ESPECIFICACIÓN DE UN SISTEMA DE DEMANDA Y SU APLICACIÓN A MÉXICO

Pascual García Alba Iduñate
Comité de Asesores Económicos de la Presidencia (México)

Muchos análisis empíricos del bienestar económico requieren, como insumo, el conocimiento de las elasticidades de un sistema de demanda consistente con los postulados de la teoría del consumidor; en especial, que la matriz de Slutsky de derivadas con respecto a los precios de la demanda compensada sea negativa semidefinida. Las dificultades prácticas para imponer esta restricción en especificaciones muy generales ha llevado, en la práctica, al uso casi exclusivo, en ese tipo de estudios, del Sistema Lineal de Gasto (Deaton y Muellbauer, 1980). El problema con este procedimiento es que la imposición de utilidad aditiva que se halla implícita en el Sistema Lineal de Gasto (SLG) implica que: a) las elasticidades precio cruzadas sean cercanas a cero, y b) que las elasticidades respecto del propio precio sean casi proporcionales a las elasticidades ingreso (Deaton, 1974). De éstos, el problema más serio es quizá el segundo, ya que, en las palabras de Deaton:

> Puesto que el número completo de efectos cruzados de los precios casi nunca es estimable sin información previa y puesto que estos efectos son probablemente de importancia limitada, . . . el supuesto de aditividad podría ser enormemente útil. . . Sin embargo, las restricciones sobre las elasticidades respecto del propio precio y la evidencia acerca de la distorsión ponen en entredicho la utilidad de este supuesto.

En la primera sección de este estudio se desarrolla una especificación general de la función de la utilidad. En la segunda se muestra que la función de Geary-Stone, de la que se deriva el SLG (Geary, 1950-1951), es un caso especial de aquélla, y después se estudia otro caso especial de dicha especificación general que no impone las restricciones sobre elasticidades ingreso y precio propio que se derivan, en el caso del SLG, del supuesto de aditividad. Las implicaciones de este sistema respecto de las elasticidades precio son entonces comparadas con las del SLG, en términos teóricos. En la tercera sección se dan algunas razones de por qué el sistema de demanda propuesto podría ser preferible a otro aparentemente mucho más flexible: el Sistema de Demanda Casi Ideal (Deaton y Muellbauer, 1980). En la cuarta sección, se estiman los dos casos de la especificación general discutidos en la segunda sección: el SLG y el Sistema Alternativo Propuesto (SAP). Luego, se comparan las estimaciones de ambos sistemas. En la última sección se enfatizan las conclusiones más relevantes de este estudio.

1. Especificación de la función de utilidad

La especificación general de funciones de utilidad que se explorará aquí es la siguiente:

$$V(x) = \text{máx } \overline{V}[V_j(x^j)],\ j = 1, \ldots, s, \qquad (1.1)$$

$$\Sigma_j x^j \leq x$$

en la que la utilidad V es función, solamente, del vector x de los consumos totales de cada una de las n mercancías:

$$x' = (x_1\ x_2 \ldots x_n) \qquad (1.2)$$

La función de utilidad total es igual al valor máximo de otra función $\overline{V}$ de s funciones particulares de utilidad V_j, sujeto a la restricción de que la suma de los argumentos x^j sea igual a la disponibilidad total $\Sigma x^j = x$, donde la igualdad refleja el supuesto de no saciedad. Para mostrar que $V(x)$ cumple con los requisitos impuestos por la teoría del consumidor, es necesario demostrar que los conjuntos de la forma $(x|V(x) \geq k)$ son convexos.

Se supone que cada una de las funciones V_j cumple con todos los supuestos usuales de la teoría del consumidor, en el sentido de que cualquiera de ellas sería aceptable como una función de utilidad simple. De hecho, el supuesto que aquí se hace es aún más restrictivo, al exigirse que las funciones V_j sean semicóncavas:

$$V_j[\lambda a^j + (1-\lambda)\, b^j] \geq \lambda V_j(a^j) + (1-\lambda)\, V_j(b^j) \qquad (1.3)$$

Este mismo supuesto de semiconcavidad se hace para la función $\overline{V}$:

$$\overline{V}[\lambda V_j(a^j) + (1-\lambda) V_j(b^j)] \geq \lambda \overline{V}[V_j(a_j)] + (1-\lambda)\overline{V}[V_j(b^j)] \qquad (1.4)$$

Para demostrar que los conjuntos $(x|V(x) \geq k)$ son convexos, tomemos $V(a) = V(b)$, $0 \leq \lambda \leq 1$, $\Sigma_j a^j = a$, y $\Sigma_j b^j = b$, donde a^j y b^j son los valores que maximizan el lado derecho de (1.1), sujeto a las disponibilidades totales a y b, respectivamente. Es claro que:

$$V[\lambda a + (1-\lambda)\, b] \geq \overline{V}\,[V_j(\lambda a^j) + (1-\lambda)\, b^j], \tag{1.5}$$

ya que, de acuerdo a la definición (1.1), V maximiza $\overline{V}$. Ahora, haciendo uso del supuesto de semiconcavidad de las funciones V_j (1.3), resulta que:

$$\overline{V}\,(V_j\,[\lambda a_j + (1-\lambda)\, b^j]) \geq \overline{V}\,[\lambda V_j(a^j) + (1-\lambda)\, V_j(b^j)] \tag{1.6}$$

Pero, debido a la semiconcavidad de $\overline{V}$,

$$\begin{aligned}\overline{V}\,[\lambda V_j(a^j) + (1-\lambda)\, V_j(b^j)] &\geq \lambda \overline{V}\,[V_j(a_j)] + (1-\lambda)\, \overline{V}\,[V_j(b_j)] = \\ &= \lambda V(a) + (1-\lambda)\, V(b)\end{aligned} \tag{1.7}$$

De (1.5), (1.6), (1.7) y $V(a) = V(b)$, se sigue que $V[\lambda a + (1-\lambda)\, b] \geq V(a) = V(b)$, con lo que la convexidad de los conjuntos $(x|V(x) \geq k)$ queda demostrada.

El problema de maximizar la función de utilidad $V(x)$ —la que, como ha sido demostrado, es una función de utilidad válida que cumple con los supuestos de la teoría del consumidor—, sujeto a precios e ingresos constantes, puede, bajo ciertas condiciones, ser descompuesto, de una manera ficticia, pero analíticamente válida, en dos problemas. El primero consiste en la determinación de la fracción del ingreso total a ser gastada en cada subcanasta x^j ($j = 1, \ldots, s$) y el segundo en escoger cada elemento de x^j para maximizar la respectiva V_j, sujeto a la fracción del ingreso que le corresponda. Por supuesto, éste es un procedimiento completamente ficticio. No se quiere con esto implicar que, en efecto, los individuos tengan varias funciones de utilidad. El propósito es obtener funciones de utilidad simples que, siendo una especie de combinación de otras, sean más flexibles que cualquiera de estas últimas individualmente.

Para obtener el máximo de utilidad $\overline{V}$, la siguiente condición debe cumplirse:

$$\frac{\partial \overline{V}}{\partial V_i}\frac{\partial V_i}{\partial Y_i} = \frac{\partial \overline{V}}{\partial V_j}\frac{\partial V_j}{\partial Y_j} \qquad i, j = 1, \ldots, s, \tag{1.8}$$

donde Y_k es el ingreso gastado en la subcanasta x^k. Escribiendo esta última condición en forma de elasticidades:

$$\frac{Y_i}{Y_j} = \frac{\gamma_i}{\gamma_j}\frac{\mu_i}{\mu_j} \qquad i, j = 1, \ldots, s, \tag{1.9}$$

donde γ_k es la elasticidad de $\overline{V}$ respecto de V_k y μ_k la de V_k respecto de Y_k. La participación de Y_i en Y es, entonces,

$$\beta_i = \frac{\gamma_i\, \mu_i}{\Sigma_k\, \gamma_k\, \mu_k} \tag{1.10}$$

Una vez que se conocen las fracciones de ingreso, las demandas totales por cada una de las mercancías pueden ser expresadas de la siguiente manera:

$$x_i = \sum_{j=1}^{s} x_i^j (p, \beta_j Y), \qquad i = 1, \ldots, n, \tag{1.11}$$

donde $p = (p_1 p_2 \ldots p_n)$ es el vector de precios y $x_i^j (p, Y_j)$ es la función de demanda que se obtiene de maximizar V_j. Suponiendo que todas las funciones x_i^j son derivadas de funciones de utilidad homogéneas, tenemos:

$$x_i^j (p, \beta_j Y) = \beta_j Y \cdot x_i^j (p,1),$$

de suerte que (1.11) puede expresarse en términos de participaciones en el ingreso, $y_i = p_i x_i / Y$, como:

$$y_i = \sum_{j=1}^{s} \beta_j y_i^j (p), \; i = 1, \ldots, n. \tag{1.12}$$

La ecuación anterior representa un método muy conveniente y sencillo para combinar diferentes sistemas de demanda en uno solo que posea todas las virtudes de cada uno de ellos, más otras que se derivan de su combinación. Las ventajas operacionales de (1.12) se ven aumentadas cuando las β_j se toman como constantes. Ello es consistente con (1.9), haciendo

$$\overline{V} = \prod_{j=1}^{s} V_j^{\alpha_j} \qquad \alpha_j \geq 0; j = 1, \ldots, n, \tag{1.13}$$

puesto que en este caso las elasticidades de $\overline{V}$ respecto de V_k son constantes ($\gamma_k = \alpha_k$), mientras que la constancia de la elasticidad de V_k respecto de Y_k está asegurada por el supuesto de homogeneidad en (1.12). Resulta entonces que, en este caso, las β_j son constantes, de acuerdo con (1.10). En todas las aplicaciones que aquí se harán las β_j serán tomadas como constantes.

Un inconveniente de (1.12) es el de imponer elasticidades ingreso unitarias, al estar derivada de funciones de utilidad homogéneas. Para eliminar la homogeneidad de la función de utilidad implícita —la equivalente de (1.1)—, se desplazan las coordenadas de dicha función de utilidad en las magnitudes expresadas en el vector $q = (q_1, \ldots, q_n)$, con lo que (1.12) se transforma en

$$y_i = [\sum_{j=1}^{s} \beta_j y_i^j (p)] \left(1 - \frac{\Sigma_k q_k p_k}{Y}\right) + \frac{q_i p_i}{Y}, \qquad i = 1, \ldots, n. \tag{1.14}$$

Puesto que (1.12) está bien definida para $x \geq 0$, (1.14) está bien definida para $x \geq q$. Obviamente, no quedan excluidos los valores negativos de q_k, siempre y cuando $x_k \geq 0$. La función (1.14), a la que llamaremos función generadora de sistemas de demanda, será utilizada en la siguiente sección.

2. Dos casos especiales de la función generadora de sistemas

En esta sección se combinarán dos sistemas de demanda ($s = 2$) derivados de una función de utilidad Cobb-Douglas y de una del tipo Leontief, respectivamente:

$$y_i^1 = b_i \qquad i = 1, \ldots, n \tag{2.1}$$

$$y_i^2 = \frac{a_i p_i}{\Sigma_k a_k p_k}, \qquad i,k = 1, \ldots, n, \tag{2.2}$$

donde b_i y a_i son constantes no negativas.

Es inmediatamente obvio que si sustituimos (2.1) y (2.2) en (1.14) con $\beta_2 = 0$ ($\beta_1 = 1$), obtenemos el Sistema Lineal de Gasto (SLG):

$$y_i = b_i \left(1 - \frac{\Sigma_k q_k p_k}{Y}\right) + \frac{q_i p_i}{Y}, \qquad i = 1, \ldots, n. \tag{2.3}$$

Pero este sistema no es más que un caso especial de (1.12) en el que (2.1) y (2.2) se combinan con $\beta_2 > 0$, y que da como resultado el Sistema Alternativo Propuesto (SAP):

$$y_i = \left[\beta b_i + (1 - \beta)\frac{a_i p_i}{\Sigma_k a_k p_k}\right]\left[1 - \frac{\Sigma_k q_k p_k}{Y}\right] + \frac{q_i p_i}{Y}, \qquad i = 1, \ldots, n. \tag{2.4}$$

donde se imponen las restricciones siguientes:

$$q'p < Y, \qquad 0 \leq \beta \leq 1, \qquad b \geq 0 \text{ y } a \geq 0. \tag{2.5}$$

para asegurar que el sistema cumpla con todos los postulados de la teoría del consumidor.

El SAP tiene ventajas claras sobre el SLG. Puesto que este último es un caso especial del primero, cualquier característica satisfactoria de SLG también lo es del SAP. Ninguno de los dos sistemas acepta la existencia de bienes inferiores ni de bienes sustitutos brutos cuando los niveles de subsistencia (q_k) son no negativos.[1] Mientras que en el SLG todos los bienes son

[1] Si las condiciones (2.5) suficientes, pero no necesarias, para que la matriz de Slutsky sea negativa semidefinida, fueran desechadas, entonces el SAP podría aceptar bienes inferiores y sustituibilidad bruta. La inflexibilidad impuesta por (2.5) es un costo que hay que aceptar para asegurar, de manera sencilla, la negatividad de dicha matriz.

sustitutos netos entre sí, en el SAP puede haber tanto sustituibilidad como complementariedad neta entre bienes. Pero quizá el aspecto más satisfactorio del SAP, en comparación con el SLG, es el de que elimina la restricción *ex ante* de proporcionalidad cercana entre las elasticidades ingreso y las elasticidades respecto del precio propio. Todas estas relaciones del SLG y del SAP se derivan de las fórmulas de las elasticidades en el cuadro 2.1, recordando que el SLG es un caso especial del SAP con $\beta = 1$.

CUADRO 2.1

Fórmulas de las elasticidades del SAP[1]

$$\eta_i = \frac{1}{y_i} \cdot [\beta b_i + (1 - \beta) A_i]$$

$$\eta_{ii} = -\frac{(1 - G)}{y_i} [\beta b_i + (1 - \beta) A_i^2] - \eta_i Q_i$$

$$\eta^*_{ii} = -\frac{(1 - G)}{y_i} [\beta b_i + (1 - \beta) A_i^2] + \eta_i (y_i - Q_i)$$

$$\eta_{ij} = -(1 - \beta) \frac{(1 - G)}{y_i} A_i A_j - \eta_i Q_j ; \quad i \neq j$$

$$\eta^*_{ij} = -(1 - \beta) \frac{(1 - G)}{y_i} A_i A_j + \eta_i (y_j - Q_j); \quad i \neq j$$

donde:

$$G = \Sigma_k \frac{q_k p_k}{Y}; \qquad A_k = \frac{a_k p_k}{\Sigma_r a_r p_r}; \qquad Q_k = \frac{q_k p_k}{Y}$$

[1] η_k es la elasticidad ingreso de la demanda de la mercancía k; η_{ij} es la elasticidad de la demanda de la mercancía i respecto del precio de la mercancía j; y el asterisco se refiere a las demandas compensadas.

3. El SAP y el Sistema de Demanda Casi Ideal

Existen en la literatura varias especificaciones de sistemas de demanda que se piensa que son muy flexibles y, que de ser el caso, harían que la labor de buscar una especificación alternativa fuera estéril. Concentremos la atención en el Sistema de Demanda Casi Ideal (SDCI), que algunos sostienen que es mejor que cualquier otra especificación existente. Sin embargo, el SAP puede, en muchas circunstancias, ser superior al SDCI en al menos dos aspectos, de naturaleza práctica uno y teórica el otro. Primero, el SDCI requiere la estimación de $2(n - 1) + n(n + 1)/2$ parámetros independientes (número que parece excesivo para cualquier aplicación muy desagregada), de acuerdo con su especificación:

$$y_i = \alpha_i + \Sigma_j \gamma_{ij} \log p_j + \delta_i \log (Y/p), \qquad i = 1, \ldots, n \qquad (3.1)$$

donde

$$\log p = \alpha_o + \Sigma_i \alpha_i \log p_i + \tfrac{1}{2} \Sigma_i \Sigma_j \gamma_{ij} (\log p_i) (\log p_j)$$

y las siguientes restricciones son impuestas:

$$\Sigma_i \alpha_i = 1, \Sigma_i \beta_i = 0, \quad \Sigma_j \gamma_{ij} = 0, \quad \Sigma_i \gamma_{ij} = 0, \quad \gamma_{ij} = \gamma_{ji} \qquad (3.2)$$

En segundo lugar, las restricciones (3.2) aseguran que $\Sigma_i y_i = 1$ y la simetría de la matriz de Slutsky, pero no el que ésta sea negativa semidefinida. Para algunas aplicaciones, esto último no sería un inconveniente si, como en algunos estudios se ha supuesto, el SDCI fuera lo suficientemente flexible como para desacreditar el uso de los postulados de la teoría del consumidor individual como una aproximación satisfactoria en las demandas agregadas; lo que no es el caso, tal como será mostrado con el uso de un ejemplo sencillo. Además, existen aplicaciones en análisis de políticas que requieren de estos postulados para que los resultados tengan sentido.

Si bien el SDCI tiene justo el número suficiente de parámetros para ajustar un punto cualquiera (un conjunto de valores de y_i) con cualquier combinación de elasticidades ingreso y precio que cumplan con la restricción presupuestal, este sistema se ve en problemas cuando el mismo se ajusta a varios puntos a la vez, como es siempre el caso en la práctica. Supongamos que el interés principal se concentra en las elasticidades precio propio, más que en las cruzadas, de suerte que podemos concentrarnos en el análisis de las respuestas al precio propio en el SDCI, considerando el caso en el que en términos relativos de unos con otros todos los precios, excepto uno (el primero), son constantes. Así, el análisis colapsa al caso de dos bienes (Hicks, 1948). Para simplificar, el análisis se restringe al caso de utilidad homogénea haciendo $\delta_i = 0$, para toda "i", de manera que (3.1), tomando en cuenta (3.2) se puede escribir como:

$$y_1 = \alpha_1 + \gamma \log p_2, \qquad (3.3)$$

donde sin pérdida de generalidad, p_1 se hizo igual a la unidad. Ahora, supongamos que se tienen las observaciones siguientes:

y_1	$\log p_2$
0.02	0
0.016434	0.2

Estas observaciones pudieron haber sido generadas por una función del tipo Leontief, que es un caso especial del SAP.[2] Supongamos que tal es el

[2] Haciendo $\beta = q_1 = q_2 = 0$, $a_1 = 1$ y $a_2 = 49$ en (2.4).

caso y, por tanto, que el comportamiento de la demanda es consistente con los postulados de la teoría del consumidor, con $\eta^*_{11} = \eta^*_{22} = 0$. Sin embargo, si (3.3) es ajustado a estos datos, resultan las siguientes estimaciones:

$\log p_2$	η^*_{11}	η^*_{22}
0	−0.08855	−0.00181
0.2	+0.10131	+0.001693

las que contradicen el supuesto de que el comportamiento observado era consistente con los postulados de la teoría del consumidor, que implican $\eta^*_{ii} \leq 0$. Resulta pues injustificable rechazar estos postulados sólo porque el SDCI no pudo reproducirlos. Por otra parte, en el SAP estas elasticidades "observadas" pueden hacerse consistentes con las observaciones de y_1, puesto que el caso tipo Leontief fue modelado, explícitamente, como un caso particular de su especificación.

Por supuesto, se pueden construir otros ejemplos en los que se suponga que cierto caso especial del SDCI es cierto y el SAP dé resultados insatisfactorios. Sin embargo, se pueden hacer dos consideraciones en favor de este último. Primero, este sistema es siempre congruente con el enfoque de la utilidad; no así el SDCI. La teoría del consumidor provee algunas restricciones útiles, en un contexto donde la estimación no restringida puede dar, fácilmente, resultados absurdos. Mientras no haya evidencia seria de que estas restricciones sesgan considerablemente los resultados, lo mejor que en la práctica puede hacerse es imponerlas. Segundo, aun cuando el SDCI tiene, en el caso general, más parámetros que el SAP, éste tiene más parámetros para, en ciertas condiciones, modelar las respuestas a los precios propios. Esto puede verse comparando (3.3) con la especificación del SAP para el mismo caso (dos bienes y utilidad homogénea):

$$y_1 = \beta b_1 + (1 - \beta) \frac{p_1}{1 + a_2 p_2}, \tag{3.4}$$

[donde se hizo $a_1 = 1$, para tomar en cuenta la homogeneidad de grado cero de (2.4) respecto de las a_i]. Se puede esperar, entonces, que el SAP sea más eficiente que el SDCI para modelar elasticidades respecto del propio precio, al menos en algunos casos. Por otra parte, podría esperarse que el SDCI sea más apropiado que el SAP para modelar elasticidades cruzadas, ya que, en el caso general (más de dos bienes), hay en total más parámetros a estimar en el primero que en el segundo. Esto es, sin embargo, una ventaja más bien pequeña si, como se supone muchas veces, las respuestas cruzadas son sólo de una importancia secundaria (véase Deaton, 1974). Más aún, si el SDCI es tan ineficiente para reflejar elasticidades respecto del propio precio, no se puede sino ser sumamente escéptico respecto de las elasticidades cruzadas resultantes.

La discusión anterior subraya lo apropiado de proponer un sistema alternativo de demanda que supere algunos de los problemas de otros sistemas, como el SLG, que suponen utilidad aditiva, a pesar de la existencia de otros sistemas que supuestamente son muy flexibles, pero que imponen fuertes requerimientos de datos y que, después de todo, no son tan flexibles como parece. Esta discusión sirve también para justificar la imposición de los postulados de la teoría del consumidor, a pesar de cierta "evidencia" reciente en su contra. En la próxima sección, tanto el SLG como el SAP son estimados para la economía mexicana, con el propósito de resaltar empíricamente las ventajas del segundo.

4. Estimación del SLG y del SAP

En esta sección se discute, primero, la agregación de los datos utilizados en el análisis. Después se consideran algunos aspectos relacionados con la especificación dinámica de los sistemas de demanda aquí aplicados (el SLG y el SAP) y con la del comportamiento de los componentes aleatorios para la estimación econométrica. En seguida, ambos sistemas son estimados y los resultados comparados.

4.1. *Agregación de los datos*

Las cuentas nacionales de México (SPP, 1981, 1982 y 1983) incluyen datos sobre el consumo privado desagregados en lo que allí se denomina grandes divisiones. Todos los sectores productivos de la economía se hallan agrupados en 9 grandes divisiones. A su vez, la gran división 3 (manufacturas), es dividida en 9 divisiones. Puesto que el consumo proveniente de la gran división 4 (construcción) es cero, hay información para 16 agregados de consumo privado. La vivienda queda incluida en la gran división 5, que agrupa también a los servicios financieros. Sin embargo, las cuentas nacionales recientes sólo contienen información anual a partir de 1970, y el último año para el que había información al momento en que se realizaron las estimaciones es 1981. Doce años es un periodo muestral muy pequeño para la realización del presente ejercicio. Por ello, se usó información de las antiguas cuentas nacionales (Banco de México, 1977) y de la matriz de insumo-producto de 1960 (Banco de México, 1966) para obtener una primera aproximación del comportamiento del consumo privado por sector de origen antes de 1970. Los resultados sirvieron para extrapolar los datos de 1970 a 1981 en el periodo 1960-1970, eliminando la discontinuidad o salto en los datos por cambio de fuente. La necesidad de lograr consistencia con la disponibilidad de datos impuso la necesidad de agrupar el consumo privado en 14 componentes, en vez de los 16 originalmente disponibles. La definición de cada uno de estos 14 agregados es reportada en el cuadro 4.1 y las series respectivas en el apéndice estadístico.

4.2. *Estimación*

Las ecuaciones que fueron estimadas para el SLG y para el SAP son, respectivamente:

$$y_{it} = (1 - \theta)\, b_i \left(1 - \frac{\Sigma_j\, p_{jt}\, q_j^o\, N_t}{Y_t}\right) + (1 - \theta)\, \frac{p_{it}\, q_i^o\, N_t}{Y_t} + \qquad (4.1)$$

$$+ \theta y_{i,t-1} + u_{it} \qquad i = 1, \ldots, n$$

CUADRO 4.1

Agregación de mercancías para la estimación de los sistemas de demanda

	Divisiones de las cuentas nacionales incluidas	
1. Sector primario	Gran división 1:	Agricultura, ganadería, silvicultura y pesca
	Gran división 2:	Minería
2. Electricidad	Gran división 5:	Electricidad
3. Restaurantes y hoteles	Gran división 6:	Comercio, restaurantes y hoteles
4. Transporte	Gran división 7:	Transporte, almacenamiento y comunicaciones
5. Servicios financieros y vivienda	Gran división 8:	Servicios financieros, seguros y bienes raíces
6. Otros servicios	Gran división 9:	Servicios comunales, sociales y personales
7. Alimentos procesados	División I:	Productos alimenticios, bebidas y tabaco
8. Textiles	División II:	Textiles, ropa e industrias de cuero
9. Productos de madera	División III:	Industria de la madera y productos de madera
10. Papel	División IV:	Papel, productos de papel, impresión y edición
11. Productos químicos	División V:	Sustancias químicas, derivados de petróleo y productos de hule y plástico
12. Productos minerales no metálicos	División VI:	Productos minerales no metálicos excepto carbón y derivados del petróleo
13. Productos metálicos	División VII:	Industrias metálicas básicas.
	División VIII:	Productos metálicos, maquinaria y equipo
14. Otras manufacturas	División IX:	Otras industrias manufactureras

y

$$y_{it} = (1-\theta)[\beta b_i + (1-\beta)\frac{a_i p_{it}}{\Sigma_j a_j p_{jt}}](1 - \frac{\Sigma_j p_{jt} q_j^o N_t}{Y_t}) + (1-\theta)\frac{p_{it} q_i^o N_t}{Y_t} +$$

$$+ \theta y_{i,t-1} + u_{it}, \qquad i = 1, \ldots, n, \tag{4.2}$$

donde t designa el año de la observación, N_t es un índice del tamaño de la población y u_{it} es un error aleatorio. Las ecuaciones (4.1) y (4.2) son los equivalentes estocásticos de las ecuaciones (2.3) y (2.4), excepto por dos nuevas características ahora introducidas. En vez de q_k se usa ahora $q_k^o N_t$ para permitir que los niveles de subsistencia varíen con el tamaño de la población. El parámetro θ fue incluido para permitir rezagos en las respuestas del consumo de acuerdo a un esquema de ajuste temporal del tipo de Koyck. Note que se restringe θ al mismo valor para todos los sectores. Permitir un coeficiente diferente por sector sería inconsistente con la restricción presupuestal (Brainard y Tobin, 1968). Un procedimiento más satisfactorio que imponer la misma θ a todos los sectores sería permitir que el ajuste en cada sector dependiera de los desequilibrios en todos los demás sectores, como Brainard y Tobin proponen. Sin embargo, esto haría necesario tener que estimar un número demasiado grande de parámetros (16 × 16). En la estimación (4.1) y (4.2) se logró un ajuste mucho mayor que el que se obtiene cuando se hace $\theta = 0$.

En cuanto a la especificación de los errores se supuso que $V(u) = \sigma^2 I$, aun cuando este supuesto es inconsistente en el presente contexto (Lluch *et al.*, 1977). Puesto que la agregación implica $i'u = 0$, no todas las covarianzas pueden ser cero.[3] Sin embargo, el que el error en cualquier sector deba ser compensado en los otros sectores puede, en la práctica, ignorarse, en la estimación de sistemas de demanda muy desagregados. Ésta es la idea implícita en la mayoría de los análisis de la demanda por un solo bien con poco peso en el consumo total. Más aún, se ha mostrado que las estimaciones de los parámetros con $V(u) = \sigma^2 I$ son equivalentes a las que se obtienen con el supuesto de $V(u) = \sigma^2(I - ii'/n)$, el que, en vista de $i'(I - ii'/n)\,i = 0$, es consistente con $i'u = 0$ (Deaton, 1975). Esto se debe a que esta matriz de covarianzas es idempotente y, por tanto, igual a su inversa generalizada, por lo que mínimos cuadrados generalizados se obtienen minimizando $\Sigma_t e_t'(I - ii'/n)\,e_t$, donde e_t es el vector de residuos en t (véase Theil, 1971, p. 271); ello es equivalente a minimizar $\Sigma_t e_t' e_t$, en este caso, puesto que:

$$\Sigma_t e_t'(I - ii'/n)\,e_t = \Sigma_t [(I - ii'/n)\,e_t]'\,[(I - ii'/n)\,e_t]$$

$$= \Sigma_t \Sigma_i (e_{it} - \frac{\Sigma_i e_{it}}{n})^2 = \Sigma_t \Sigma_i e_{it}^2$$

[3] De aquí en adelante i, excepto cuando aparezca como subíndice, representa un vector de unos.

donde la última igualdad se sigue de la propiedad de los sistemas de demanda de que $\Sigma_i e_{it} = 0$.

Consideremos ahora la aplicación de mínimos cuadrados ordinarios a (4.1) y a (4.2). El caso del SLG (4.1) es muy simple y ha sido muy discutido en la literatura; por ejemplo Intrilligator (1978) discute el caso con $\theta = 0$. el caso $\theta \neq 0$ no impone problemas especiales. La ecuación (4.1), cuando se conocen q_k^o y θ, es lineal en b_i; y cuando las b_i son conocidas, la ecuación es lineal en $(1 - \theta) q_i^o$ y θ. Por tanto, el sistema puede ser estimado iterativamente. Las estimaciones de los parámetros así obtenidas son reportadas en el cuadro 4.2.

CUADRO 4.2

Parámetros del SLG[1]

i	$(1 - \theta)q_i^o$	b_i
1	22640.0	0.091930
	(13.6178)	(22.6646)
2	1263.63	0.012438
	(6.34417)	(49.7639)
3	10547.4	0.061140
	(13.2990)	(26.0625)
4	10711.6	0.086367
	(11.9903)	(27.8321)
5	20394.2	0.030028
	(14.0302)	(9.45056)
6	20201.3	0.034160
	(14.7058)	(6.59433)
7	55608.5	0.230843
	(13.7920)	(31.5007)
8	24357.2	0.149231
	(12.8176)	(33.8139)
9	3326.34	0.009633
	(11.3976)	(5.23492)
10	1796.91	0.007211
	(8.89563)	(12.1226)
11	14373.8	0.119551
	(11.6207)	(67.0882)
12	1480.06	0.008336
	(7.46368)	(16.1003)
13	14796.7	0.140745
	(10.9804)	(39.8926)
14	278.189	0.018388
	(11.7762)	(11.9718)

$\theta = 0.473411$
(12.8527)

[1] Estadístico "t" en paréntesis.

El procedimiento que se siguió para estimar el SAP es un poco más complicado, debido a la no linealidad de los términos $a_i p_{it} / \Sigma_j a_j p_{jt}$ en la ecuación

(4.2), así como a las restricciones (2.5). Para facilitar la exposición, consideramos primero la forma de estimar el SAP sin imponer restricciones. La ecuación se simplifica mucho usando la aproximación

$$\Sigma_j a_j p_{jt} = k p_t, \tag{4.3}$$

donde k es una constante y p_t es un índice de precios del consumo total. Se supone, así, que las variaciones porcentuales del precio de una canasta definida por los pesos a_i son aproximadamente iguales que las del consumo total. En general, es de esperarse que esta aproximación sea buena para sistemas muy desagregados, en la media que dicha canasta contenga gran parte de los bienes de consumo.[4] Aproximaciones similares han sido utilizadas en la estimación de otros sistemas de demanda, como el Sistema con Elasticidades de Sustitución Constantes (Sato, 1972) y el SDCI (Deaton y Muellbauer, 1980).

Sustituyendo (4.3) en (4.2) se tiene:

$$y_{it} = (1 - \theta)(\beta b_i + a_i \frac{P_{it}}{p_t})(1 - \frac{\Sigma_j p_{jt} q_j^o N_t}{Y_t}) + (1 - \theta)\frac{p_{it} q_i^o N_t}{Y_t} + \theta y_{i,t-1} + u_{it}$$

$$i = 1, \ldots, n. \tag{4.4}$$

En esta última expresión, el factor $(1 - \beta)/k$ fue eliminado haciendo uso del hecho de que en (4.2) los valores de a_i ($i = 1, \ldots, n$) sólo están determinados en términos relativos de unos con otros. La ecuación (4.4) puede ser fácilmente estimada siguiendo un método iterativo similar al aplicado al SLG. Con βb_i y a_i conocidas, la ecuación es lineal en $(1 - \theta)\ q_i^o$ y θ, y con θ y las q_i^o conocidas, es lineal en las βb_i y las a_i. Sin embargo, debido a la aproximación (4.3), (4.4) no impone aditividad de las y_i a uno. Sin embargo, cuando los valores de los parámetros estimados se sustituyen en (4.2), la aditividad queda asegurada. Pero para evitar que todo este ajuste *ad hoc* recayera sobre sólo una parte de la ecuación, los valores de βb_i y de a_i fueron modificados por una constante que hiciera que las y_i sumaran uno en el último año del periodo muestral. Por las razones dadas para justificar el uso de la aproximación (4.3), el ajuste debe ser muy pequeño. De hecho, sólo fue necesario ajustar β en menos de un quinto de un punto porcentual. Las estimaciones de los parámetros del SAP son reportadas en el cuadro 4.3.

Hasta ahora no se ha discutido cómo se impusieron las restricciones (2.5) en la obtención de estas estimaciones. Las restricciones $\beta b_i \geq 0$ y $a_i \geq 0$ tuvieron que ser impuestas explícitamente. Si en algún paso del proceso iterativo

[4] Las estimaciones del SAP que se reportan más adelante dieron como resultado que el coeficiente de variación del cociente $\Sigma \hat{a}_j p_{jt}/p_t$, donde $\hat{a}_j$ son las estimaciones de a_j, fuera sólo de 0.018.

CUADRO 4.3

Parámetros del SAP[1]

i	$(1-\theta)q_i^0$	βb_i^2	a_i^3
1	26940.2	0.0	0.084536
	(15.1909)		(30.8388)
2	1658.86	0.008474	0.004167
	(8.05764)	(4.32322)	(2.55130)
3	12628.4	0.058377	0.0
	(14.6160)	(34.2682)	
4	13339.8	0.086745	0.0
	(13.0322)	(36.8167)	
5	23933.3	0.031332	0.0
	(15.9705)	(15.2130)	
6	23922.7	0.0	0.047772
	(16.3842)		(11.7763)
7	66635.4	0.0	0.219387
	(15.2445)		(47.2351)
8	29635.3	0.146008	0.0
	(13.9901)	(46.3759)	
9	3916.64	0.008865	0.0
	(13.2637)	(6.23415)	
10	2103.55	0.0	0.006518
	(10.5399)		(15.0917)
11	18106.7	0.090530	0.028385
	(12.7086)	(3.95661)	(1.38364)
12	1774.29	0.0	0.007736
	(9.04700)		(20.9920)
13	18898.5	0.144559	0.0
	(11.9126)	(55.3450)	
14	3879.52	0.0	0.016293
	(13.2427)		(15.0772)
		$\theta = 0.396002$	
		(10.8378)	

[1] Estadísticos "t" en paréntesis, excepto para parámetros cuya estimación es cero.
[2] Valores obtenidos directamente de (4.4). En el cálculo de las elasticidades, β fue multiplicada por 1.001779, por las razones dadas en el texto.
[3] En el SAP, sólo los valores relativos de las a_i están identificados; los valores aquí reportados son los de los coeficientes de p_i/p en (4.4).

ambas restricciones fueron satisfechas para cierta "i", las estimaciones respectivas fueron adoptadas para la siguiente interación. Si alguna restricción no se cumplía, se hizo uso del hecho de que la minimización de una función estrictamente convexa[5] sobre un conjunto cerrado y convexo implica que, si el mínimo se obtiene en un punto interior, éste debe obedecer las

[5] La función objetivo en el procedimiento de mínimos cuadrados ordinarios es siempre estrictamente convexa, excepto en el caso de multicolinealidad perfecta de las variables en el lado derecho de la ecuación.

condiciones de primer orden (Lancaster, 1968). Por tanto, si el mínimo no restringido estaba fuera del conjunto viable, se estimaron los parámetros sustituyendo $\beta b_i = 0$ primero y, luego, sustituyendo $a_i = 0$, y tomando el resultado en el que se obtenía el mínimo valor de las desviaciones al cuadrado.

4.3 Comparación de los resultados del SLG *y del* SAP

Hemos argumentado, desde una perspectiva teórica, que el SAP tiene la ventaja sobre el SLG de que no impone *ex ante* una relación cercana entre las elasticidades precio propio y las elasticidades ingreso. Las estimaciones de los parámetros para ambos sistemas reportadas en los cuadros 4.2 y 4.3 pueden ser usadas para calcular estas elasticidades, con el propósito de evaluar tal afirmación en términos empíricos. Los cuadros 4.4 y 4.5 muestran los valores de las elasticidades ingreso, así como de las elasticidades compensadas y no compensadas respecto del precio propio. La proporcionalidad cercana entre elasticidades ingreso y precio, cuando se supone aditividad de la utilidad, como en el SLG, se aprecia mejor usando las elasticidades precio compensadas. En los diagramas 4.1 y 4.2 se grafica la elasticidad ingreso con la respectiva elasticidad compensada, respecto del precio propio, para cada mercancía o sector, que resultan del SLG y del SAP, respectivamente. En el caso del SLG la proporcionalidad es casi perfecta. En el del SAP, aun cuando se observa todavía cierta correlación, la dependencia lineal está lejos de ser muy cercana. Como ejemplo, la mercancía agregada 12, que se refiere a productos minerales no metálicos, tiene una elasticidad ingreso relativamente

CUADRO 4.4

Elasticidades ingreso y precio propio del SLG

Mercancía	*Elasticidad ingreso*	*Elasticidad precio propio*	
		No compensada	*compensada*
1	0.841705	−0.173666	−0.081736
2	2.926523	−0.321502	−0.309064
3	0.905963	−0.152099	−0.090959
4	1.437703	−0.226834	−0.140467
5	0.364873	−0.067875	−0.037847
6	0.306819	−0.065850	−0.031690
7	0.881700	−0.303365	−0.072522
8	1.244603	−0.262464	−0.113233
9	0.544141	−0.067262	−0.057629
10	0.709805	−0.082569	−0.075358
11	2.007926	−0.308604	−0.189053
12	1.114225	−0.126496	−0.118160
13	2.142075	−0.337547	−0.196829
14	0.798354	−0.102193	−0.083805

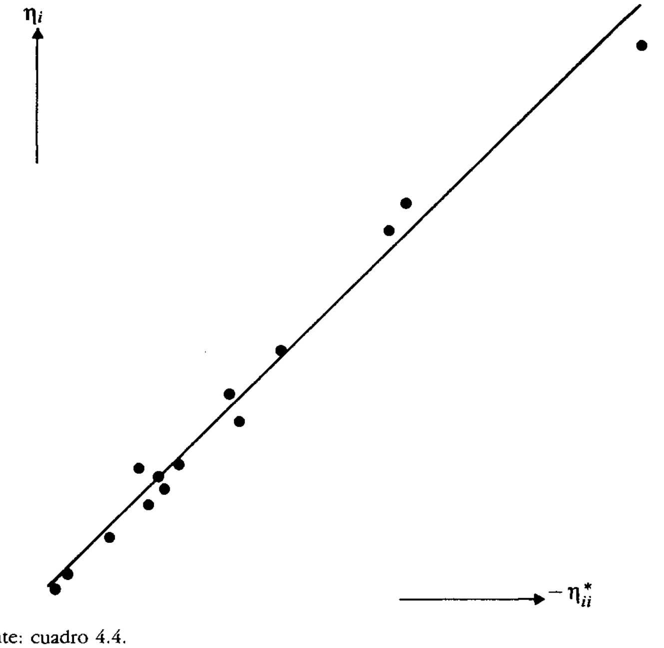
CUADRO 4.5

Elasticidades ingreso y precio propio del SAP

Mercancía	Elasticidad ingreso	Elasticidad precio propio	
		No compensada	Compensada
1	0.790746	−0.091352	−0.005655
2	2.677331	−0.139504	−0.128791
3	0.870061	−0.108822	−0.050341
4	1.435464	−0.167447	−0.080548
5	0.378877	−0.053940	−0.022552
6	0.512267	−0.061317	−0.002514
7	0.827657	−0.230954	−0.014922
8	1.226580	−0.210620	−0.064352
9	0.502838	−0.039507	−0.030626
10	0.781283	−0.008376	−0.000513
11	1.923531	−0.195609	−0.083597
12	1.078307	−0.008668	−0.000716
13	2.214096	−0.261175	−0.116359
14	1.041200	−0.026296	−0.002102

Diagrama 4.1

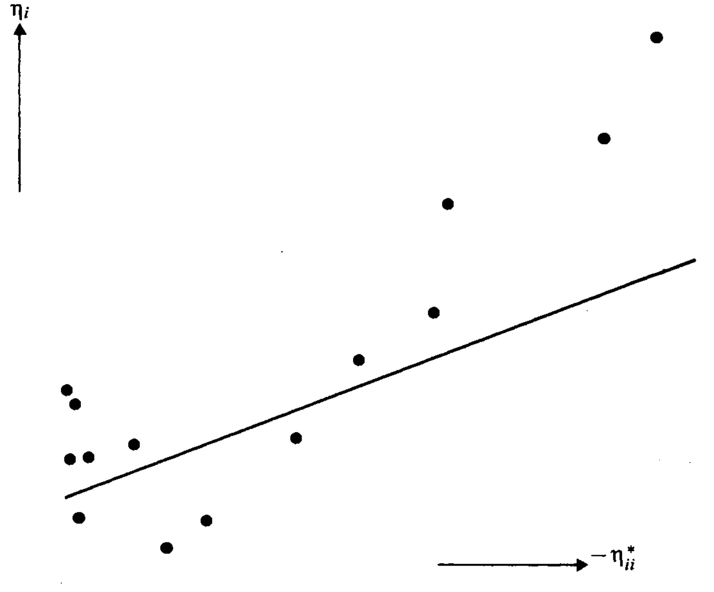
Relación entre elasticidades ingreso y precio propio en el SLG



Fuente: cuadro 4.4.

Diagrama 4.2

Relación entre elasticidades ingreso y precio propio en el SAP



Fuente: cuadro 4.5.

alta y una elasticidad precio compensada muy baja, de acuerdo al cuadro 4.5 y al diagrama 4.2.

El cuadro 4.6 muestra todas las elasticidades precio no compensadas del SLG para 1981, el último año del periodo muestral. Como se esperaba, todas las elasticidades cruzadas en dicho cuadro son negativas, lo que significa que en este sistema todos los bienes son complementos brutos entre sí. Por otro lado, el cuadro 4.7 muestra las elasticidades precio no compensadas del SAP para el mismo año. En este caso, todos los bienes resultan ser también complementos brutos entre sí. Las elasticidades precio compensadas en 1981 para el SLG y para el SAP son reportadas en los cuadros 4.8 y 4.9, respectivamente. Como se esperaba, todos los bienes son sustitutos netos en el SLG. Con el SAP se logra una flexibilidad un tanto mayor para modelar elasticidades compensadas. El cuadro 4.9 muestra que, en este sistema, algunos bienes son complementos netos entre sí, mientras otros son sustitutos netos. Esta aparentemente mayor flexibilidad del SAP, en comparación con el SLG, no debe enfatizarse demasiado, ya que, en cualquier caso, la manera como el SAP modela las elasticidades cruzadas es también altamente insatisfactoria.

CUADRO 4.6

Elasticidades precio no compensadas del SLG (primera parte)

i	*1*	*2*	*3*	*4*	*5*	*6*	*7*
1	−0.173666	−0.002458	−0.051300	−0.042790	−0.066567	−0.090637	−0.199593
2	−0.290861	−0.321502	−0.178366	−0.148776	−0.231447	−0.315137	−0.693966
3	−0.090042	−0.002645	−0.152099	−0.046056	−0.071649	−0.097557	−0.214831
4	−0.142890	−0.004198	−0.087625	−0.226834	−0.113702	−0.154816	−0.340922
5	−0.036264	−0.001065	−0.022238	−0.018549	−0.067875	−0.039291	−0.086522
6	−0.030494	−0.000896	−0.018700	−0.015598	−0.024265	−0.065850	−0.072756
7	−0.087630	−0.002575	−0.053738	−0.044823	−0.069730	−0.094944	−0.303365
8	−0.123699	−0.003634	−0.075856	−0.063272	−0.098431	−0.134023	−0.295133
9	−0.054081	−0.001589	−0.033164	−0.027662	−0.043034	−0.058595	−0.129032
10	−0.070546	−0.002073	−0.043261	−0.036084	−0.056136	−0.076434	−0.168316
11	−0.199564	−0.005863	−0.122379	−0.102077	−0.158799	−0.216219	−0.476139
12	−0.110741	−0.003254	−0.067910	−0.056644	−0.088120	−0.119983	−0.264216
13	−0.212897	−0.006255	−0.130555	−0.108897	−0.169408	−0.230665	−0.507950
14	−0.079347	−0.002331	−0.048658	−0.040586	−0.063139	−0.085969	−0.189314

Elasticidades precio no compensadas del SLG (segunda parte)

i/j	8	9	10	11	12	13	14
1	−0.087490	−0.014034	−0.007902	−0.039354	−0.005547	−0.042636	−0.017731
2	−0.304194	−0.048794	−0.027474	−0.136830	−0.019286	−0.148240	−0.061650
3	−0.094169	−0.015105	−0.008505	−0.042358	−0.005970	−0.045891	−0.019085
4	−0.149441	−0.023971	−0.013497	−0.067220	−0.009474	−0.072825	−0.030287
5	−0.037926	−0.006084	−0.003425	−0.017060	−0.002405	−0.018482	−0.007686
6	−0.031892	−0.005116	−0.002880	−0.014345	−0.002022	−0.015542	−0.006463
7	−0.091647	−0.014701	−0.008277	−0.041224	−0.005810	−0.044662	−0.018574
8	−0.262464	−0.020751	−0.011684	−0.058191	−0.008202	−0.063044	−0.026219
9	−0.056560	−0.067262	−0.005108	−0.025441	−0.003586	−0.027563	−0.011463
10	−0.073780	−0.011835	−0.082569	−0.033187	−0.004678	−0.035954	−0.014953
11	−0.208712	−0.033478	−0.018850	−0.308604	−0.013232	−0.101709	−0.042299
12	−0.115817	−0.018577	−0.010460	−0.052096	−0.126496	−0.056440	−0.023472
13	−0.222658	−0.035715	−0.020110	−0.100153	−0.014116	−0.337574	−0.045125
14	−0.082984	−0.013311	−0.007495	−0.037327	−0.005261	−0.040440	−0.102193

CUADRO 4.7

Elasticidades precio no compensadas del SAP (primera parte)

$^i/_j$	*1*	*2*	*3*	*4*	*5*	*6*	*7*
1	−0.091352	−0.002898	−0.050308	−0.043647	−0.063984	−0.094651	−0.220649
2	−0.282956	−0.139504	−0.170334	−0.147781	−0.216639	−0.302394	−0.680667
3	−0.089710	−0.002909	−0.108822	−0.048025	−0.070402	−0.096731	−0.215545
4	−0.148008	−0.004799	−0.091326	−0.167447	−0.116152	−0.159591	−0.355615
5	−0.039065	−0.001267	−0.024105	−0.020913	−0.053940	−0.042122	−0.093861
6	−0.059180	−0.001878	−0.032591	−0.028276	−0.041451	−0.061317	−0.142943
7	−0.095618	−0.003034	−0.052657	−0.045685	−0.066972	−0.099071	−0.230954
8	−0.126470	−0.004100	−0.078036	−0.067704	−0.099250	−0.136368	−0.303867
9	−0.051847	−0.001681	−0.031991	−0.027755	−0.040688	−0.055904	−0.124570
10	−0.090259	−0.002864	−0.049706	−0.043125	−0.063218	−0.093518	−0.218009
11	−0.202878	−0.006548	−0.122377	−0.106173	−0.155644	−0.216972	−0.487988
12	−0.124572	−0.003952	−0.068603	−0.059519	−0.087252	−0.129071	−0.300890
13	−0.228291	−0.007402	−0.140863	−0.122211	−0.179156	−0.246157	−0.548509
14	−0.120286	−0.003816	−0.066242	−0.057471	−0.084250	−0.124630	−0.290536

Elasticidades precio no compensadas del SAP (segunda parte)

$^i/_j$	*8*	*9*	*10*	*11*	*12*	*13*	*14*
1	−0.087188	−0.013534	−0.008477	−0.043047	−0.006357	−0.044683	−0.019971
2	−0.295202	−0.045825	−0.026285	−0.139195	−0.019079	−0.151288	−0.060180
3	−0.095933	−0.014892	−0.008336	−0.044677	−0.005992	−0.049165	−0.018924
4	−0.158274	−0.024569	−0.013753	−0.073710	−0.009886	−0.081114	−0.031221
5	−0.041775	−0.006485	−0.003630	−0.019455	−0.002609	−0.021409	−0.008241
6	−0.056483	−0.008768	−0.005492	−0.027887	−0.004118	−0.028947	−0.012938
7	−0.091259	−0.014166	−0.008873	−0.045057	−0.006654	−0.046769	−0.020904
8	−0.210620	−0.020994	−0.011752	−0.062984	−0.008447	−0.069310	−0.026678
9	−0.055443	−0.039507	−0.004818	−0.025820	−0.003463	−0.028414	−0.010937
10	−0.086144	−0.013372	−0.008376	−0.042532	−0.006281	−0.044148	−0.019732
11	−0.212089	−0.032923	−0.018847	−0.195609	−0.013669	−0.108693	−0.043120
12	−0.118894	−0.018456	−0.011560	−0.058071	−0.008669	−0.060932	−0.027234
13	−0.244126	−0.037896	−0.021213	−0.113692	−0.015248	−0.261175	−0.048157
14	−0.114803	−0.017821	−0.011162	−0.056681	−0.008371	−0.058835	−0.026296

CUADRO 4.8

Elasticidades precio compensadas del SLG (primera parte)

$^{i}/_{j}$	*1*	*2*	*3*	*4*	*5*	*6*	*7*
1	−0.081736	0.001120	0.005503	0.007774	0.002703	0.003075	0.020778
2	0.028770	−0.309064	0.019134	0.027029	0.009397	0.010691	0.072244
3	0.008906	0.001205	−0.090959	0.008367	0.002909	0.003309	0.022365
4	0.014134	0.001912	0.009400	−0.140467	0.004617	0.005252	0.035491
5	0.003587	0.000485	0.002386	0.003370	−0.037847	0.001333	0.009007
6	0.003016	0.000408	0.002006	0.002834	0.000985	−0.031690	0.007574
7	0.008669	0.001173	0.005765	0.008143	0.002831	0.003221	−0.072522
8	0.012235	0.001655	0.008137	0.011495	0.003997	0.004547	0.030724
9	0.005349	0.000724	0.003558	0.005026	0.001747	0.001988	0.013433
10	0.006978	0.000944	0.004641	0.006556	0.002279	0.002593	0.017522
11	0.019740	0.002671	0.013128	0.018545	0.006448	0.007335	0.049567
12	0.010954	0.001482	0.007285	0.010291	0.003578	0.004070	0.027506
13	0.021058	0.002849	0.014005	0.019784	0.006878	0.007825	0.052879
14	0.007848	0.001062	0.005220	0.007374	0.002564	0.002916	0.019708

Elasticidades precio compensadas del SLG (segunda parte)

$^i/_j$	*8*	*9*	*10*	*11*	*12*	*13*	*14*
1	0.013432	0.000867	0.000649	0.010761	0.000750	0.012668	0.001655
2	0.046703	0.003015	0.002257	0.037414	0.002609	0.044047	0.005755
3	0.014458	0.000933	0.000699	0.011582	0.000808	0.013636	0.001781
4	0.022944	0.001481	0.001109	0.018380	0.001282	0.021639	0.002827
5	0.005823	0.000376	0.000281	0.004665	0.000325	0.005492	0.000717
6	0.004896	0.000316	0.000237	0.003923	0.000274	0.004618	0.000603
7	0.014071	0.000908	0.000680	0.011272	0.000786	0.013270	0.001734
8	−0.113233	0.001282	0.000960	0.015912	0.001109	0.018733	0.002447
9	0.008684	−0.057629	0.000420	0.006957	0.000485	0.008190	0.001070
10	0.011327	0.000731	−0.075358	0.009075	0.000633	0.010683	0.001396
11	0.032043	0.002068	0.001548	−0.189053	0.001790	0.030221	0.003948
12	0.017781	0.001148	0.000859	0.014245	−0.118160	0.016770	0.002191
13	0.034184	0.002207	0.001652	0.027385	0.001910	−0.196829	0.004212
14	0.012741	0.000822	0.000616	0.010207	0.000712	0.012016	−0.083805

CUADRO 4.9

Elasticidades precio compensadas del SAP (primera parte)

$^i/_j$	1	2	3	4	5	6	7
1	−0.005655	0.000266	0.002842	0.004223	0.001525	−0.003880	−0.014256
2	0.007198	−0.128791	0.009622	0.014297	0.005164	0.004939	0.018145
3	0.004582	0.000573	−0.050341	0.004646	0.001678	0.003144	0.011551
4	0.007560	0.000945	0.005159	−0.080548	0.002769	0.005187	0.019057
5	0.001995	0.000249	0.001362	0.002023	−0.022552	0.001369	0.005030
6	−0.003664	0.000172	0.001841	0.002736	0.000988	−0.002514	−0.009235
7	−0.005919	0.000278	0.002975	0.004420	0.001596	−0.004062	−0.014922
8	0.006460	0.000808	0.004408	0.006550	0.002366	0.004432	0.016284
9	0.002648	0.000331	0.001807	0.002685	0.000970	0.001817	0.006676
10	−0.005587	0.000263	0.002808	0.004172	0.001507	−0.003834	−0.014085
11	0.005583	0.001148	0.006913	0.010272	0.003710	0.003831	0.014075
12	−0.007712	0.000362	0.003875	0.005758	0.002080	−0.005292	−0.019440
13	0.011660	0.001458	0.007957	0.011824	0.004271	0.008001	0.029394
14	−0.007446	0.000350	0.003742	0.005560	0.002008	−0.005110	−0.018771

Elasticidades precio compensadas del SAP (segunda parte)

i/j	*8*	*9*	*10*	*11*	*12*	*13*	*14*
1	0.007108	0.000432	−0.000519	0.003000	−0.000525	0.007037	−0.001597
2	0.024065	0.001461	0.000660	0.016712	0.000668	0.023827	0.002032
3	0.007821	0.000475	0.000420	0.005989	0.000425	0.007743	0.001294
4	0.012903	0.000783	0.000694	0.009881	0.000702	0.012775	0.002134
5	0.003406	0.000207	0.000183	0.002608	0.000185	0.003372	0.000563
6	0.004605	0.000280	−0.000336	0.001944	−0.000340	0.004559	−0.001034
7	0.007440	0.000452	−0.000543	0.003140	−0.000549	0.007366	−0.001671
8	−0.064352	0.000669	0.000593	0.008443	0.000599	0.010916	0.001824
9	0.004520	−0.030626	0.000243	0.003461	0.000246	0.004475	0.000748
10	0.007023	0.000426	−0.000513	0.002964	−0.000519	0.006953	−0.001577
11	0.017290	0.001050	0.000512	−0.083597	0.000518	0.017118	0.001576
12	0.009692	0.000589	−0.000708	0.004091	−0.000716	0.009596	−0.002177
13	0.019902	0.001208	0.001070	0.015241	0.001082	−0.116359	0.003292
14	0.009359	0.000568	−0.000683	0.003950	−0.000691	0.009266	−0.002102

5. Comentarios finales

En la sección 1 se discutió una manera simple de combinar diferentes sistemas de demanda en uno solo que, como tal, tiene una mayor flexibilidad que cualquiera de sus componentes para analizar el comportamiento del consumo. Este método abre la posibilidad de extender los análisis empíricos de la demanda del consumidor en muchas direcciones. Aquí, sólo se exploró una de éstas. Es obvio, también, que algunas de las ideas del presente estudio pueden aplicarse con éxito en el análisis del comportamiento de las empresas. Otras aplicaciones de este método quedan como tareas para investigaciones futuras.

El sistema de demanda concreto aquí propuesto (el SAP), resultó ser, en la teoría y en la práctica, mucho más flexible que el SLG. En especial, la proporcionalidad *ex ante* y casi exacta entre elasticidades ingreso y precios propio, que en el caso del SLG resulta del supuesto de utilidad aditiva, fue eliminada en el caso del SAP. Sin embargo, la representación de las elasticidades cruzadas es muy insatisfactoria en ambos sistemas.

Si bien existen otros sistemas que, en principio, permiten una representación más adecuada de las respuestas cruzadas, estos sistemas imponen fuertes requerimientos de datos, son muy difíciles de estimar con mucha desagregación y no son susceptibles a la imposición del requisito de que la matriz de Slutsky sea negativa semidefinida. Aun cuando este requisito teórico derivado de la teoría del consumidor individual no necesariamente se aplica a la demanda agregada, el hecho de que modelarla en una forma realmente flexible implica la estimación de un alto número de parámetros con pocas restricciones, el no imponer negatividad lleva a procedimientos de estimación que fácilmente dan resultados poco plausibles. La estimación restringida lleva, generalmente, a resultados intuitivamente más satisfactorios. Más aún, la negatividad semidefinida de la matriz de Slutsky es un requisito de muchos análisis del bienestar.

Es de subrayar, con base en los dos sistemas aquí estimados (el SLG y el SAP), la gran sensibilidad de las estimaciones de las elasticidades a la forma funcional adoptada. Ésta no es una característica sólo de los sistemas aquí considerados, sino de todos los existentes, incluyendo aquellos que dependen de un gran número de parámetros. Recuérdese, por ejemplo, la discusión del SDCI en la sección 1. Esto se debe a las múltiples influencias cruzadas que deben, en principio, ser incorporadas en las ecuaciones de demanda y que ni siquiera los muy complicados y más flexibles sistemas pueden hacerlo de manera realmente satisfactoria. Esto ha llevado a muchos economistas al escepticismo respecto de los análisis que requieren del conocimiento de un sistema de demanda más o menos desagregado (Tresch, 1980). Por ello, sería una buena idea que, cuando se usen las estimaciones del SAP en el análisis de alguna política, los resultados se sometan a un análisis de sensibilidad, usando las estimaciones de algún otro sistema.

Apéndice estadístico

CUADRO A.1

Consumo privado nominal, por mercancía (primera parte)
(Millones de pesos)

Año	*1*	*2*	*3*	*4*	*5*	*6*	*7*
1960	16 923.9	529.8	5 109.8	5 938.3	14 609.9	10 992.4	38 285.3
1961	17 901.4	555.3	5 676.6	6 387.9	16 532.6	12 188.0	41 792.7
1962	18 798.3	680.9	6 400.3	6 635.5	18 556.5	13 929.4	43 639.5
1963	20 837.8	786.9	6 901.8	7 219.6	19 601.9	15 576.1	48 015.3
1964	23 989.5	916.4	7 739.8	8 135.9	21 057.5	17 972.9	56 369.2
1965	24 799.5	1 017.5	8 675.8	9 027.7	23 294.9	19 903.6	61 374.2
1966	26 173.2	1 138.1	9 335.8	9 594.7	25 508.2	22 536.2	66 795.4
1967	28 577.8	1 228.4	10 400.9	10 437.9	28 755.5	24 403.8	70 874.1
1968	30 215.4	1 350.1	12 406.9	11 650.5	30 759.4	27 353.8	77 761.7
1969	32 135.3	1 512.0	13 213.8	12 450.7	34 302.9	30 172.0	85 811.5
1970	35 541.3	1 681.7	15 299.9	13 445.7	37 661.3	33 963.0	94 908.3
1971	43 316.9	1 704.0	18 283.4	14 968.2	41 524.1	38 379.8	107 755.6
1972	47 761.7	1 942.0	24 112.6	17 758.7	45 780.7	43 216.9	118 400.5
1973	58 817.6	2 247.0	28 978.0	20 489.5	51 572.1	50 389.8	144 999.9
1974	76 418.1	2 912.0	38 112.1	28 324.6	59 261.6	62 509.9	196 216.3
1975	90 529.1	3 462.0	46 149.3	38 756.3	70 768.9	77 964.5	233 315.9
1976	103 989.7	4 165.0	57 145.1	53 420.8	87 693.6	100 926.6	285 240.3
1977	137 688.1	5 691.0	73 699.6	70 623.9	110 176.6	134 014.7	384 218.0
1978	168 308.8	6 430.0	95 134.8	91 860.2	140 198.4	169 717.3	464 562.3
1979	217 000.2	8 423.0	123 776.2	120 879.5	172 381.2	225 597.3	553 749.2
1980	295 892.8	11 098.0	167 686.9	163 945.0	222 794.1	311 697.2	706 323.8
1981	386 721.4	15 084.9	236 766.0	221 986.0	304 036.0	438 108.1	933 000.2

Cuadro A.1 (continuación)

Consumo privado nominal, por mercancía (segunda parte)
(Millones de pesos)

Año	*8*	*9*	*10*	*11*	*12*	*13*	*14*
1960	11 564.3	3 458.0	1 100.9	7 465.2	827.6	4 975.4	1 714.8
1961	11 557.2	3 239.5	1 260.0	7 822.0	854.5	5 788.8	1 940.2
1962	12 164.4	3 608.7	1 340.4	8 366.9	923.8	5 751.9	1 979.2
1963	12 783.4	3 676.5	1 468.0	9 051.7	958.4	7 043.7	2 334.2
1964	16 948.5	4 539.1	1 758.4	10 517.8	1 212.5	8 636.3	2 832.0
1965	18 932.8	4 497.7	1 962.2	11 578.8	1 358.7	9 505.4	3 117.9
1966	20 999.1	4 426.1	2 233.8	12 795.8	1 666.7	11 661.7	3 581.3
1967	24 902.1	4 320.6	2 297.3	13 789.0	1 839.9	11 990.8	3 950.7
1968	27 510.9	4 211.4	2 473.9	15 598.3	2 105.5	14 909.3	4 593.8
1969	32 715.0	4 599.4	2 699.0	17 619.6	2 305.6	16 222.9	5 063.1
1970	37 769.2	5 074.0	3 063.7	19 527.1	2 490.4	18 521.0	6 072.2
1971	42 391.2	5 082.1	3 447.8	21 727.6	2 747.1	19 192.5	6 512.5
1972	50 004.5	5 769.3	4 208.1	24 899.4	2 927.7	22 213.0	7 167.3
1973	61 169.0	6 929.3	4 571.1	30 583.5	3 401.7	29 035.9	9 609.6
1974	74 388.8	9 791.9	5 692.6	41 441.5	4 306.8	36 999.7	11 395.6
1975	83 936.0	12 633.5	7 117.6	46 232.8	5 448.5	43 567.7	12 300.9
1976	104 392.4	15 574.7	8 862.4	57 488.3	6 897.5	52 044.6	15 800.8
1977	133 242.2	21 530.1	11 708.3	76 904.1	9 172.6	67 774.3	23 880.6
1978	172 150.0	26 818.1	14 516.4	89 945.2	11 495.4	98 460.8	31 286.3
1979	229 643.3	35 264.9	20 568.1	114 422.6	14 863.6	136 567.9	47 367.9
1980	311 396.9	52 723.3	28 116.8	161 684.1	19 845.0	182 391.5	60 332.8
1981	411 227.9	71 649.8	39 350.5	213 174.8	24 267.9	240 644.9	79 631.0

CUADRO A.2

Consumo privado real, por mercancía (primera parte)
(Millones de pesos de 1970)

Año	*1*	*2*	*3*	*4*	*5*	*6*	*7*
1960	21 736.8	568.5	7 189.1	7 157.0	23 731.4	23 548.6	49 189.4
1961	22 221.3	593.8	7 769.4	7 428.7	24 853.8	24 196.6	52 734.4
1962	22 847.5	689.7	8 443.9	7 714.4	25 878.2	24 835.6	53 892.7
1963	24 898.7	794.8	8 961.0	8 338.8	26 711.6	26 057.1	57 869.7
1964	27 748.2	924.5	9 770.1	8 962.4	28 030.9	27 133.8	65 016.6
1965	28 480.7	1 022.7	10 781.4	9 607.3	29 249.3	28 388.5	69 653.0
1966	29 886.7	1 135.5	11 169.5	10 192.5	30 820.1	29 082.8	74 615.2
1967	31 709.7	1 237.5	12 084.7	10 808.0	32 614.5	29 992.4	77 076.5
1968	33 648.6	1 361.8	13 749.5	11 894.8	34 874.1	31 082.2	83 053.0
1969	34 367.4	1 525.2	13 923.4	12 600.3	36 932.8	32 641.8	89 959.3
1970	35 541.3	1 681.7	15 299.9	13 445.7	37 661.3	33 963.0	94 908.3
1971	42 574.2	1 726.0	16 279.1	13 996.6	39 153.1	35 299.5	96 945.3
1972	43 250.0	1 955.7	19 706.3	15 506.7	40 706.9	36 856.9	102 964.9
1973	45 780.8	2 138.0	21 052.7	16 847.8	42 255.2	38 538.5	110 206.2
1974	47 182.0	2 362.3	21 588.2	19 683.1	43 967.5	40 103.5	115 489.3
1975	50 177.9	2 612.8	22 368.5	21 205.6	45 569.5	42 545.4	120 739.8
1976	50 339.9	2 900.1	22 766.3	23 379.3	47 454.7	45 042.4	125 442.4
1977	52 252.8	3 199.9	22 582.7	24 573.9	49 306.1	47 303.7	129 814.8
1978	55 827.5	3 570.1	24 847.0	26 984.6	51 233.7	50 517.4	135 938.0
1979	58 193.4	3 944.9	26 912.5	30 338.8	53 497.8	54 653.6	145 188.3
1980	62 125.9	4 313.0	28 519.0	33 083.5	55 854.5	57 582.9	154 845.3
1981	65 394.7	4 845.1	30 415.2	34 721.7	58 201.3	61 012.2	162 418.0

Cuadro A.2 (continuación)

Consumo privado real, por mercancía (segunda parte)
(Millones de pesos de 1970)

Año	*8*	*9*	*10*	*11*	*12*	*13*	*14*
1960	16 441.8	5 026.3	1 456.2	9 024.8	1 077.2	6 161.6	2 222.1
1961	16 663.2	4 282.3	1 618.5	9 187.3	1 086.2	6 974.7	2 474.4
1962	17 074.0	4 350.4	1 680.7	9 504.5	1 151.1	6 881.6	2 479.6
1963	17 552.7	4 134.2	1 805.8	9 919.0	1 166.8	8 312.5	2 764.9
1964	21 973.6	5 142.1	2 122.2	11 293.9	1 422.1	9 502.4	3 288.6
1965	23 574.8	5 057.0	2 319.8	12 315.9	1 563.2	10 399.6	3 495.4
1966	25 298.4	4 939.5	2 565.1	13 617.7	1 865.6	12 307.1	3 706.0
1967	28 166.4	4 845.8	2 584.0	14 521.3	2 020.1	12 701.9	4 211.5
1968	30 268.2	4 711.3	2 808.1	16 415.9	2 277.6	15 675.5	4 744.8
1969	33 239.9	4 747.1	2 947.2	18 283.1	2 412.0	16 785.4	5 210.6
1970	37 769.2	5 074.0	3 063.7	19 527.1	2 490.4	18 521.0	6 072.2
1971	41 336.5	5 082.1	3 111.4	20 992.6	2 595.4	18 800.8	6 306.5
1972	45 465.1	5 325.4	3 609.9	23 875.5	2 732.7	20 618.0	6 211.9
1973	48 177.6	5 734.5	3 491.5	26 757.8	2 757.5	25 400.5	6 511.2
1974	48 276.9	6 412.3	3 379.6	27 899.8	2 798.9	28 590.4	5 906.7
1975	49 948.7	6 794.5	3 530.7	29 331.0	3 005.8	29 782.8	6 181.7
1976	51 283.0	6 908.8	3 818.6	32 195.4	3 033.6	30 420.4	6 294.3
1977	54 802.5	7 941.9	3 662.2	33 454.7	3 308.9	30 538.7	6 496.2
1978	58 216.1	8 313.8	3 898.8	36 103.2	3 590.9	37 268.1	7 217.0
1979	64 744.0	9 463.6	4 248.7	39 941.9	3 876.6	43 568.0	8 881.9
1980	66 988.8	10 290.1	4 800.6	44 068.7	4 136.3	47 805.5	8 842.4
1981	71 533.7	10 611.4	5 591.4	48 649.9	4 046.2	52 088.2	9 192.7

Bibliografía

Banco de México (1966), *Cuadro de Insumo-Producto de México, 1960.*

——— (1977), *Estadísticas de la Oficina de Cuentas de Producción 1960-1976.*

Brainard, W.C. y J. Tobin (1968), "Pitfalls in Financial Model Building", *American Economic Review*, 58.

Deaton, A.S. (1974), "A Reconsideration of the Empirical Implications of Additive Preferences", *Economic Journal*, 84.

——— (1975), *Models and Projections of Demand in Post-War Britain*, Londres, Chapman y Hall.

Deaton, A.S. y J. Muellbauer (1980), "An Almost Ideal Demand System", *American Economic Review*, vol. 70, núm. 3.

Dirección General de Estadística (1971), *VI Censo Comercial.*

Geary, R.C. (1950-1951), "A Note on a Constant Utility Index of the Cost of Living", *Review of Economic Studies*, 18.

Hicks, J.R. (1946), *Value and Capital*, Oxford, Oxford University Press.

Intrilligator, M.D. (1978), *Econometric Models, Techniques, and Applications*, New Jersey, Prentice Hall.

Lancaster, K. (1968), *Mathematical Economics*, Londres, Macmillan.

Luch, C., A.A. Powell y R.A. Williams (1977), *Patterns in Household Demand and Saving*, Oxford, Oxford University Press.

Sato, K. (1972), "Additive Utility Functions and Double-Log Consumer Demand Functions", *Journal of Political Economy*, 80.

Secretaría de Patrimonio y Fomento Industrial (1978), *La Estructura de la Oferta y la Demanda en México, 1975.*

Secretaría de Programación y Presupuesto (1981), *Sistema de Cuentas Nacionales de México*, V.

——— (1982), *Sistema de Cuentas Nacionales de México 1978-1980*, III.

——— (1983), *Sistema de Cuentas Nacionales de México 1979-1981*, III.

Theil, H. (1971), *Principles of Econometrics*, Nueva York, John Willey and Sons.

Tresch, R.W. (1981), *Public Finance: A Normative Theory*, Plano, Texas, Business Publications.