A	Baa	Ba	B	Caa-C	WR
<i>1 año</i>								
Aaa	79.91	1.63	1.25	1.12	0.90	1.09	1.97	12.14
Aa	4.16	73.57	3.57	2.32	1.75	2.49	5.72	6.43
A	0.86	2.74	72.26	4.81	2.80	2.91	7.18	6.45
Baa	0.26	0.38	2.04	70.83	4.60	4.38	11.72	5.79
Ba	0.10	0.05	0.30	2.08	66.33	4.76	20.49	5.88
B	0.04	0.02	0.05	0.19	1.10	56.15	37.37	5.08
Caa-C	0.01	0.00	0.00	0.02	0.04	0.22	87.63	12.08
<i>3 años</i>								
Aaa	54.76	1.60	1.16	1.10	0.82	0.90	1.48	38.18
Aa	11.59	47.74	4.17	2.62	1.62	1.23	5.64	25.38
A	3.23	6.03	47.14	5.14	3.06	1.70	8.26	25.43
Baa	1.25	1.41	5.07	44.87	5.49	4.30	15.18	22.43
Ba	0.43	0.39	1.45	5.16	46.55	5.13	18.36	22.55
B	0.12	0.06	0.24	0.88	3.48	55.06	22.55	17.60
Caa-C	0.05	0.00	0.02	0.14	0.24	0.72	72.01	26.81
<i>5 años</i>								
Aaa	35.70	1.04	0.73	0.41	0.18	0.20	0.20	61.54
Aa	15.17	27.52	3.02	1.96	0.81	0.83	1.62	49.08
A	5.13	5.99	28.45	3.88	2.27	1.12	3.16	50.00
Baa	2.60	2.33	6.21	27.49	4.30	3.17	10.71	43.18
Ba	0.70	0.66	2.31	6.47	29.79	4.48	15.66	39.93
B	0.14	0.05	0.25	1.47	3.27	35.77	26.16	32.89
Caa-C	0.00	0.00	0.01	0.13	0.23	0.42	54.99	44.22

Cuadro 3
(continuación)

	BB+	BB	BB-	B+	B	B-	CCC/CC	SD	NR
B+	.00	.00	27.27	54.55	.00	.00	.00	.00	18.18
B	.00	.00	.00	14.29	71.43	.00	.00	.00	14.29
B-	.00	.00	.00	11.11	55.56	33.33	.00	.00	.00
CCC/C	.00	.00	.00	.00	.00	42.86	28.57	14.29	14.29

Notas: SD-Selective default. NR-No rating (withdrawn). Fuente: *Standard & Poor's International Public Finance Ratings, Standard & Poor's Risk Solutions Credit, Pro 7.2.*

En el caso de los sistemas de calificación usados por estas agencias, las calificaciones las otorgan basados en la volatilidad del rendimiento esperado, la resistencia del deudor ante adversidades económicas, financieras y del negocio, los riesgos no crediticios a los que está expuesta la firma y la existencia de una petición de bancarrota (*Standard & Poor's*, 2009). En dichos sistemas asignan una calificación alfabética o alfanumérica para caracterizar dicha vulnerabilidad en cada cliente o firma.

En el estudio realizado por *J.P. Morgan Securities* (2000) se menciona la importancia de considerar la probabilidad de impago pero, al mismo tiempo, se hace necesario analizar las transiciones por las que pasan los pagos de los créditos, por eso es cada vez más importante el uso de las matrices de probabilidad de transición. Resaltan las dificultades de la aplicación de las matrices de transición, destacándose que no reflejan la realidad de los mercados actuales de crédito, ya que, no obstante la cantidad de observaciones, algunas calificaciones presentan alta dispersión considerando intervalos de confianza de 95%, además de que algunas clasificaciones requieren mayor granularidad.

Por lo anterior, es importante elaborar matrices de probabilidad de transición adecuadas a los mercados de microcréditos como, por ejemplo, las realizadas por la Superintendencia Financiera de Colombia que se presenta en el cuadro 4.

En el microfinanciamiento a nivel mundial existen antecedentes del uso de matrices de probabilidades de transición de pobreza, desarrolladas para la exploración de la dinámica de la pobreza en las zonas rurales de Vietnam y Bangladesh (Davis y Baulch, 2009), construidas a partir del ingreso por hogar como criterio para la medición de riqueza.

Cuadro 4*Matriz de transición para la cartera de microcrédito en Colombia*

	<i>Promedio entre Marzo de 2004 y Junio de 2010</i>				
	<i>A</i>	<i>B</i>	<i>C</i>	<i>D</i>	<i>E</i>
<i>A</i>	96.4	1.9	0.9	0.6	0.1
<i>B</i>	29.8	24.2	11.0	8.0	27.1
<i>C</i>	13.2	5.5	17.7	8.7	54.9
<i>D</i>	7.6	2.2	2.5	14.0	73.7
<i>E</i>	2.7	0.6	0.4	0.5	95.8

Fuente: Superintendencia Financiera de Colombia, cálculos del Banco de la República.

Las matrices de transición para la medición del riesgo no tienen un uso extendido en el microfinanciamiento, lo que parecería indicar que, para evaluar su riesgo de crédito, únicamente se utilizan los días de mora. Lo que puede resultar en una subestimación del riesgo de aquellos clientes sin mora y una concentración exclusiva en aquellos que presentan días de mora (Alpizar y González, 2006). Glaubitt *et al.* (2008) refieren que el microfinanciamiento estructurado, es decir, aquel que incluye prácticas de análisis de riesgo puede reducir el requerimiento de capital. Byström (2007) indica además, que un esquema de microfinanciamiento estructurado también ayuda a superar el problema de asimetría en la información, documentado por Akerlof (1970) como el fenómeno limón (el hecho de que los bienes de distintas cualidades posean el mismo costo cuando los compradores no pueden identificar tales diferencias). Esto resulta particularmente evidente en las microfinanzas: la información asociada con la selección de prestatarios puede estar oculta y, ante la falta de prácticas de calificación y análisis de riesgo, no se conoce la capacidad y voluntad de pago de los prestatarios.

La tarea de estructurar el microfinanciamiento en México resulta difícil dado su accidentado origen, detonado por un mercado cuya demanda fue ignorada durante años y que tomó la creación de su propia oferta en sus manos. Por otro lado, la aplicación de diversos sistemas de calificación empiezan a ser adaptados a las necesidades de las IMF para que puedan regularizarse, como lo refieren van Greuning, Gallardo y Randhawa (1998). Sin embargo, los esfuerzos que existen para la estructuración del microfinanciamiento son extensiones del trabajo realizado para la banca comercial. Jarrow, Lando y Turnbull (1997) propusieron el modelo más difundido entre las agencias

calificadoras internacionales para la construcción de matriz de probabilidades. Dicho modelo se basa en la conformación de cohortes o aglomerados de los prestatarios de acuerdo con la calificación que presentan al empezar el periodo sobre el cuál se tiene interés de conocer el comportamiento de migración de calificación; el modelo trabaja con el archivo histórico de cartera como entrada, que incluye un identificador de cliente, la fecha de calificación y la calificación otorgada al cliente. Por la sencillez del modelo y el hecho de que un archivo histórico de cartera es relativamente fácil de extraer, resulta ideal para extrapolarlo para su uso dentro de las IMF.

3. El riesgo de crédito y sus fundamentos estocásticos

3.1. *Procesos estocásticos y cadenas de Markov*

Un proceso estocástico $X(t)$ consiste en un experimento cuya probabilidad se mide a través de $P(\cdot)$, en un espacio muestral S y una función que asigna una función de tiempo $x(t, s)$ a cada resultado s del espacio muestral del experimento (Yates y Goodman, 2005). Esto quiere decir que todos los posibles resultados del experimento son funciones del tiempo. En el caso del riesgo de crédito, las probabilidades medidas corresponden a las transiciones entre todas y cada una de las calificaciones que puede sostener un crédito, incluyendo la permanencia en la misma calificación.

Las cadenas de Markov son modelos probabilísticos usados para predecir el comportamiento a corto y a largo plazo de un sistema. Dicho comportamiento se refleja en un conjunto colectivamente exhaustivo de estados que son mutuamente excluyentes entre sí. Los procesos markovianos ocurren en periodos discretos, y la probabilidad de estar en un estado j al final de un periodo $t + 1$, cuando al final del periodo t se estaba en el estado i , es la probabilidad condicional de estar en el estado j al final de un periodo $t + 1$, dado que al final del periodo t se encontraba en el estado i , sin importar los estados intermedios por los que la cadena atraviesa hasta llegar al final del periodo t .

Resulta útil ilustrar esta descripción en el contexto de la calificación de crédito. Al final de un periodo de evaluación (por ejemplo, el cierre de mes o la fecha de corte) un crédito tiene cierta calificación de acuerdo con una escala o sistema de calificaciones. Para la exposición de esta metodología tomaremos un esquema de 3 calificaciones, A sería la calificación de un crédito cuyo importe exigible a la fecha de calificación es pagado en su totalidad y con un rango de atraso de

0 a 7 días después de la fecha de pago acordada; de manera similar, B corresponde a la evaluación de un crédito que liquida su importe exigible a la fecha de calificación 8 a 20 días después de la fecha en que debió realizar el pago y C para cualquier atraso de 21 días o más. A, B y C son calificaciones que no se traslapan: un crédito con calificación A no puede ser clasificado también como B, por lo tanto, son mutuamente excluyentes. De manera similar, estas tres calificaciones constituyen todas las posibles calificaciones que puede tener un crédito con base en el esquema de atraso propuesto, y por ello son colectivamente exhaustivas.

La frecuencia de calificación (en este caso el ciclo del proceso de Markov) puede variar de tantas formas como el analista de crédito pueda convenir: de forma diaria, semanal, bisemanal, quincenal, mensual, entre otras. La definición de un periodo mensual de transición significaría que, para el proceso de Markov propuesto, se tomaría en cuenta la calificación que el crédito tenga al final del mes t y la calificación que el mismo crédito tenga al final del siguiente mes, $t + 1$. Si existen calificaciones intermedias entre ambas se asume que no hay dependencia de los estados por los que pasa desde el periodo t hasta $t + 1$. Si además suponemos que un crédito, una vez que ha caído en C, no mejorará su calidad de pago (en el sentido de que ha presentado la peor calificación y en caso de postularse el cliente de dicho crédito a un nuevo crédito posterior, sería verosímil negarle el crédito), el estado C sería absorbente.

Las probabilidades asociadas a dichas transiciones se pueden usar para hacer proyecciones sobre el mes siguiente, asumiendo que el comportamiento del crédito seguirá conforme a su propia historia. Dichas probabilidades son representadas en lo que se denomina una matriz de probabilidades de transición y su estructura para el ejemplo propuesto se plantea en el cuadro 5.

Cuadro 5

Estructura de una matriz de transición

		<i>Calificación al final del periodo $t+1$</i>		
		<i>A</i>	<i>B</i>	<i>C</i>
<i>Calificación al final del periodo t</i>	<i>A</i>	Probabilidad de permanecer en A	Probabilidad de migrar de A a B	Probabilidad de impago de A
	<i>B</i>	Probabilidad de migrar de B a A	Probabilidad de permanecer en B	Probabilidad de impago de B

La representación gráfica de las probabilidades P_{ij} se hace matricialmente en lo que es conocido como una matriz de probabilidades de transición P , que es una matriz cuadrada de tamaño $K \times K$ donde $i = 1, 2, \dots, K$ y $j = 1, 2, \dots, K$, mostrada en la ecuación (1).

$$P = \begin{bmatrix} p_{11} & p_{12} & \dots & p_{1K} \\ p_{21} & p_{22} & \dots & p_{2K} \\ \vdots & \vdots & \dots & \vdots \\ p_{K1} & p_{K2} & \dots & p_{KK} \end{bmatrix} \quad (1)$$

Las matrices en las que se asume absorbencia se expresan por comodidad con un tamaño $(K - 1) \times K$, removiendo el renglón correspondiente al estado absorbente como en la ecuación (2).

$$P = \begin{bmatrix} p_{11} & p_{12} & \dots & p_{1K} \\ p_{21} & p_{22} & \dots & p_{2K} \\ \vdots & \vdots & \dots & \vdots \\ p_{K-1,1} & p_{K-1,2} & \dots & p_{K-1,K} \end{bmatrix} \quad (2)$$

Con base en las definiciones anteriores, en el anexo A se presenta la metodología del enfoque de cohorte utilizado o la estimación de las Cadenas de Markov en tiempo discreto y en el anexo B se presenta la metodología para la estimación de los intervalos de confianza de las matrices de probabilidad de transición crediticia.

3.2. Definición del problema de cálculo de matriz de probabilidades de transición por método de cohorte para instituciones microfinancieras mexicanas

Los datos históricos fueron proporcionados por una institución microfinanciera con presencia en el estado de Puebla y Oaxaca. Los datos presentan las características de clasificación mostradas en los cuadros 6, 7 y 8.

Como se puede observar en el cuadro 6 existen 67 créditos otorgados a entidades u organizaciones que no son considerados para la

clasificación de las matrices por género. Desafortunadamente, también se detectaron 2 211 créditos que no se identificaron de manera clara. Esto obedece al hecho de que la IMF, como la mayoría de ellas en México, no cuenta con sistemas de cómputo adecuados para su operación integral.

Cuadro 6

Clasificación de los créditos según receptor del microcrédito

	<i>Mujeres</i>	<i>Hombres</i>	<i>Entidades</i>	<i>Sin especificar</i>	<i>Total</i>
Puebla	5 492	726	65	2 108	8 391
Oaxaca	1 174	382	2	103	1 661
Total	6 666	1 108	67	2 211	10 052

Cuadro 7

Características de los créditos por frecuencia de pago

<i>Frecuencia de pago</i>	<i>Puebla</i>	<i>Oaxaca</i>
Diaria	1	14
Semanal	1 634	5 974
Quincenal	22	220
Mensual	4	2 178
Vencimientos	0	5
Total	1 661	8 391

Cuadro 8

Características de los créditos por periodo de observación

	<i>Inicio</i>	<i>Final</i>
Puebla	30/04/2006	28/02/2009
Oaxaca	28/02/2009	31/12/2010

Lo primero que se realizó fue la reconstrucción retrospectiva de las calificaciones obtenidas a fin de mes para cada uno de los créditos en los periodos, de tres años para Puebla y año y medio para Oaxaca. El sistema de calificación que se programó se realizó con base en la Circular única de ahorro y crédito popular, anexo-D (CNBV, 2009), la clasificación utilizada se muestra en el cuadro 9. Nótese que se ha dividido la última calificación en tres calificaciones, para percibir mejor el acumulamiento de días de mora y comprobar la hipótesis de absorbencia. La periodicidad de calificación es mensual: una calificación por crédito generada al cierre de mes. Se controlaron los atrasos intermensuales, los cuales no afectan la calificación a fin de mes, y los pagos parciales y/o anticipados, se cubrieron todas las posibilidades para la correcta asignación de la calificación del crédito.

Cuadro 9
Sistema de calificación para la investigación

<i>Calificación</i>	<i>Días de mora</i>	<i>Porcentaje de estimaciones preventivas</i>
A	0 a 7	1
B	8 a 30	3
C	31 a 60	20
D	61 a 90	50
E	91 a 120	80
F	121 a 180	100
G	181 a 360	100
H	Más de 360	100

Para una muestra de N créditos cuyas transiciones entre los diferentes estados transcurren en tiempos discretos $t = 0, \dots, T$, donde t es medido en periodos homogéneos de 30 días, se definen las siguientes variables:

X_t es la variable aleatoria discreta de la calificación del crédito en el período t .

$n_i(t)$ es el número de créditos en el estado i en el periodo t .

$n_{ij}(t)$ es el número de créditos que tuvieron una transición de i en el periodo $t - 1$ a j en el periodo t .

$N_i(T) = \sum_{t=0}^{T-1} n_i(t)$ es el número total de créditos que se encontraban en el estado i al principio de los periodos de transición.

$N_{ij}(T) = \sum_{t=1}^T n_{ij}(t)$ es el número total de transiciones observadas de i a j a lo largo de todo el periodo.

$S_x = \{A, B, C, D, E, F, G, H\}$ es el conjunto de valores de la variable discreta X_n , es decir, todas las posibles calificaciones que se pueden asignar a un crédito.

La base de datos de calificaciones tiene el siguiente formato:

Cuadro 10
Formato de base de datos de calificaciones

<i>Número crédito</i>	<i>Fecha de calificación</i>	<i>Calificación</i>
5841	28/02/2009	A
5842	28/02/2009	A
9295	31/12/2010	C
5845	28/02/2009	A

Cada registro de calificación cuenta con un identificador (número crédito), la fecha en que se generó la calificación (fecha de calificación) y la calificación que le fue otorgada al último día del mes. De manera adicional, no se consideran quebrantos: la calificación del crédito sigue siendo considerada mientras el saldo insoluto no sea liquidado.

4. Resultados

Con la base de datos de los créditos calificados, y con la finalidad de analizar mejor el comportamiento del pago de los créditos, procedimos a elaborar diferentes matrices de probabilidad de transición clasificándolas por género, región, frecuencias de pago y sus posibles

combinaciones. En este artículo presentamos las siete principales sin las combinaciones realizadas.

4.1. Matriz de probabilidades de transición general

La matriz de transición para la base de datos completa de la institución microfinanciera se presenta en el cuadro 11. En negritas se destaca la probabilidad mayor en el renglón correspondiente, e indica a qué estado es más probable migrar desde cada calificación.

Cuadro 11
Matriz de probabilidad de transición general

	A	B	C	D	E	F	G	H
	<i>Porcentaje</i>							
A	98.50	0.63	0.84	0.03	0.00	0.00	0.00	0.00
B	12.44	38.86	44.47	4.22	0.00	0.00	0.00	0.00
C	5.23	0.32	37.79	52.72	3.95	0.00	0.00	0.00
D	4.58	0.26	0.01	35.31	55.59	4.24	0.00	0.00
E	3.65	0.04	0.00	0.00	38.17	58.14	0.00	0.00
F	5.57	0.04	0.00	0.00	0.00	65.96	28.43	0.00
G	0.83	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	90.58	8.58
H	0.30	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	99.70

Para un crédito con calificación A, hay 98.5% de probabilidad de que siga siendo puntual en sus pagos y, además, que pague por lo menos el importe exigible a la fecha de calificación. Para las calificaciones B a E es mucho más probable descender a la calificación inmediata inferior. Para las calificaciones F a H la mayor probabilidad corresponde a permanecer en la misma.

Se aprecian, también, dos sectores donde predominan ceros, lo que representa que no hubo las transiciones correspondientes. Asimismo, las columnas A y B presentan probabilidades de transición desde estados de calificación inferior, lo que significa que un crédito se ha puesto al corriente en sus pagos.

Una de las observaciones más notables es que la transición H-A tiene una probabilidad mayor a cero. Esto indica que existen créditos

La probabilidad de las mujeres de permanecer en el estado H de impago es 2.64 menor que la de los hombres. En la columna A de ambas matrices vemos que la transición hacia A desde una calificación en el rango de B a G, son mayores en el caso de los hombres. Sin embargo, las mujeres tienen una probabilidad de transición desde el estado de impago H a A que es 0.93 mayor a la de los hombres: de cada 100 mujeres que no han realizado ningún pago en 360 días o más, aproximadamente seis liquidarán el saldo de su deuda. En cuanto a los hombres se estima que sólo cinco de ellos harán lo mismo. La noción sobre la fuerte voluntad de pago del género femenino se aprecia verosímil, aunque no muy superior a la que sostienen los hombres.

Cuadro 13

Matriz de probabilidad de transición del género masculino

	A	B	C	D	E	F	G	H
	<i>Porcentaje</i>							
A	98.86	0.71	0.39	0.04	0.00	0.00	0.00	0.00
B	1.46	96.33	2.02	0.19	0.00	0.00	0.00	0.00
C	8.12	1.72	36.41	49.82	3.94	0.00	0.00	0.00
D	7.89	1.87	0.00	36.73	49.93	3.59	0.00	0.00
E	7.13	2.38	0.00	0.00	37.86	52.63	0.00	0.00
F	4.35	3.29	0.00	0.00	0.00	64.76	27.60	0.00
G	1.66	3.43	0.00	0.00	0.00	0.00	87.08	7.83
H	5.16	5.01	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	89.83

4.3. Matriz de probabilidades de transición por región

La IMF mostró interés en conocer la recuperación del crédito en los diferentes estados que tiene presencia, ya que esta información les es de utilidad para detectar si existen diferencias en sus procedimientos de otorgamiento del crédito y/o en los procesos de cobro de los mismos; lo cual resultó cierto, pues como se observa en los cuadros 14 y 15, la recuperación de los créditos en Puebla es más alta que en Oaxaca.

Cuadro 14
Matriz de probabilidad de transición para Puebla

	A	B	C	D	E	F	G	H
	<i>Porcentaje</i>							
A	96.86	2.24	0.83	0.07	0.00	0.00	0.00	0.00
B	23.40	42.75	33.02	0.83	0.00	0.00	0.00	0.00
C	22.19	1.52	38.60	36.17	1.52	0.00	0.00	0.00
D	29.22	0.00	0.00	37.00	32.98	0.80	0.00	0.00
E	38.46	0.00	0.00	0.00	40.00	21.54	0.00	0.00
F	20.80	0.00	0.00	0.00	0.00	64.00	15.20	0.00
G	6.25	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	90.00	3.75
H	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	100.00

Cuadro 15
Matriz de probabilidad de transición para Oaxaca

	A	B	C	D	E	F	G	H
	<i>Porcentaje</i>							
A	98.63	0.50	0.84	0.03	0.00	0.00	0.00	0.00
B	11.00	38.35	45.99	4.67	0.00	0.00	0.00	0.00
C	3.81	0.22	37.72	54.11	4.15	0.00	0.00	0.00
D	3.27	0.27	0.01	35.22	56.80	4.43	0.00	0.00
E	2.62	0.05	0.00	0.00	38.12	59.22	0.00	0.00
F	5.40	0.04	0.00	0.00	0.00	65.99	28.58	0.00
G	0.81	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	90.59	8.60
H	0.31	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	99.69

Para el caso de Puebla la diagonal es altamente representativa, ya que los créditos tienden a permanecer en su misma calificación y posteriormente presentan una alta recuperación, sin embargo, en Oaxaca es mucho más frecuente el atraso en los pagos y una vez que los créditos han caído en mora hay pocas transiciones hacia una calificación A (recuperación del crédito). En ambos Estados la absorbencia es prácticamente definitiva.

Por otro lado, debemos hacer notar que estas probabilidades reflejan, solamente, aquellos créditos cuyos pagos atrasados fueron liquidados para dejar el crédito al corriente de sus adeudos estipulados en las fechas acordadas: el sistema de calificación instrumentado no considera abonos parciales como criterio para mejorar calificación. Es decir, la única forma de mejorar la calificación de un crédito es que el importe exigible sea liquidado en su totalidad. Los ceros presentes entre la diagonal de las matrices y la columna A dejan ver que la tendencia de un acreedor con buena voluntad de pago es la de liquidar el crédito.

4.4. Matrices generales por frecuencia de pago

En los cuadros 16 y 17 se observan las matrices generales de transición para las frecuencias de pago semanal y quincenal, que son las más comunes en los microcréditos. Ambas muestran que las mayores probabilidades corresponden a las de empeorar en calificación, en el lado derecho de su diagonal. La permanencia en calificación A tiene probabilidades de 98.17% y 96.99%, respectivamente.

Cuadro 16

Matriz de probabilidad de transición por frecuencia de pago semanal

	A	B	C	D	E	F	G	H
	<i>Porcentaje</i>							
A	98.17	0.83	0.96	0.03	0.00	0.00	0.00	0.00
B	9.62	39.44	46.56	4.38	0.00	0.00	0.00	0.00
C	5.19	0.39	37.70	53.33	3.40	0.00	0.00	0.00
D	5.02	0.32	0.02	35.22	55.70	3.72	0.00	0.00
E	4.07	0.05	0.00	0.00	38.16	57.72	0.00	0.00
F	6.59	0.02	0.00	0.00	0.00	66.38	27.00	0.00
G	1.04	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	90.76	8.20

4.5. Absorbencia

La suposición de estado absorbente se comprueba adecuada ante los resultados obtenidos. En la matriz general el número de ocurrencias

de la transición H-A fue 43 (41 correspondientes a régimen de pago semanal y 2 a mensual), que, comparado con las 246 299 transiciones totales, se considera despreciable. La transición H-A con probabilidad 0.31% es bastante baja. En el caso semanal dicha probabilidad es 0.38% y en el mensual 0.07%. Resulta adecuado suponer que para un crédito resulta muy difícil ponerse al corriente en sus pagos (para el momento en que ha alcanzado la calificación H ya han transcurrido más de 360 días).

Adicionalmente, al observar la esquina inferior derecha de todas y cada una de las matrices de transición, las probabilidades de permanencia en el estado G y H son muy altas (mayores a 90%, excepto las de género que superan el 87%), con probabilidades de transición en los renglones G y A aproximadamente cero, los estados G y H pueden, de hecho, considerarse un único estado con propiedad de absorber.

Cuadro 17
*Matriz de probabilidad de transición
por frecuencia de pago quincenal*

	A	B	C	D	E	F	G	H
	<i>Porcentaje</i>							
A	96.99	1.08	1.85	0.07	0.00	0.00	0.00	0.00
B	3.80	33.76	59.92	2.53	0.00	0.00	0.00	0.00
C	3.77	0.00	42.32	47.25	6.67	0.00	0.00	0.00
D	3.52	0.00	0.00	28.13	64.84	3.52	0.00	0.00
E	2.74	0.00	0.00	0.00	43.15	54.11	0.00	0.00
F	7.51	0.43	0.00	0.00	0.00	62.88	29.18	0.00
G	0.73	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	90.91	8.36

4.6. Intervalos de confianza

Para cada una de las matrices de probabilidad de transición se estimaron los intervalos de confianza con $\alpha = 5\%$, según la metodología presentada en el anexo B. En el anexo C se presentan los intervalos de confianza para las matrices de probabilidad de transición general y por género, mostrándose el límite inferior para el parámetro de proporción p y el límite superior. La amplitud de dicho intervalo depende del tamaño de muestra N : a mayor tamaño el intervalo de confianza es más cerrado.

4.7. Comentarios destacables sobre los resultados obtenidos y su aplicación al VaR

Las matrices generadas para la IMF demuestra una alta recuperación de los microcréditos, y, en general, los sujetos con calificación A tienen altas probabilidades de seguir siendo clientes cumplidos (arriba de 95% para todos los casos). Además, el contraste en la estabilidad de la diagonal de las matrices generales de Oaxaca y Puebla refleja que los sujetos de crédito en Oaxaca tienen una fuerte tendencia a presentar mora una vez que han alcanzado un retraso mensual en sus pagos. Esto sugiere que, de alguna forma, la ventaja que presenta el cumplimiento de los créditos de Puebla sobre el de los de Oaxaca tiene que ver con los filtros aplicados para otorgar el crédito. Resultaría interesante identificar las diferencias existentes entre Puebla y Oaxaca en las prácticas de puntaje de crédito previas al otorgamiento del mismo.

La suposición de absorbencia para el estado de impago H se comprobó adecuada, dado que las probabilidades de permanecer en dicho estado son superiores a 99%, para la mayoría de las matrices regionales, y por frecuencia de pago. En el caso de las matrices de género, las probabilidades de permanecer en el estado de impago son de 87.19% y 89.83%, respectivamente, que pueden considerarse aún altas.

Al contrario de lo que se esperaba, las matrices de transición por género no revelaron diferencias significativas en el pago de mujeres y hombres. Sin embargo, esta aparente similitud en el pago puede deberse a un proceso de decisión de otorgamiento de crédito, que sólo lo autorice a personas que cumplen con sus criterios de selección y resultan buenos pagadores, lo cual confirmaría que, el cumplimiento no es cuestión de género, sino de responsabilidad. En trabajos futuros se recomienda analizar de qué manera se seleccionan los beneficiarios del crédito, y encontrar la clave del éxito de dicha selección.

Por otro lado, la matriz de probabilidades de transición es la herramienta que permite la aplicación de la metodología VaR propuesta por Jorion (1997), y refleja la información histórica de la cartera sintetizada en frecuencias relativas.

Las matrices de probabilidad de transición permiten ponderar los valores esperados de un crédito según la calificación de la cartera que pueda llegar a tener en el periodo $t + 1$. Por ejemplo, si un crédito tiene un saldo insoluto (capital de 1 000.00), tradicionalmente se espera que en el próximo periodo ($t + 1$) se incremente en la tasa de interés pactada, este es el típico cálculo determinístico que se realiza. No obstante, dicho crédito tiene posibilidades de que en $t + 1$ cambie

de calificación, y a través de la matriz de probabilidad de transición de acuerdo con su calificación actual, se pueda calcular en términos probabilísticos su valor esperado. Con lo anterior, también se puede determinar la diferencia esperada y su variación determinada por la desviación estándar. Con los datos anteriores y al asumir normalidad, se puede calcular el monto del Valor en Riesgo (VaR) a un determinado nivel de confianza, de tal forma que la IMF pueda estimar la máxima pérdida esperada por crédito para el siguiente periodo, e incluso calcular el VaR de su cartera de créditos.

La instrumentación del VaR en las instituciones microfinancieras dependerá de la adopción de sistemas de calificación de cartera, el uso eficiente de recursos informáticos, la inversión en capacitación del capital humano para usar herramientas estadísticas y el desarrollo de procedimientos estándares como guía para el uso de esta metodología.

Finalmente, es importante mencionar que el VaR ha recibido fuertes críticas que van desde pronosticar el futuro con datos históricos, hasta aquellas que mencionan que no es posible recoger en una medición todos los riesgos asociados con el impago de crédito, como factores sociales, políticos, internacionales, etc., pero, ¿qué metodología es capaz de pronosticar el futuro con un grado de certeza tal que no tenga lugar a dudas?

N.N. Taleb, el principal detractor del VaR y creador de la Teoría del Cisne Negro, en la entrevista otorgada a *Derivatives Strategy* (1997) critica el uso de información pasada para predecir una situación futura, porque se basa exclusivamente en lo que la historia refleja. Taleb afirma que el humano racionaliza los eventos sólo después de que ocurren: mientras esto no ocurra hay un sentido de falsa confianza y ceguera ante el riesgo generado por eventos que, por no haber ocurrido, se consideran altamente improbables. Riesgo que Taleb considera que no puede ser modelado por la naturaleza de los eventos atípicos y la falta de información que existe acerca de ellos antes de que sucedan. Sin embargo, como en muchos métodos de análisis de decisiones en los que se carece de información de eventos posibles pero que nunca han ocurrido, los expertos pueden asignar o modificar las probabilidades de transición de acuerdo con la percepción de las condiciones económicas a las que se crea que el pago del sujeto de crédito es vulnerable.

Si bien el VaR es una metodología que ha sido criticada por tratar de predecir el futuro con base en información histórica, es mucho mejor realizar decisiones informadas con los datos estadísticos disponibles, que realizarlas con alta carga de subjetividad o “intuición”.

5. Conclusiones

Para la instrumentación del VaR como metodología de administración de riesgo en el microfinanciamiento mexicano se requieren matrices de probabilidades de transición que reflejen el cumplimiento del pago de los deudores en el sector, y como se mencionó anteriormente, ni la comisión reguladora de las instituciones microfinancieras (CNBV), ni organizaciones públicas o privadas proporcionan matrices de transición para la cartera del microcrédito mexicano.

Esta construcción requiere el manejo de sistemas de calificación dentro de las instituciones de microcrédito y acceso a un archivo histórico de cartera del que se puedan obtener los pagos de los microcréditos, para generar las frecuencias relativas de las transiciones entre las distintas calificaciones.

Si bien el universo de microfinancieras en México es amplio, no se puede afirmar que la muestra estudiada en este artículo sea representativa del sector, el sector de la población al que van dirigidos los servicios financieros presenta características muy similares, por lo que es verosímil pensar que el microfinanciamiento toma lugar de manera similar en las distintas instituciones de microcrédito. Sin embargo, esto queda por demostrar, es menester de las instituciones unificar esfuerzos para caracterizar de una mejor forma a los socios a los que ofrecen servicios financieros.

El propósito de esta investigación ha sido proveer herramientas para una mejor administración de riesgo en México, no obstante quedan muchas preguntas por responder para describir el comportamiento de los clientes del microcrédito. Sería interesante conocer las diferencias en la transición de pagos para clientes representados con grupos solidarios o conocer las transiciones según el destino de los créditos, como por ejemplo: ¿qué comportamiento de pago presenta el sector agrícola? ¿el de comercio? ¿quién presenta más mora, un crédito destinado a la producción de servicios o uno que produce bienes?

Cada número tiene una historia detrás de él, el conocimiento de las características de la cartera de microcrédito revela la situación de la institución y también la de los beneficiarios. Consideramos importante dar continuidad a investigaciones de tipo cuantitativo y probabilístico para enriquecer el conocimiento del fenómeno de las microfinanzas.

Con este análisis se pretende que se valoren las ventajas de incluir prácticas probabilísticas en la administración de riesgo y la riqueza de información que cada institución microfinanciera posee, para in-

centivar la cooperación, un mejor conocimiento del sector de las microfinanzas y el someter a prueba los paradigmas existentes, en suma para un mejor ejercicio de las microfinanzas.

Referencias

- Alpízar, C. y C. González. 2006. El sector de las microfinanzas en México, en C. González (comp.), *Los mercados de las finanzas populares y rurales en México. Una visión global rápida sobre su multiplicidad y alcance*, Ohio University, pp.7-48.
- Agresti, A. and B. Coull. 1998. Approximate is Better Than 'Exact' for Interval Estimation of Binomial Proportions, *The American Statistician*, 52: 119-126.
- Akerlof, G. 1970. The Market for "Lemons": Quality Uncertainty and the Market Mechanism, *The Quarterly Journal of Economics*, 84(3): 488-500.
- Bicciato, F., L. Foschi, E. Bottaro y F. Ivardi. 2002. Microfinanzas en países pequeños de América Latina: Bolivia, Ecuador y El Salvador, Serie desarrollo productivo, núm. 121, CEPAL.
- Brown, L., T. Cai y A. Dasgupta. 2001. Interval Estimation for a Binomial Proportion, *Statistical Science* 16: 101-133.
- Byström, H. 2007. Structured Microfinance, *The Journal of Structured Finance*, 13(2): 26-28.
- Carty, L. y J. Fons. 1994. Measuring Changes in Corporate Credit Quality, *The Journal of Fixed Income*, 4(1): 2741.
- Chant, S. 1997. Women-Headed Households: Poorest of the Poor? Perspectives from Mexico, Costa Rica and the Philippines, *IDS Bulletin*, 28(3): 26-48.
- Cheston, S. y L. Kuhn. 2002. Empowering Women through Microfinance, <www.microcreditsummit.org/papers/empowerment.pdf>.
- CNBV. 2009. Circular única de ahorro y crédito popular. Anexo-D. Procedimiento para la calificación y constitución de estimaciones preventivas, <www.cnbv.gob.mx/Anexos/Anexo%20D%20Org%20Int.doc>.
- Coneval. 2009. Evolución de la pobreza en México, <www.coneval.gob.mx/contenido/med_pobreza/3967.pdf>.
- Clopper, C. y E. Pearson. 1934. The Use of Confidence or Fiducial Limits Illustrated in the Case of the Binomial, *Biometrika*, 26(4): 404-413.

- D'Amico, G., J. Janssen y R. Manca. 2008. Credit risk migration semi-Markov models: a reliability approach, *Computational Economics*, 29: 119-138.
- Davis, P. y B. Baulch. 2009. Parallel Realities: Exploring Poverty Dynamics Using Mixed Methods in Rural Bangladesh, Chronic Poverty Research Centre Working Paper, núm. 142.
- Derivatives Strategy. 1997. The World according to Nassim Taleb, <www.derivativesstrategy.com/magazine/archive/1997/1296qa.asp>.
- Duffie, D. y K. Singleton. 1999. Modeling Term Structures of Defaultable Bonds, *The Review of Financial Studies*, 12: 687-719.
- Esquivel, H. 2010. Medición del efecto de las microfinanzas en México, Comercio Exterior, 60(1): 9-27.
- Glaubitt, K., H.M. Hagen, J. Feist y M. Beck. 2008. Reducing Barriers to Microfinance Investments: The Role of Structured Finance, en I. Matthäus-Maier y J. Pischke (comps.), *New Partnerships for Innovation in Microfinance*, <www.springerlink.com/content/978-3-540-93898-9/contents/>, pp. 349-378.
- González, C. y F. Gómez. 2006. Formas de asociación cooperativa y su participación en la provisión de servicios financieros en las áreas rurales, Programa Finanzas Rurales: Los mercados de las finanzas populares y rurales en México. Una visión global rápida sobre su multiplicidad y alcance, núm. IV, The Ohio State University, USAID México.
- Hanson, S. y T. Schuermann. 2006. Confidence Intervals for Probabilities of Default, *Journal of Banking & Finance*, 30(8): 2281-2301.
- Jacobson, T., J. Lindé y K. Roszbach. 2003. Internal Ratings Systems, Implied Credit Risk and the Consistency of Banks' Risk Classification Policies, *Journal of Banking & Finance*, 30(7): 1899-1926.
- Jansson, T. y M. Wenner. 1997. *Financial Regulation and its Significance for Microfinance in Latin America and the Caribbean*, Inter-American Development Bank, Washington D.C.
- Jarrow, R. y S. Turnbull. 1995. Pricing Derivatives on Financial Securities Subject to Credit Risk, *Journal of Finance*, 50(1): 53-85.
- Jarrow, R., D. Lando y S. Turnbull. 1997. A Markov Model for the Term Structure of Credit Risk Spreads, *The Review of Financial Studies*, 10(2): 481-523.
- Jorion, Ph. 1997. *Value at Risk: The New Benchmark for Controlling Market Risk*, McGrawHill.
- J.P. Morgan Securities. 2000. *Modeling Credit Migration, Risk Management Research. Inc.*, <www.defaultrisk.com/_pdf6j4/Modeling%20Credit%20Migration.pdf>.
- Moody's Investors Service. 2009. *Moody's Rating Symbols and Definitions*, <www.moody's.com/sites/products/AboutMoody'sRatingsAttachments/MoodysRatingsSymbolsand%20Definitions.pdf>.
- . 2010. *Structured Finance rating Transitions: 1983-2009 - Appendix III: Multi-Year Transition Matrices*, <www.moody's.com/research/Structured-Finance-Rating-Transitions-1983-2009-Appendix-III-Multi-Year-PBC_123554>.
- ProDesarrollo. 2008. *Benchmarking de las microfinanzas en México 2007: Un informe del sector*, <www.prodesarrollo.org/sites/default/files/documentos>

- /benchmarking/Benchmarking%20de%20las%20microfinanzas%20en%20Mexico%202008.pdf>.
- . 2011. *Benchmarking de las microfinanzas en México 2010: Un informe del sector*, <www.prodesarrollo.org/sites/default/files/documentos/benchmarking/bench%202011ch.pdf>.
- Rodríguez, V. 2010. Mapa del microfinanciamiento en México, en V. Rodríguez y D. Camino (comps.), *Un acercamiento a la eficiencia del microfinanciamiento en México*, México, Universidad de las Américas, pp. 19-69.
- Standard&Poor's. 2009. *General: Rating Definitions and Terminology*, <www.standardandpoors.com/prot/ratings/articles/en/us/?articleType=HTML&assetID=1245319233778>.
- . 2011. *Default, Transition, and Recovery: International Local and Regional Governments Default and Transition Study, 2010 Update*, <www.standardandpoors.com/prot/ratings/articles/en/us/?assetID=1245301719681>.
- Superintendencia Financiera de Colombia. 2010. *Reporte de estabilidad financiera 2010*, Bogotá, Banco de la República.
- van Greuning, H., J. Gallardo y B. Randhawa. 1998. A Framework for Regulating Microfinance Institutions, World Bank Policy Research Working Papers, núm. 2061.
- Women Entrepreneurship Development Trust Fund [WEDTF]. 2010. <www.wedtf.or.tz/>.
- Yates, R. y D. Goodman. 2005. *Probability and Stochastic Processes. A Friendly Introduction for Electrical and Computer Engineers*, John Wiley & Sons.
- Yunus, M. 2008. *Creating a World Without Poverty: Social Business and the Future of Capitalism*, Public Affairs.
- Zuñiga, M. 2004. Acceso al crédito de las mujeres en América Latina, trabajo preparado dentro del Proyecto CEPAL/GTZ: Políticas laborales con enfoque de género, Santiago de Chile, <www.eclac.cl/mujer/proyectos/gtz/publicaciones/word_dloc/MurielZuniga.pdf>.

Anexo A*Enfoque de cohorte o la estimación de cadenas de Markov en tiempo discreto*

El enfoque de cohorte es un estudio longitudinal que periódicamente mide la característica de interés en una población. Para una muestra de observaciones cuyas transiciones entre los diferentes estados transcurren en tiempos discretos $t = 0, \dots, T$, se consideran las siguientes variables:

X_t es la variable aleatoria discreta del estado i en el periodo t .

$n_i(t)$ es el número de observaciones en el estado i en el período t .

$n_{ij}(t)$ es el número de observaciones que transicionaron de i en el período $t - 1$ a j en el periodo t .

$N_i(T) = \sum_{t=0}^{T-1} n_i(t)$ es el número total de observaciones que se encontraban en el estado i al principio de los periodos de transición.

$N_{ij}(T) = \sum_{t=1}^T n_{ij}(t)$ es el número total de transiciones observadas de i a j a lo largo de todo el periodo.

$S_x = \{s_1, s_2, \dots, s_K\}$ es el conjunto de valores de la variable discreta X_n .

El análisis se realiza bajo la suposición de que las transiciones de las observaciones son independientes en periodos t homogéneos. El supuesto de independencia relaja el cálculo de las probabilidades condicionales, al no tener que estimar la probabilidad conjunta de los eventos, además de que estamos asumiendo que las condiciones económicas de los créditos otorgados, en diferentes momentos del tiempo, cambian y no hay estudios que muestren la evolución y/o relación de un acreditado para considerar la probabilidad conjunta. En este primer acercamiento asumimos independencia y se deja para un estudio posterior el planteamiento de la hipótesis de probabilidad conjunta. Además del supuesto de independencia, se condiciona sobre el estado inicial

$$P(x_{n+1} = j | x_n = i) = p_{ij} \quad (3)$$

Bajo la suposición de independencia, la probabilidad de una secuencia particular

$$x_0, x_1, x_2 \dots x_T \quad (4)$$

de un crédito es

$$p_{x_0, x_1} \cdot p_{x_1, x_2} \cdots p_{x_{T-1}, x_T} \quad (5)$$

La función completa de máxima verosimilitud es el producto de las verosimilitudes individuales. Así,

$$\prod_{(i,j)} p_{ij}^{N_{ij}(T)} \quad (6)$$

donde

$$p_{ij}^0 = 1 \quad (7)$$

Al aplicar logaritmo a la función queda

$$\sum_{(i,j)} N_{i,j}(T) \cdot \log p_{ij} \quad (8)$$

De la propiedad de cadenas de Markov

$$\sum_{j=1}^K p_{ij} = 1 \quad \forall i \in S_x \quad (9)$$

obtenemos una restricción y se llega al siguiente problema de maximización:

$$\text{Maximizar } \sum_{(i,j)} N_{i,j}(T) \cdot \log p_{ij} \quad (10)$$

s.a.

$$\sum_{j=1}^K p_{ij} = 1 \quad \forall i \in S_x \quad (11)$$

Su solución a través de multiplicadores de Lagrange deriva en el estimador de máxima verosimilitud

$$\hat{p}_{ij} = \frac{N_{ij}(T)}{N_i(T)} \quad \forall i, j \in S_x \quad (12)$$

Dicho estimador se calcula para cada una de las posibles transiciones entre estados, y corresponde a cada par $(i, j) \in S_x$ que estará contenido en la matriz de probabilidades de transición.

Anexo B

Intervalos de confianza para las matrices de probabilidades de transición crediticia

Una vez que se cuenta con las estimaciones de las probabilidades de transición es deseable construir un intervalo de confianza para las mismas. Bajo la suposición de que tanto el incumplimiento como las transiciones de calificaciones son variables aleatorias binomiales, como se consideran dentro del enfoque de cohorte, es posible usar el intervalo de confianza estándar de Wald. Sin embargo, su uso depende de la suposición de que el estimador de máxima verosimilitud de la probabilidad de transición correspondiente a cada calificación es calculado de un conjunto de observaciones idénticamente distribuidas. Esto implica que, en el caso de la probabilidad de incumplimiento, ésta no varía sistemáticamente en el tiempo o por industria y, en el caso de la cartera de microcréditos, que la probabilidad de impago de

un cliente es independiente de cualquier otro cliente en el mismo periodo de evaluación. Puesto que pueden existir factores comunes entre los clientes, como la situación de la economía que repercute en todos los deudores aunque en distinta magnitud. Hanson y Schuermann (2006) consideran, por todo esto, que el intervalo de confianza de Wald es muy estrecho. Brown, Cai y Dasgupta (2001) han mostrado que la cobertura del intervalo de Wald puede ser significativamente menor que su valor nominal, tanto para los casos cuando el parámetro de proporción está en los límites del intervalo $[0,1]$ como a lo largo de él.

Agresti y Coull (1998) propusieron un intervalo que se puede usar cuando el número de observaciones de cada transición es, por lo menos, de 40. Este intervalo se puede entender como añadir a las observaciones dos sucesos y dos fracasos, cuando se busca una confianza de 95 por ciento. La cobertura dada, éste intervalo es más cercano al valor nominal de la probabilidad real, como lo muestra el trabajo de Brown, Cai y Dasgupta (2001).

El intervalo de Clopper y Pearson (1934) brinda una solución exacta al ser construida a partir de una distribución binomial que proporciona un valor mínimo y uno máximo a la probabilidad de transición. Se eligió la solución exacta Clopper y Pearson (1934) para los intervalos de confianza de las probabilidades de transición en cada matriz construida en la presente investigación. Bajo las suposiciones de transiciones independientes del tiempo y del acreedor del crédito, así como población infinita, el número de transiciones desde un estado i a un estado j se distribuye binomialmente con:

$$N_{ij}(T) = \sum_{t=1}^T n_{ij}(t) \quad (13)$$

número de éxitos y un parámetro de proporción p_{ij} cuyo estimador de máxima verosimilitud es \hat{p}_{ij} .

Los intervalos de confianza para cada p_{ij} se construyen resolviendo para una proporción mínima y máxima de cola izquierda y derecha, respectivamente, como sigue:

$$\sum_{k=N_{ij}}^{N_i} \binom{N_i}{k} p_{ij}^k (1 - p_{ij})^{N_i - k} = \alpha/2 \quad \forall (i, j) \quad (14)$$

$$\sum_{k=0}^{N_{ij}} \binom{N_i}{k} p_{ij}^k (1 - p_{ij})^{N_i - k} = \alpha/2 \quad \forall (i, j) \quad (15)$$

Anexo C

Cuadro 18

Intervalos de confianza para matriz de transición general, $\alpha = 5\%$

	A			B			C			D		
	%											
A	98.44	-	100.00	0.60	-	0.76	0.80	-	1.01	0.02	-	0.08
B	11.74	-	14.93	37.81	-	42.75	43.40	-	48.92	3.80	-	5.91
C	4.76	-	7.32	0.21	-	0.83	36.76	-	41.57	51.66	-	57.99
D	4.12	-	6.41	0.16	-	0.68	0.01	-	0.01	34.22	-	38.84
E	3.21	-	5.11	0.01	-	0.55	0.00	-	0.04	0.00	-	0.04
F	5.16	-	7.80	0.01	-	0.30	0.00	-	0.03	0.00	-	0.03
G	0.72	-	1.49	0.00	-	0.01	0.00	-	0.01	0.00	-	0.01
H	0.22	-	0.78	0.00	-	0.02	0.00	-	0.02	0.00	-	0.02

	E			F			G			H		
	%											
A	0.00	-	0.00	0.00	-	0.00	0.00	-	0.00	0.00	-	0.00
B	0.00	-	0.04	0.00	-	0.04	0.00	-	0.04	0.00	-	0.04
C	3.55	-	5.53	0.00	-	0.04	0.00	-	0.04	0.00	-	0.04
D	54.45	-	61.15	3.79	-	5.94	0.00	-	0.04	0.00	-	0.04
E	37.02	-	41.99	56.95	-	61.05	0.00	-	0.04	0.00	-	0.04
F	0.00	-	0.03	65.08	-	69.26	27.60	-	31.27	0.00	-	0.03
G	0.00	-	0.01	0.00	-	0.01	90.19	-	95.11	8.21	-	10.30
H	0.00	-	0.02	0.00	-	0.02	0.00	-	0.02	99.59	-	100.00

Cuadro 19
Intervalos de confianza para matriz de transición
género femenino, $\alpha = 5\%$

	A			B			C			D		
	%											
A	98.84	-	100.00	0.70	-	0.91	0.29	-	0.45	0.00	-	0.04
B	0.70	-	1.09	97.63	-	100.00	1.15	-	1.75	0.16	-	0.36
C	3.35	-	5.38	0.76	-	2.60	36.56	-	41.61	52.07	-	58.73
D	2.89	-	6.07	2.26	-	4.84	0.02	-	0.02	33.61	-	38.43
E	2.71	-	5.74	2.67	-	5.67	0.00	-	0.06	0.00	-	0.06
F	1.98	-	4.12	3.90	-	6.08	0.00	-	0.04	0.00	-	0.04
G	1.45	-	2.30	3.89	-	3.89	0.00	-	0.02	0.00	-	0.02
H	5.63	-	8.53	6.72	-	6.72	0.00	-	0.03	0.00	-	0.03

	E			F			G			H		
	%											
A	0.00	-	0.00	0.00	-	0.00	0.00	-	0.00	0.00	-	0.00
B	0.00	-	0.01	0.00	-	0.01	0.00	-	0.01	0.00	-	0.01
C	3.45	-	5.52	0.00	-	0.05	0.00	-	0.05	0.00	-	0.05
D	53.24	-	60.09	3.80	-	6.09	0.00	-	0.06	0.00	-	0.06
E	36.75	-	41.95	54.08	-	61.06	0.00	-	0.06	0.00	-	0.06
F	0.00	-	0.04	63.82	-	68.11	27.51	-	31.35	0.00	-	0.04
G	0.00	-	0.02	0.00	-	0.02	86.17	-	91.04	7.37	-	9.34
H	0.00	-	0.03	0.00	-	0.03	0.00	-	0.03	86.51	-	91.55

Cuadro 20
Intervalos de confianza para matriz de transición
género masculino, $\alpha = 5\%$

	A			B			C			D		
	%											
A	98.70	-	100.00	0.59	-	1.28	0.31	-	0.70	0.02	-	0.17
B	1.17	-	2.63	95.83	-	100.00	1.69	-	3.64	0.10	-	0.80
C	6.33	-	14.62	0.94	-	7.22	33.09	-	50.97	46.32	-	59.78
D	6.00	-	14.20	1.00	-	7.85	0.00	-	0.43	33.14	-	51.42
E	5.19	-	18.54	1.31	-	10.00	0.00	-	0.51	0.00	-	0.51

Cuadro 20
(continuación)

	A			B			C			D		
	%											
F	3.14	-	11.31	2.25	-	8.55	0.00	-	0.32	0.00	-	0.32
G	1.13	-	4.32	2.65	-	6.17	0.00	-	0.16	0.00	-	0.16
H	4.06	-	9.29	3.94	-	9.02	0.00	-	0.21	0.00	-	0.21

	E			F			G			H		
	%											
A	0.00	-	0.02	0.00	-	0.02	0.00	-	0.02	0.00	-	0.02
B	0.00	-	0.05	0.00	-	0.05	0.00	-	0.05	0.00	-	0.05
C	2.71	-	10.24	0.00	-	0.37	0.00	-	0.37	0.00	-	0.37
D	46.15	-	59.92	2.33	-	9.33	0.00	-	0.43	0.00	-	0.43
E	33.93	-	53.00	48.51	-	63.16	0.00	-	0.51	0.00	-	0.51
F	0.00	-	0.32	61.61	-	77.71	24.77	-	38.64	0.00	-	0.32
G	0.00	-	0.16	0.00	-	0.16	85.47	-	91.43	6.65	-	14.09
H	0.00	-	0.21	0.00	-	0.21	0.00	-	0.21	88.14	-	94.32