UN MODELO CLÁSICO DE COMERCIO INTERNACIONAL*

Santiago Levy
Centro de Estudios para el Desarrollo de América Latina y Departamento de Economía, Universidad de Boston

Sumario

Este estudio presenta un modelo clásico de comercio internacional. Los supuestos fundamentales son la existencia de un salario real dado y la libre movilidad de capital entre países. Los principales determinantes del patrón de comercio son la distribución del ingreso y la tecnología. La manera en que se obtiene el vector único de precios internacionales es modelada explícitamente. Se desarrolla una frontera de tasa de salarios/tasa de ganancias de una economía bajo la situación de comercio, demostrándose que ésta se encuentra siempre fuera de la frontera de una economía en la que no se comercia. Asumiendo que el ajuste de un equilibrio de pre a poscomercio se da de manera instantánea, se demuestra que el libre comercio no es siempre óptimo.

I. Introducción

La relación entre comercio internacional y crecimiento económico ha sido motivo de gran discusión en la literatura sobre desarrollo económico. En mi opinión, gran parte de la discusión se deriva de los diferentes modelos que los autores utilizan para analizar los enlaces entre crecimiento y desarrollo.

El modelo neoclásico de comercio internacional, o modelo de Heckshex-Ohlin-Samuelson (HOS), se centra en las diferencias relativas de dotación de factores entre los países como el principal determinante de la dirección del comercio (Jones y Neary, 1984). Al hacer esto, este modelo analiza el problema del comercio como uno de asignación de recursos escasos, en el que los países, a través del comercio de bienes, compensan su relativa escasez

* Este estudio está basado en mi disertación doctoral (Levy, 1980).

de factores. Basado en este marco teórico y apoyado en otros supuestos acerca de las preferencias y la tecnología, se deducen el teorema de la igualación del precio de los factores y otros similares.

Recientemente, sin embargo, se ha argumentado que el modelo de HOS, al centrarse en la dotación de factores, no es adecuado para estudiar los problemas de comercio exterior en economías que producen sus medios de producción (Steedman, 1979a). No obstante son éstas las características que uno debería analizar al estudiar problemas de desarrollo.

En este trabajo se desarrolla un modelo de comercio internacional que es independiente de la noción de "dotación de factores". La finalidad de este modelo es incorporar algunos aspectos de la realidad económica que, en mi opinión, no son contemplados a cabalidad en el modelo neoclásico de comercio internacional. La tecnología productiva y el salario real son los determinantes del patrón de ventajas comparativas. Se supone que los países tienen diferentes conocimientos tecnológicos, y que la única manera de tener acceso a la tecnonogía de un determinado país es produciendo el respectivo bien en ese país. Así, los capitalistas transfieren su capital de un país al otro en busca de los menores costos de producción y de las más altas tasas de ganancia. Por otro lado, se hace el supuesto de que los trabajadores no se movilizan de país a país. De esta manera el enfoque de este modelo se encuentra dentro de la tradición clásica de la economía, que fue rehabilitada por Sraffa (1960). (Se le podría llamar a este modelo neo-ricardiano, con la salvedad de que Ricardo no incorporó la hipótesis de movilidad de capital entre países.)

Además de presentar un enfoque alternativo con el que se puede analizar el comercio exterior, el modelo tiene una serie de aspectos técnicos interesantes. En lugar de trabajar con industrias verticalmente integradas, se desarrolla un modelo de insumo-producto y se incorpora el comercio en productos intermedios. Asimismo, la manera en que se obtiene el vector (único) de precios internacionales de equilibrio se modela explícitamente.

El trabajo está organizado de la siguiente manera. La sección II presenta un modelo de producción y precios para una economía sin comercio. En la sección III se desarrolla el modelo de comercio exterior y se presentan los teoremas fundamentales. Los efectos del comercio internacional sobre el bienestar de cada país son analizados en la sección IV. La sección V presenta algunas consideraciones sobre el patrón de especialización en presencia de cambio técnico. Finalmente, el modelo y algunas de sus limitaciones son discutidas en la sección VI. Por otro lado, un apéndice matemático contiene la prueba de convergencia del algoritmo que encuentra los precios internacionales, mostrándose de esta forma la existencia de un equilibrio bajo la situación de comercio.

II. La economía sin comercio

Se define la tecnología, T, de una economía por $T = (A, l)$, donde A es la matriz cuadrada de dimensión n de coeficientes insumo-producto, y l es el vector fila de los insumos directos de trabajo por unidad de producto.

Si p es el vector (fila) de precios, g la tasa de ganancias y β la tasa salarial, las ecuaciones de precios se pueden escribir de la siguiente manera:

$$p = (1 + g)pA + \beta l \tag{1}$$

Suponemos que el salario real está dado por una canasta de bienes designada por el vector columna d. Entonces escribimos:

$$\beta = wpd; \qquad w \geq 0 \tag{2}$$

donde w es un índice del salario real. Si $w = 0$, el salario real es cero, y éste se incrementa linealmente al incrementarse w.

Al sustituir (2) en (1) obtenemos:

$$p = (1 + g)pA + wpdl = (1 + g)pA + wpC \tag{3}$$

donde C es la matriz del consumo de los trabajadores, (c_{ij} es la cantidad del bien i consumido por los trabajadores por unidad de producción del bien j).

Se supone a lo largo de este trabajo que los trabajadores no ahorran, que los capitalistas no consumen, y que la oferta de trabajo dentro de cada país es infinitamente elástica a la tasa salarial dada.

Dual a (3) podemos obtener las ecuaciones de producción:

$$q = (1 + g)Aq + wCq \tag{4}$$

donde q es el vector (columna) de producción. En la ecuación (4) g es la tasa de crecimiento de la economía, y w es un índice de consumo per cápita.

Las ecuaciones (3) y (4) han sido extensamente analizadas (ver Pasinetti, 1977). Bajo el supuesto de que la matriz A es irreducible, se puede probar que de (3) y (4) se obtienen soluciones únicas (hasta un escalar) y estrictamente positivas para p y q. Asimismo (3) y (4) generan una función estrictamente decreciente entre g y w, designada como la "frontera de la tasa salarial/tasa de ganancias" [en el caso de (3)] o la "frontera de la tasa de crecimiento/consumo per cápita" [en el caso de la ecuación (4)].

La ecuación (3) define un sistema de precios de producción que son consistentes con la reproducción en equilibrio de la economía dada la distribución del ingreso y la tecnología.

Similarmente (4) define una trayectoria de crecimiento balanceado para la economía, donde todos los sectores crecen a la tasa de ganancia g. Agrupando (3) podemos obtener:

$$p[I - (1 + g)A - wC] = 0 \tag{5}$$

donde I es la matriz identidad. Podemos observar que (5) es un sistema de n ecuaciones homogéneas con $n + 2$ incógnitas: n precios, w y g. Tomamos el índice del salario real como dado

$$w = \overline{w} \tag{6}$$

Añadimos, a (5) y (6):

$$p.b = 1 \qquad ; \qquad b \geq 0 \tag{7}$$

donde el vector (columna) b define el numerario.

Las ecuaciones (5), (6) y (7) tienen una solución única determinada para los precios relativos y la distribución del ingreso. Estas ecuaciones, a su vez, son la base para el estudio del comercio internacional.

III. Comercio internacional

Hacemos el supuesto de que hay dos economías (la "doméstica" y la "extranjera") y que el comercio internacional se lleva a cabo bajo las siguientes condiciones (utilizamos una prima para designar las variables del país "extranjero"):

i) No hay movilidad de mano de obra entre países.
ii) Hay libre movilidad de capital.[1]
iii) Los países tienen diferentes tecnologías ($T \neq T'$).
iv) Existe libre comercio y los costos de transporte son nulos.
v) Ambos países usan el mismo numerario (esto es, $b = b'$).

Con excepción de ii, el lector reconocerá que los supuestos anteriores coinciden con los hechos por Ricardo en su estudio del comercio internacional. El supuesto de libre movilidad de capital, sin embargo, fue hecho, ya que parece acercarse más a las condiciones existentes en la economía mundial en la actualidad.

Se analiza el comercio internacional comparando el equilibrio a largo plazo de un par de economías que comercian, con el de otro par de economías que tienen las mismas características que las anteriores pero que no comercian. En otras palabras: ". . .a pesar de que estamos hablando de co-

[1] Se entiende el capital en su concepción "real", es decir, como un vector de bienes heterogéneos. Por libre movilidad de capital nos referimos al flujo de bienes de un país al otro. Al ser éste un modelo de capital circulante (es decir, no hay producción conjunta y por lo tanto no hay capital fijo), los bienes y los medios de producción coinciden, ya que los bienes de capital se deprecian en un periodo. Por lo tanto el comercio de bienes de capital está implícito en el comercio internacional de bienes.

mercio entre dos países, A y B, conceptualmente hay cuatro economías involucradas: A^o, B^o y A^t, B^t, las primeras dos son economías que no comercian, mientras que las otras dos sí comercian" (Mainwaring, 1974, traducción propia).

Empezando con (3) pero usando (6) y (7), tenemos:

$$p = (1 + g)pA + wpdl \qquad (8.a)\ p.b = 1 \qquad (8)$$

$$p' = (1 + g')p'A' + w'p'd'l' \qquad (9.a)\ p'.b = 1 \qquad (9)$$

De (8) y (9) es obvio que, en general, $p \neq p'$. Se llega a una conclusión importante: en un modelo como el que se ha presentado, la ventaja comparativa, y por lo tanto la dirección del comercio, es una función de: a) la tecnología que se usa en cada país, b) la distribución del ingreso al interior de cada país, y c) los diferentes patrones de consumo. Estos tres factores interactúan entre sí, resultando con diferencias en los precios relativos de los dos países en situaciones de no comercio. Estas diferencias en los precios relativos determinarán los patrones de ventajas comparativas y crearán un incentivo para el comercio internacional.

Es evidente que al considerar explícitamente los bienes intermedios, el patrón de comercio no se puede determinar directamente mediante la simple comparación de los vectores de precios de las dos economías en el caso en que no hay comercio, ya que el comercio de bienes intermedios alterará la estructura de precios de las dos economías. (Este problema no está presente en el modelo ricardiano, debido a que los bienes son producidos sólo por trabajo. Tampoco está presente en el modelo de HOS, ya que este modelo considera sólo las industrias verticalmente integradas. Sin embargo, en palabras de McKenzie: "Un momento de reflexión convencerá a cualquiera que Lancashire difícilmente produciría ropa si es que el algodón tuviera que crecer en Inglaterra" (1954, traducción propia).

Para modelar el problema planteado, introducimos la matriz de especialización para cada país, designada por S y S'. Ésta es una matriz diagonal con ceros y unos en la diagonal principal. Un 1 se refiere a un bien que es producido por un país dado en el caso de comerciar, y un cero representa el bien que será producido por el otro país.

El supuesto iv implica que sólo un vector de precios rige en ambas economías en el caso de comercio. Tomando los supuestos i y ii juntos tenemos que en tanto que las tasas salariales sean diferentes en ambos países, habrá un flujo de capitales entre los países "doméstico" y "extranjero" hasta que las tasas de ganancia se igualen en ambos países. De esta manera el vector de precios internacionales se puede escribir como (usaremos ~ para designar valores internacionales):

$$\tilde{p} = (1 + \tilde{g})\tilde{p}AS + w\tilde{p}CS + (1 + \tilde{g})\tilde{p}A'S' + w'\tilde{p}C'S' \qquad (10)$$

o

$$\tilde{p} = (1 + \tilde{g})\tilde{p}Q + \tilde{p}V \tag{11}$$

donde $Q = AS + A'S'$, $\quad V = wCS + w'C'S'$

Reordenando (11)

$$\frac{1}{1 + \tilde{g}}\tilde{p} = \tilde{p}Q(1 - V)^{-1} \tag{12}$$

De la ecuación (12) sabemos que el vector de precios internacionales es el vector característico izquierdo de la matriz $Q(1 - V)^{-1}$, asociado con la raíz Frobenius de esta matriz. La matriz $Q(1 - V)^{-1}$ es simplemente la combinación lineal de A, A', C y C'. El vector de precios internacionales es, por lo tanto, el vector de precios obtenido de una combinación particular de las tecnologías de ambos países, donde la combinación lineal está dada por las matrices de especialización S y S'. Si la matriz $Q(1 - V)^{-1}$ es irreducible (y suponemos que éste es el caso), mediante el teorema de Perron-Frobenius sobre matrices cuadradas y semipositivas sabemos que el vector de precios internacionales será estrictamente positivo y único (hasta un escalar). Del mismo teorema se deriva también que la tasa de ganancias igualada internacionalmente será:

$$\tilde{g} = \frac{1}{\Gamma[Q(1 - V)^{-1}]} - 1 \tag{13}$$

donde $\Gamma(\quad.\quad)$ es la raíz Frobenius de $Q(1 - V)^{-1}$. [Evidentemente $\Gamma(\quad.\quad) < 1$ para que la economía mundial sea productiva.]

Ahora bien, de todos los patrones posibles de especialización dados por las matrices S y S', estamos interesados en aquellos que satisfagan simultáneamente las siguientes condiciones de equilibrio:

(Los valores de equilibrio se señalan con un asterisco).

a) $S^* + S^{*\prime} = 1$
b) si $S^*_i = 1$, entonces $\tilde{p}^*[(1 + \tilde{g}^*)A_i + wC_i] \leq \tilde{p}^*[(1 + \tilde{g})A'_i + w'C'_i]$
c) si $S^*_i = 0$, entonces $\tilde{p}^*[(1 + \tilde{g}^*)A_i + wC_i] > \tilde{p}^*[(1 + \tilde{g})A'_i + w'C'_i]$

para $i = 1, 2, \ldots, n$, donde S_i es el iésimo elemento sobre la diagonal principal de S mientras que $A_i(C_i)$ es la iésima columna de $A(C)$.

En la condición a) está implícito el que todos los bienes se producirán en equilibrio, por un país o por el otro. Tomando las condiciones b) y c) juntas, se deduce que el bien i será producido en el país que tenga los menores costos de producción. Dado que, por un lado, se ha supuesto que la oferta de trabajo es infinitamente elástica en ambos países y que, por otro lado, los rendimientos a escala son constantes, se concluye que habrá una completa especialización.[2]

En el apéndice matemático se presenta un algoritmo para obtener la matriz de especialización de equilibrio S^* y se demuestra (teorema 1) que el algoritmo convergerá finitamente a un equilibrio en el que se satisfacen las condiciones a), b) y c).

Una vez que se obtienen los valores de equilibrio del patrón de especialización S^*, el vector de precios, $\tilde{p}^*$, y la tasa de ganancias, $\tilde{g}^*$, se puede probar lo siguiente:

Teorema 2: El vector de equilibrio de precios internacionales y la tasa de ganancias internacionalmente igualada son ambos únicos.

Demostración: (Eliminamos la ~ sobre la p para simplificar la notación.)

Supongamos que (S^*, p^*, g^*) y (S^{**}, p^{**}, g^{**}) son dos soluciones de equilibrio. Por definición se cumple que [ver ecuación (12)]:

$$\frac{1}{1 + g^*} p^* = p^*[Q^*(I - V^*)^{-1}] \tag{14}$$

$$\frac{1}{1 + g^{**}} p^{**} = p^{**}[Q^{**}(I - V^{**})^{-1}] \tag{15}$$

Al posmultiplicar (14) por $(I - V^*)$ y (15) por $(I - V^{**})$ y reordenar se obtiene:

$$p^* = p^*W^* \qquad \text{donde } W^* = (1 + g^*)Q^* + V^* \tag{16}$$

$$p^{**} = p^{**}W^{**} \qquad \text{donde } W^{**} = (1 + g^{**})Q^{**} + V^{**} \tag{17}$$

Dados nuestros supuestos acerca de la naturaleza de la tecnología, W^* y W^{**} son dos matrices irreducibles, por lo que:

$$p^*W^* = \Gamma(W^*)p^* = p^*;\ W^*q^* = \Gamma(W^*)q^* = q^*;\ q^*, p^* > 0 \tag{18}$$

[2] Las condiciones de equilibrio a), b) y c) son en cierto grado arbitrarias. Específicamente conllevan el resultado de que si el precio del bien es el mismo en ambos países, el bien será producido en la economía "doméstica". No hay ninguna razón para que éste sea el caso. El enfoque correcto sería que si el bien tiene el mismo precio en ambos países, entonces no será comerciado, de tal manera que las condiciones de equilibrio a), b) y c) —con una desigualdad estricta en b)— se aplican sólo a los bienes comerciables. Sin embargo, por razones de espacio no se incluyen en este trabajo los bienes no comerciables, aunque podrían ser y han sido incorporados en Levy (1980). Cabe anotar también que en la misma fuente se presenta una extensión del modelo para el caso de múltiples técnicas de producción para cada bien, de forma tal que los resultados del modelo no dependen del supuesto que las funciones de producción sean del tipo Leontief.

W^{**} y W^* definen, ex hipótesis, dos diferentes patrones internacionales de especialización, o dos "tecnologías" internacionales. Comparemos ahora las tecnologías W^* y W^{**} utilizando los precios p^{**} para evaluar las dos; es decir, consideremos:

$$p^{**}W^* \geq p^{**}W^{**} \tag{19}$$

Si p^{**} y el consiguiente W^{**} son soluciones de equilibrio, sabemos que ninguna otra tecnología, en este caso W^*, puede producir los bienes a un precio menor que la tecnología W^{**}, evaluando ambas tecnologías con respecto a los precios p^{**}. (Si $p^{**}W^* \leq p^{**}W^{**}$, entonces W^{**} no es una solución de equilibrio, lo que es contrario a nuestros supuestos.)

Al posmultiplicar ambos lados de (19) por q^*, sustituir (18) en el lado izquierdo y (17) en el lado derecho obtenemos:

$$p^*q^* \geq p^{**}q^* \tag{20}$$

Dado que $q^* > 0$ [véase (18)], la dirección de la desigualdad no varía después de la posmultiplicación por q^*.

El resultado de (20) es la comparación de dos escalares por lo que necesariamente se cumple la señal de igualdad. Por lo tanto, la igualdad debe cumplirse también en (19) tal que:

$$p^{**}W^* = p^{**}W^{**} = p^{**} \tag{21}$$

De la ecuación (21) sabemos que p^{**} es el vector característico de W^* asociado con $\Gamma(W^*) = 1$. Además, por (18) sabemos que p^* es el vector característico de W^* asociado también con $\Gamma(W^*) = 1$. Por consiguiente, $p^* = p^{**}$.

Hemos demostrado que si dos patrones de especialización en equilibrio coexisten, deben tener el mismo vector de precios. Sin embargo, si dos tecnologías de equilibrio tienen el mismo vector de precios a las mismas tasas salariales, entonces deben de tener la misma tasa de ganancias, tal que $g^* = g^{**}$.

Q.E.D.

Corolario 2: El patrón de especialización de equilibrio que resulta en una única internacionalmente igualada tasa de ganancias es el más eficiente en el sentido de que, para el valor dado de las tasas salariales en ambos países, $g^* = g_{\max}$.

Demostración: Por el corolario 1 (ver Apéndice) sabemos que $g_{\max}$ es una solución de equilibrio. Por el teorema 2, g^* es única. Por consiguiente, $g^* = g_{\max}$.

Pasamos ahora a considerar el patrón de producción de cada país. Sea q^* el vector internacional de producción de equilibrio; que esta dado por:

$$q^* = (1 + g^*)AS^*q^* + wCS^*q^* + (1 + g^*)A'(I - S^*)q^* + w'C'(I - S^*)q^* \tag{22}$$

Utilizando la notación presentada previamente, puede ser ordenado como:

$$\frac{1}{1 + g} q^* = [(I - V)^{-1}Q^*]q^* \tag{23a}$$

o

$$q^* = (1 + g^*)Q^*q^* + V^*q^* \tag{23b}$$

Podemos notar que $(I - V)^{-1}Q^*$ en (23a) y $Q(I - V)^{-1}$ en (12) son dos matrices similares. Dado que las matrices similares tienen el mismo espectro de raíces características, sus raíces Frobenius deben ser las mismas, de donde concluimos que la tasa de crecimiento del producto internacional coincidirá con la internacionalmente igualada tasa de ganancias.

Si q^* es el vector de producción internacional, entonces S^*q^* debe ser el vector de producción de la economía "doméstica" en el caso de comercio, mientras que $(I - S^*)q^*$ será el vector de producción de la economía "extranjera". Ahora podemos probar lo siguiente:

Teorema 3: Las soluciones de equilibrio p^*, q^*, S^* y g^* son tales que la balanza comercial entre los dos países se encuentra en equilibrio.

Demostración: (Eliminamos el asterisco con el fin de simplicar la notación.)

La producción total de la economía doméstica es:

$$[(I + g) + V]Sq$$

Las importaciones totales de la economía doméstica son:

$$(I - S)\,[(1 + g)Q + V]Sq$$

Análogamente, las exportaciones de la economía doméstica son:

$$S[(1 + g)Q + V]\,(I - S)q$$

La condición de equilibrio para la balanza comercial de la economía doméstica es la siguiente:

$$p\{(I - S)\,[(1 + g)Q + V]S - S\,[(1 + g)Q + V]\,(I - S)\}q = 0 \tag{24}$$

Expandiendo (24), eliminando términos y reordenando:

$$p[(1 + g)Q + V]Sq = pS[(1 + g)Q + V]q \tag{25}$$

Luego sustituyendo (16) en el lado izquierdo y (23b) en el lado derecho de (25) tenemos:

$$pSq = pSq$$

Ya que sólo hay dos países en el mundo, si la balanza comercial de la economía "doméstica" se encuentra en equilibrio, como se acaba de demostrar, entonces lo mismo será cierto para la balanza comercial de la economía "extranjera".

Q.E.D.

Hemos demostrado que el modelo de comercio presentado en este trabajo es capaz de generar soluciones de equilibrio de largo plazo. Es conveniente ahora recalcar ciertos aspectos. Primero, un resultado interesante es la unicidad del vector de precios en la solución de equilibrio. Dados nuestros supuestos acerca de la demanda (en particular las preferencias de tipo "Leontief" que generan los vectores de consumo d y d', así como el comportamiento con respecto al ahorro de los capitalistas y trabajadores) podemos considerar a la economía mundial como un "sistema cerrado" (en el sentido insumo-producto de la palabra).

Una vez que ambos países participan en el comercio internacional, las dos economías conforman un sistema integrado (la "economía mundial"). Como se ha supuesto que la tecnología de este sistema integrado es irreducible, no es sorprendente que sólo haya un sistema de precios relativos que sea compatible con la reproducción equilibrada del sistema.

El sistema de precios definido por (3), para el caso de una economía sin comercio, es tal que otorga a cada "agente económico" sólo el ingreso suficiente para comprar bienes (para consumo y/o inversión) bajo la tecnología y distribución del ingreso existentes. Los precios de producción calculados en (10) para la economía mundial cumplen el mismo propósito. Una vez que se determina el patrón de especialización de equilibrio (dados w y w' y las tecnologías respectivas) las dos economías forman un todo integrado. Lo que hacemos a continuación es calcular el conjunto de precios de producción que asegure la reproducción equilibrada de este sistema. Esto da la racionalidad económica para el teorema 3.

Es importante tener en cuenta que la solución de equilibrio da como resultado el más eficiente de todos los posibles patrones de especialización, para las tasas salariales dadas. Esto implica que el mercado mundial "optimiza", en el sentido de que es un mecanismo sumamente eficiente para encontrar los mejores métodos (los de menor costo) de producir el vector de producción mundial, dadas las tecnologías de los dos países.[3]

[3] Cabe recalcar que el supuesto de igualdad entre la tasa de ganancias y la tasa de crecimiento es necesario para el carácter óptimo del libre comercio. Como señala

Finalmente, es importante hacer notar que las soluciones de equilibrio que se han obtenido hasta el momento dependen de los niveles de salario real de ambos países. Si el salario real variara en cualquiera de los dos países (o en ambos), el sistema completo entraría en desequilibrio. Específicamente, se generaría un nuevo patrón de especialización, junto con un nuevo vector de precios y una nueva tasa de ganancias de equilibrio. Dicho de otra forma, el patrón de especialización en la producción mundial depende crucialmente del nivel del salario real en cada país.[4]

IV. Los efectos del comercio internacional

El propósito de esta sección es discutir los efectos del comercio internacional en cada economía. Dado el supuesto de proporciones fijas en el consumo, así como el supuesto de que el salario real es el mismo en el caso de no comercio como en el de comercio, todos los efectos del comercio se harán presentes afectando la tasa de ganancias (crecimiento).

Proposición 1: La tasa de ganancias de la economía "doméstica" ("extranjera") en la mayoría de los casos será mayor, pero nunca menor, en la situación de comercio comparado con la situación de no comercio.[5]

Demostración: Consideremos la economía "doméstica" ("extranjera"). La única diferencia entre la economía con comercio y la sin comercio radica en los métodos de producir ciertos bienes. La economía que comercia usará, mediante la importación, algunos de los métodos de producción de la economía "extranjera" ("doméstica").

Sin embargo, la condición para que esto ocurra es que los métodos de producción que importa sean más eficientes (de menor costo) que su contrapartida doméstica (éstas son, precisamente, las condiciones que satisface la matriz de especialización de equilibrio, S^*). Ambas economías, la que co-

---

Steedman la ausencia de tal igualdad puede dar lugar a que el patrón de especialización asociado al libre comercio no sea óptimo (Steedman, 1979a, p. 53). Agradezco a un lector anónimo esta observación.

[4] En Levy (1980) se llevó a cabo una simulación empírica del modelo. Utilizando una tabla de insumo-producto de 42 sectores del Japón y de los Estados Unidos, se calculó el patrón de especialización para valores exógenamente dados de $w^{\text{Japón}}$ y $w^{\text{E.U}}$. Se encontró que al mantener $w^{\text{E.U.}}$ constante, al variar $w^{\text{Japón}}$ de cero a $w_{\max}^{\text{Japón}}$ algunos de los bienes serían producidos primero en Japón. Luego, a valores crecientes de $w^{\text{Japón}}$ esos bienes serían producidos en los E.U., pero a mayores valores de $w^{\text{Japón}}$, volverían a ser producidos en Japón. Es interesante observar que este fenómeno, conocido como "re-desplazamiento de técnicas", ocurre también en un modelo de comercio internacional. Para una discusión en el caso de una economía sin comercio, véase Pasinetti (1977).

[5] En cierta manera la proposición 1 es la contrapartida de la economía con comercio al teorema de Okishio concerniente al cambio técnico en una economía sin comercio.

mercia y la que no comercia, enfrentan el mismo nivel de salario real; empero, la economía que comercia tiene algunos métodos de producción que son más eficientes. Estos incrementos en eficiencia se reflejarán en incrementos en la tasa de ganancias.

El lector habrá notado que la condición "en la mayoría de los casos" ha sido añadida a la proposición 1. Esto se debe a que no se puede eliminar *a priori* la posibilidad de que, aun si $T \neq T'$ como se ha supuesto, se observe que $p = p'$. Dicho de otra forma, aun si las tecnologías son diferentes, la composición de la demanda y el nivel de los salarios reales en ambos países podrían interactuar de tal manera que los precios relativos sean los mismos en ambos países. Si éste es el caso, no hay incentivo para el comercio internacional y la tasa de ganancias de la economía que comercia será la misma que la de la que no comercia.

La proposición 1 se puede interpretar como desplazamientos hacia afuera de la frontera de la tasa salarial/tasa de ganancias de cada uno de los dos países, como se puede ver en la gráfica 1, en donde *cc* es la frontera de la tasa salarial/tasa de ganancias de la economía que comercia; y *sc*, la frontera de la economía que no comercia.

Un resultado que debe ser recalcado es que cuando dos (o más) economías comercian, sus fronteras de tasa salarial/tasa de ganancias no pueden ser determinadas independientemente de las variables de la otra economía. Cambios en el país "extranjero" (en su tasa salarial, tecnología, etc.) variarán el patrón de especialización de la producción mundial, S^*, lo que a su vez se reflejará en la economía doméstica. Ésta es una conclusión importante, ya que en el caso de la economía sin comercio la frontera se deriva en forma independiente de la distribución del ingreso existente, siendo sólo una función de la tecnología. Lo anterior no ocurre cuando la economía es "abierta".

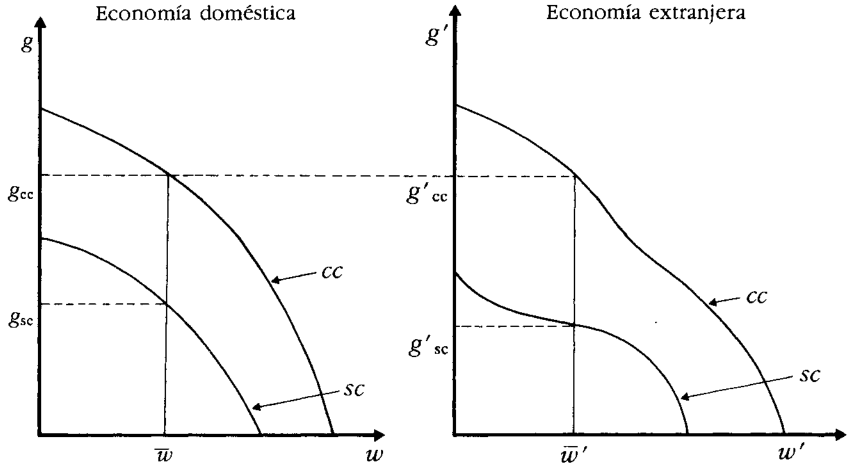
Al inicio de la sección III mencionamos que se analizaría el comercio internacional comparando el equilibrio a largo plazo de un par de economías que comercian con respecto a otro par de economías que tienen las mismas características que las anteriores, pero que no comercian. A continuación variaremos este enfoque comparando la posición de una economía en su situación antes del comercio con su situación posterior al comercio. Se asume que el ajuste al equilibrio después del comercio se realiza de manera instantánea, con la finalidad de evitar una discusión acerca de la trayectoria de transición.[6] De esta manera se pueden comparar ambas posiciones de manera directa.

Los vectores de precios y cantidades, al ser vectores característicos de

[6] Somos conscientes de que este supuesto es sumamente artificial, pero es necesario si es que uno desea comparar las posiciones "pre" y "pos" comercio desde el punto de vista del bienestar. La no utilización de este supuesto haría necesario analizar la trayectoria de transición de un equilibrio al otro.

Gráfica 1

Fronteras tasa de salario/tasa de ganancias con y sin comercio



ciertas matrices, requieren ser normalizados. Esta normalización se realizó anteriormente para el vector de precios [ver las ecuaciones (8a) y (9a)]. A continuación hago el supuesto de que en el periodo de tiempo inicial (en $t = 0$) el acervo de medios de producción para ambas economías está dado, y utilizo este supuesto para normalizar los vectores de producción. Entonces:

$$Aq(0) = k \qquad k > 0; \tag{26}$$

$$A'q'(0) = k' \qquad k' > 0 \tag{27}$$

en donde k y k' son los vectores de acervos de medios de producción en el periodo inicial. En el periodo t, cuando las dos economías se abren al comercio exterior, los acervos de medios de producción son:

$$Aq(t) = (1 + g)^t k; \tag{28}$$

$$A'q'(t) = (1 + g')^t k' \tag{29}$$

en donde g y g' son las tasas de crecimiento de cada economía anteriores al comercio.

Con (28) y (29) podemos normalizar $q(t)$ y $q'(t)$ y utilizar esta información para calcular los niveles de empleo de cada economía anteriores al comercio. Si el nivel de empleo lo designamos por N, tenemos que:

$$lq(t) = N(t); \tag{30}$$

$$l'q'(t) = N'(t) \tag{31}$$

En el periodo t ambas economías se abren al comercio exterior y hallamos las soluciones de equilibrio para $\tilde{q}$, $\tilde{p}$, $\tilde{g}$ y S. Sin embargo, en el momento en que se inicia el comercio el nivel de producción mundial está acotado por arriba por la restricción:

$$Q\tilde{q}(t) \leq Aq(t) + A'q'(t) \text{ donde } Q = AS + A'(I - S) \tag{32}$$

ya que en el periodo t están dados los acervos totales de medios de producción de la economía mundial.[7]

Los niveles de empleo en cada país después de la apertura al comercio están dados por:

$$lS\tilde{q}(t) = N^*(t) \tag{33}$$

$$l'(I - S)\tilde{q}(t) = N^{*\prime}(t) \tag{34}$$

donde el asterisco sobre las N se refiere a los valores pos-comercio.

El punto importante, por supuesto, es que no es posible determinar *a priori* si es que $N(t) \geqslant < N^*(t)$ o $N'(t) \leq N^{*\prime}(t)$, ya que el resultado depende de los valores específicos de S y $\tilde{q}(t)$. Dicho de otra forma, dependiendo del patrón de especialización de la economía en el equilibrio de poscomercio, uno puede observar aumentos o caídas en el nivel de empleo *vis-à-vis* la situación pre-comercio.

Es necesario tener en cuenta, sin embargo, que aunque el nivel de empleo en el caso de pos-comercio puede ser menor al de pre-comercio, la tasa de crecimiento del producto será mayor (proposición 1). Por lo tanto, la tasa de crecimiento de la demanda por trabajo será mayor en la situación poscomercio, y será sólo una cuestión de tiempo hasta que se obtengan y sobrepasen los niveles de empleo observados en la situación de pre-comercio. Es difícil decir si una situación como la anterior es una "ganancia" o "pérdida" del comercio; los capitalistas tendrán una tasa de ganancias mayor (aunque sobre un volumen de producción menor), mientras que los trabajadores serán los que sobrelleven los costos del ajuste debido a la disminución (temporal) del nivel de empleo.

El mismo análisis que se llevó a cabo para los efectos del comercio sobre el nivel de empleo puede ser desarrollado para analizar los efectos del comercio en el valor bruto de producción (VBP) de la economía. Nos inte-

[7] Nótese que sólo hay una restricción sobre el nivel de producción mundial, ya que los acervos de medios de producción son movibles. Véase la nota 1.

resan estos efectos porque en ocasiones el tamaño absoluto del VBP (o del ingreso nacional) es utilizado como un índice de bienestar, o como un índice de la actividad económica. Tomaremos la economía doméstica como ejemplo.

Consideremos lo siguiente:

$p \cdot q(t)$ = VBP de la economía "doméstica" antes del comercio. (35)

$\tilde{p}S\tilde{q}(t)$ = VBP de la economía "doméstica" después del comercio. (36)

Es evidente que no se pueden comparar (35) y (36), ya que sus unidades de medida son dos sistemas distintos de precios relativos. Tenemos, en consecuencia, un problema de números índices. Podríamos comparar alternativamente:

$$\tilde{p} \cdot q(t) >< \tilde{p}S\tilde{q}(t) \tag{37}$$

o

$$p \cdot q(t) >< pS\tilde{q}(t) \tag{38}$$

donde en (37) la unidad de medida son los precios internacionales, mientras que en (38) se usan los precios pre-comercio de la economía doméstica.

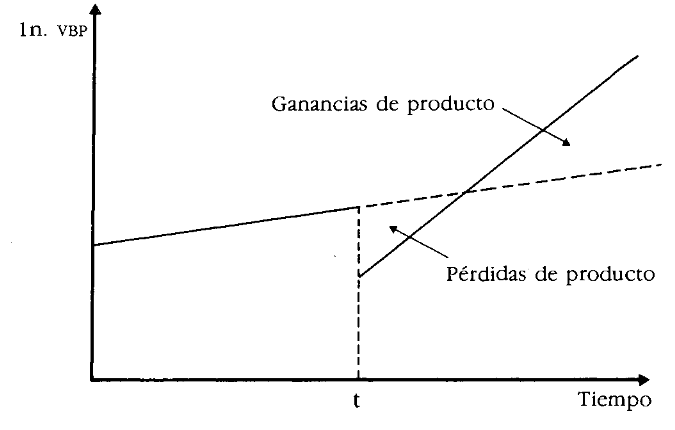
Al igual que en la comparación de los niveles de empleo las direcciones de las desigualdades, en (37) y (38), no pueden ser determinadas *a priori* ya que dependen crucialmente de S. Sin embargo, es posible que, independientemente de si el VBP es medido a precios p o $\tilde{p}$, el VBP de pos-comercio sea menor al de pre-comercio, lo que significa que inmediatamente después de que se lleva a cabo el comercio, el país experimentará una reducción de su actividad económica (y si el VBP es tomado como medida del índice de bienestar, también de su nivel de bienestar). No obstante, como la tasa de crecimiento del producto es mayor en el caso de pos-comercio en relación al de pre-comercio, es sólo una cuestión de tiempo para que el VBP de pos-comercio alcance y, más adelante, sobrepase al de pre-comercio. Este argumento puede ser resumido en la gráfica 2.

Para resumir: gracias al supuesto de un ajuste instántaneo de un estado estacionario al otro, podemos comparar las posiciones de pre y pos-comercio. Los determinantes cruciales del resultado de una situación particular de comercio son: i) el nivel de salarios en cada economía, y ii) las tecnologías en operación en cada economía. Ambos (i y ii) interactúan y determinan los niveles de empleo y producto en el caso de pos-comercio en cada economía.

Se ha establecido que, en general, no se puede concluir que el "libre comercio es superior a no comerciar" [Bhagwati (1968), traducción propia]. El que un economía gane o pierda con el comercio internacional dependerá

Gráfica 2

Movimiento del VBP a través del tiempo



de su "función de bienestar" (una tasa más alta de ganancias contra una caída temporal en el nivel de empleo), así como de la tasa de descuento (un VBP más alto "mañana" contra un VBP menor "hoy").

V. Consideraciones sobre el cambio técnico

El modelo desarrollado en las secciones anteriores, a pesar de ser formalmente un modelo dinámico, ya que ambas economías están creciendo, hace abstracción del cambio técnico. Como señala Pasinetti, empero: "Hablando estrictamente, un modelo de este tipo no puede considerarse como 'verdaderamente' dinámico. . . ya que continúa exhibiendo propiedades que son típicas de un sistema estacionario: constancia de la estructura de precios, producción y consumo" [Pasinetti (1977), traducción propia].

La introducción del cambio técnico, sin embargo, presenta dificultades analíticas especiales cuya solución completa queda fuera de los límites de este trabajo. En esta sección nos limitaremos solamente a indicar la forma en que algunos de los resultados obtenidos serían modificados en presencia de cambio técnico.

Supongamos ahora que la tecnología de cada economía, T y T', es una función del tiempo. En la forma más general tendríamos $T(t) = [A(t), l(t)]$. En el estudio del cambio técnico es usual aproximar a $T(t)$ mediante funciones exponenciales. Aun así, tendríamos un total de $(n^2 + n)$ coeficientes de cambio para cada país.

Para simplificar el problema, Pasinetti (1981) ha desarrollado, en el contexto de una economía cerrada, el concepto de sectores "verticalmente integrados". Si definimos

$$\bar{l} = l(I - A)^{-1} \tag{39}$$

tenemos que el vector $\bar{l}$ contiene los coeficientes de requerimientos de trabajo en un sector verticalmente integrado. Dado éste podemos escribir los escalares

$$\bar{l}_j(t) = \bar{l}_j(o)\exp(-\lambda_j)t \qquad (j = 1, 2, \ldots n) \tag{40}$$

donde $\lambda_j \geq 0$ es la tasa de crecimiento (constante y exógena) de la productividad del trabajo en el sector j.[8] Evidentemente, cuando $\lambda_j \neq \lambda_i$ el resultado será que el cambio técnico ocurre a diferentes velocidades en cada sector generando así una estructura de precios relativos $p(t)$ que no es invariante respecto al tiempo. Asimismo, con $\lambda_j > 0$ para al menos un sector, el resultado será un desplazamiento hacia afuera de la frontera tasa de salarios/tasa de ganancias para cada economía.

En el contexto de un modelo de comercio internacional, el punto importante es que dentro de cada país los precios relativos cambian a través del tiempo. Esto implica que el momento específico en el tiempo en que ambas economías se abren al comercio resultará ser clave para determinar el patrón de especialización, $S(t)$. Este argumento puede ser ejemplificado suponiendo que se producen dos bienes ($n = 2$) y que el vector b que define el numerario del sistema está dado por b = [1 0] —véase (7). Si, asimismo, suponemos que $(\lambda_1 - \lambda_2) < (\lambda_1' - \lambda_2')$ —tal que la productividad del trabajo en el sector 2 crece más rápidamente en la economía extranjera que en la doméstica— pero que $p(o) < p'(o)$, entonces la trayectoria de los precios relativos en cada país puede ser observada en la gráfica 3.

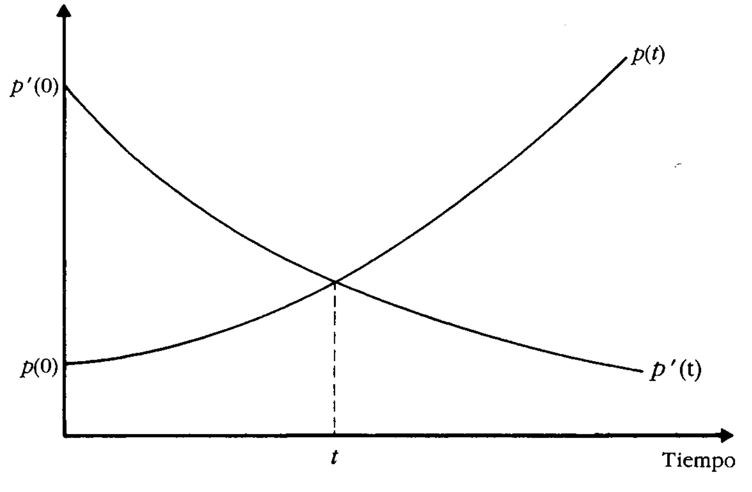
Claramente, si la apertura al comercio sucede en $t <$ t resultará que $p(t) < p'(t)$ y la economía doméstica se especializará en la producción del bien 1. Inversamente, si la apertura al comercio sucede en $t > t$ el patrón de especialización será uno donde la economía doméstica produce el bien 2. Tenemos entonces que:

$$S(t) = \left\{ \begin{matrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \\ \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \end{matrix} \right. \text{conforme } t \left\{ \begin{matrix} \leqslant \\ > \end{matrix} \right\} t \tag{41}$$

[8] Por supuesto, los valores de λ_j y λ_j', no tienen que ser exógenos. Más bien, pueden estar ligados a los rendimientos a escala en cada sector [como en Ros (1975)] o a fenómenos como el de "aprender haciendo" tal que los λ_j's son una función del volumen acumulado de producción.

Gráfica 3

Trayectoria de los precios relativos en presencia de cambio tecnológico



Como señalamos antes, una vez que se da el comercio las dos economías forman un sistema integrado. La productividad del trabajo en este sistema integrado estará determinada por:

$$\tilde{l}(t) = \{l(t)S(t) + l'(t)\,[I - S(t)]\}\,\{I - [A(t)S(t)] + A'(t)\,[I - S(t)]\}^{-1} \quad (42)$$

donde dependiendo de si la apertura al comercio sucede antes o después de t, el primer o segundo elemento de $\tilde{l}(t)$ describirá la tasa de crecimiento de la productividad del trabajo en la economía doméstica. Esto a su vez influenciará la evolución del nivel de empleo y salario real.

Queda claro cómo la introducción del cambio técnico enriquece el modelo desarrollado en las secciones III y IV. Al mismo tiempo, empero, es menester mencionar que el cambio técnico genera problemas adicionales. En particular: i) dado que los precios relativos están cambiando continuamente, el supuesto de que la composición de la canasta de consumo es constante resulta sumamente artificial; ii) el desplazamiento continuo de la frontera tasa de ganancias/tasa de salarios también genera interrogantes sobre el supuesto de un salario real constante, ya que esto implica incrementos continuos de la tasa de ganancias. En consecuencia, es necesario profundizar sobre el comportamiento de la demanda, así como de los determinantes de la distribución del ingreso en un contexto de cambio técnico no uniforme.[9]

VI. Conclusiones

La teoría de comercio internacional ha sido considerada siempre como una teoría de largo plazo. Como tal, debería tomar en cuenta los factores dinámicos y los cambios a través del tiempo. La teoría de comercio internacional de la "proporción de factores" (HOS), desde mi punto de vista, tiene una connotación estática. Esto se debe a que una vez que tomamos la "dotación de factores" como dada, nos centramos inmediatamente en la noción de escasez y el problema del comercio se torna en uno de asignación óptima de recursos dados. Sin embargo, en ciertos casos, parecería ser de mayor relevancia analizar el problema de una manera más dinámica, en la que los países no están "dotados de factores de producción" sino que, en un contexto de crecimiento, pueden producir todos los medios de producción que requieren. Considero que como una primera aproximación se debe de obviar la escasez y concentrarse en la reproductibilidad de los bienes y de los medios de producción.

En consecuencia, lo que necesitamos es un cambio en la manera en que el problema del comercio es conceptualizado. En un punto determinado en el tiempo es cierto que los países tienen, o están "dotados de", un determinado acervo de fuerza laboral. Pero si tenemos en cuenta el factor tiempo, sabemos que la fuerza laboral está creciendo continuamente (y cambiando de composición, y/o calificación, dependiendo del patrón de acumulación, "aprender haciendo", etc.). De manera similar, una vez que se toma en cuenta el tiempo, los países pueden, y de hecho lo hacen, cambiar sus acervos de medios de producción, y la dirección y velocidad con que lo hacen dependerá, entre otras cosas, del patrón de especialización en la producción que persigan.

Este estudio es un modesto intento por tratar de incorporar estas ideas en un modelo formal de comercio internacional. Al mismo tiempo, empero, se deben mencionar dos limitaciones. Primero, el modelo no incorpora los efectos de cambios en la composición de la demanda asociados a cambios en los precios relativos y niveles de ingreso, que son particularmente importantes en el caso de cambio técnico. Segundo, no hemos presentado una teoría de la distribución del ingreso. Sabemos que con el comercio la frontera de la tasa salarial/tasa de ganancias se desplaza hacia fuera. Debido

[9] Pasinetti (1981) profundiza sobre el comportamiento de la demanda con cambio técnico para el caso de una economía cerrada. Ros (1985) extiende estos resultados para el caso de una economía abierta pero sin insumos intermedios y cero tasa de ganancia.

a nuestro supuesto de un salario real exógenamente determinado, sin embargo, todas las "ganancias" del comercio se reflejan en una tasa más alta de ganancias. No obstante, bajo otras condiciones se podría dar una "repartición" de las ganancias del comercio mediante un incremento en ambas variables distributivas: g y w. El problema es determinar cómo se daría esta "repartición", es decir, una teoría de la distribución del ingreso. Al profundizar sobre estos dos temas podrá ser posible analizar más detalladamente las consecuencias del comercio internacional.

Apéndice matemático

La finalidad de este apéndice es presentar el algoritmo (y la prueba de convergencia) para obtener los valores de equilibrio del patrón de especialización, del vector de precios internacionales y la tasa de ganancias. Nótese que al dar una prueba de convergencia del algoritmo se presenta, implícitamente, una prueba constructiva de la existencia de un equilibrio bajo la situación de comercio. Eliminamos la ~ sobre las variables para simplificar la notación.

Algoritmo: sea n un contador de iteraciones. Postúlese una matriz de especialización inicial arbitraria, llamada S_n, y encuéntrese a P_{n+1} y g_{n+1} utilizando la siguiente regla E:

Regla E:

$$\frac{1}{1 + g_{n+1}} p_{n+1} = p_{n+1}[Q_n(I - V_n)]^{-1}$$

Dados p_{n+1} y g_{n+1}, encontrar S_{n+1} utilizando la regla S:

Regla S:

$S_{n+1]i} = 1$ si p_{n+1} $[(1 + g_{n+1})A_i + wC_i] > p_{n+l}[(1 + g_{n+1})A'_i + w'C'_i]$, donde $S_{n+1]i}$ denota el iésimo elemento en la diagonal principal de S en la iteración $n + 1$.

Cuando se llega a una iteración en la que $S_{n+m} = S_{n+m+1}$ se ha llegado a los valores de equilibrio de S, S^*.

(El algoritmo presentado puede ser interpretado como el proceso de *tâtonnement* de un mecanismo de ajuste walrasiano. Un "subastador" señala un patrón de especialización y de éste obtenemos un vector internacional de precios y una tasa de ganancias [mediante la regla E]. Dados este vector de precios y la tasa de ganancias, ambas economías, la "doméstica" y la "extranjera", calculan sus costos de producción. Si a estos precios un país puede producir un bien a un costo menor que el otro, el "subastador" utiliza esta información y hace un reajuste (a través de la regla S) del patrón mundial de especialización. (Este procedimiento es repetido hasta que ningún país puede producir un bien a un costo menor que el otro país. En este punto se termina el trabajo del "subastador".)

Lema: en el algoritmo presentado, si la matriz de especialización no está en equilibrio [satisfaciendo las condiciones a), b) y c)], entonces la tasa de ganancias se incrementará en la siguiente iteración. Es decir, si $S_n \neq S^*$ entonces $g_{n+1} > g_n$.

Demostración:[10] tomar la ecuación característica dada por la regla E, posmultiplicar ambos lados por $(I - V_n)$ y reordenar para obtener:

$$p_{n+1} = p_{n+1}[(1 + g_{n+1})Q_n + V_n] \tag{A.1}$$

Cualquier combinación de Q y V definen una tecnología T. Entonces, dada S_n obtenemos Q_n y V_n, que a su vez definen la tecnología T_{n+1}. Se otorgan precios a los bienes producidos de acuerdo a la tecnología T_{n+1} utilizando, sin embargo, los precios p_{n+1} dados por la tecnología T_n [ver la ecuación (A.1)]. Las reglas S son hechas de tal manera que T_{n+1} es más eficiente que T_n en el siguiente sentido:

(i) $p_{n+1}\ [(1 + g_{n+1})Q_n + V_n] = p_{n+1}\ [(1 + g_{n+1})Q_{n+1} + V_{n+1}]$

o

(ii) $p_{n+1}\ [(1 + g_{n+1})Q_n + V_n] > p_{n+1}\ [(1 + g_{n+1})Q_{n+1} + V_{n+1}]$

Si i) se cumple, significa que $T_{n+1} = T_n$, tal que $Q_{n+1} = Q_n$, $V_{n+1} = V_n$ y $S_{n+1} = S_n = S^*$. Si i) no se cumple, entonces ii) necesariamente se cumple por las reglas S. La tecnología T_{n+1} ha sido diseñada de tal manera que al usar los precios p_{n+1}, los métodos de producción más ineficientes (de mayor costo), son remplazados por los más eficientes (de menor costo).

Utilizando (A.1) en ii) obtenemos:

$$p_{n+1} > p_{n+1}\ W_{n+1}, \text{ donde } W_{n+1} = [(1 + g_{n+1})Q_{n+1} + V_{n+1}] \tag{A.2}$$

Se puede probar que $\Gamma(W_{n+1}) < 1$. (Ver la nota 11.)

Considérese ahora la siguiente iteración de la regla E en el algoritmo. Al posmultiplicar ambos lados por $(I - V_{n+1})$ y reordenar, se obtiene:

[10] Quisiera agradecer al profesor M. Manove por sugerirme la demostración de este lema.

[11] *Teorema.* Si $p > pW$, entonces $\Gamma(W) < 1$. *Demostración*: sea q el vector (columna) característico asociado con la raíz Frobenius de W. Posmultiplicar ambos lados de la desigualdad por q para obtener $pq > pwq$. Con base en la definición de una acuación característica tenemos que $Wq = \Gamma(W)q$. Sustituyendo en el lado derecho de la desigualdad obtenemos $pq > \Gamma(W)pq$. Como $pq > 0$ se deduce que $\Gamma(W) < 1$. Q.E.D.

$$p_{n+2} = p_{n+2}W_{n+2}, \text{ donde } W_{n+2} = [(1 + g_{n+2})Q_{n+1} + V_{n+1}] \quad \text{(A.3)}$$

De la definición de la ecuación característica dada en (A.3) se deduce que $\Gamma(W_{n+2}) = 1$.

Ambas matrices, W_{n+1} y W_{n+2}, son semipositivas, ya que $g > 0$ y Q y V son combinaciones lineales de A, A', C y C', todas matrices semipositivas.

La única diferencia entre W_{n+1} y W_{n+2} radica en los escalares g_{n+1} y g_{n+2}. Hemos señalado que $\Gamma(W_{n+1}) < 1$, mientras que $\Gamma(W_{n+2}) = 1$. Sin embargo, sabemos que la raíz Frobenius de una matriz semipositiva e irreducible es una función creciente de cualquiera de sus elementos. Dado que W_{n+1} y W_{n+2} sólo difieren en el escalar g resulta que $g_{n+2} > g_{n+1}$. Q.E.D.

Teorema 1. El algoritmo presentado convergerá en un número finito de iteraciones hacia los valores de equilibrio de S^*, p^* y g^*.

Demostración. El número total de posibles patrones de especialización es de 2^n, donde n es la cantidad de bienes producidos. Cada patrón de especialización está asociado con un vector de precios y una tasa de ganancias. Como n es finito, 2^n también será un número finito. El conjunto de todas las tasas de ganancias posibles es, por lo tanto, un conjunto finito y cerrado. En base al lema demostrado anteriormente, si $S = S^*$, entonces g se incrementará.

Sin embargo, g no puede incrementarse infinitamente, ya que está acotada por arriba al pertenecer a un conjunto finito. En consecuencia, el algoritmo, en un número finito de iteraciones, convergerá hacia una tasa de ganancias g, en la que $S = S^*$, $p = p^*$ y $g = g^*$. Q.E.D.

Corolario 1. El patrón de especialización asociado con la máxima tasa de ganancias, $g = g_{\max}$, es una solución de equilibrio.

Demostración. Supongamos lo contrario, $g_{\max} \neq g^*$. Como no se encuentra en equilibrio, el lema nos dice que $g_{\max}$ se incrementará. Pero esto implica una contradicción, ya que $g_{\max}$ no se puede incrementar. Por lo tanto, el corolario 1 está demostrado.

Bibliografía

Bhagwati, J.N. (1968), "The Gains for Trade Once Again", *Oxford Economic Papers*, vol. 20.

Jones, R. y P. Neary, (1984), "The Positive Theory of International Trade", en *Handbook of International Economics*, cap. 1, vol. 1, Jones & Kenen, Eds., North-Holland, Amsterdam.

Levy, S. (1980), "Towards a Sraffian Approach to the Theory of International Trade", tesis doctoral inédita, Boston University.

Mainwaring, L. (1974), "A Neo-Ricardian Analysis of International Trade", *Kyklos*, vol. 27.

Mackenzie, L. (1954), "Specialization and Efficiency in World Production", *Review of Economic Studies*, vol. 14.

Pasinetti, L. (1965), "A New Theorical Approach to the Problem of Economic Growth", en *The Econometric Approach to Economic Planning*, North-Holland, Amsterdam.

_________ (1977), *Lectures in the Theory of Production*, Columbia University Press, Nueva York.

_________ (1981), *Structural Change and Economic Growth*, Cambridge University Press, Cambridge.

Ros, J. (1985), "Trade, Growth and the Pattern of Specialization", documento de trabajo, Centro de Estudios Económicos, El Colegio de México, México.

Steedman, I. (1979a), *Trade Amongst Growing Economies*, Cambridge University Press, Cambridge.

_________ ed. (1979b), *Fundamental Issues in Trade Theory*, MacMillan Press, Londres.

Sraffa, P. (1960), *Production of Commodities by Means of Commodities*, Cambridge University Press, Cambridge.