CREDIBILIDAD Y ESTABILIZACIÓN: EL PAPEL DEL TIPO DE CAMBIO EN LA REDUCCIÓN DE LA INFLACIÓN *

Raúl Aníbal Feliz

Centro de Investigación y Docencia Económicas

Resumen: En este ensayo se investigan los alcances y limitaciones de las estrategias de reducción de la inflación basadas en el manejo del tipo de cambio nominal. Estas estrategias se derivan de la solución de varios tipos de juegos dinámicos entre el gobierno y el sector privado de la economía.

Abstract: In this article the scope and limitations of inflation reduction strategies based on nominal exchange rate policies are modelled theoretically. These strategies are derived from the solution of several types of dynamical games between the government and the private sector of the economy.

1. Introducción

En este ensayo se investigan los alcances y limitaciones de las estrategias de reducción de la inflación basadas en el manejo del tipo de cambio nominal. Dichas estrategias de política se derivan de la solución a problemas explícitos de optimización intertemporal. Los cuales son juegos dinámicos donde el gobierno actúa como líder frente al sector privado de la economía.

En el artículo se compara el equilibrio de planificación social o centralizado de estos juegos con un equilibrio descentralizado, temporalmente consistente, basado en reglas de política lineales.

* Una versión preliminar de este ensayo fue presentada en seminarios en el CIDE, en la Universidad de Fortham, en la Universidad de Texas en Austin, en la Universidad de North Texas, en el XVI Congreso Internacional de la LASA y en UCAMAIMA en Santo Domingo. El autor agradece las críticas y sugerencias que le fueron formuladas por Angel Palerm, José Luis Alberro, Carlos Bazdresch, Darryl McLeod, John Welch y por un dictaminador anónimo de esta revista.

Como función de reacción del sector privado se utilizó un modelo macrodinámico neokeynesiano. Entre las características más importantes de este modelo se encuentran: *a*) la fijación de precios por varios periodos y de forma asimétrica; *b*) la formación de expectativas racionales; y *c*) los activos domésticos son sustitutos imperfectos de los del resto del mundo.

Los equilibrios se computaron utilizando valores estándares para los parámetros del modelo macroeconómico. Las simulaciones mostraron que sólo en el equilibrio centralizado el manejo del tipo de cambio nominal juega un rol importante en la reducción de la inflación. Lo anterior no sucede en el equilibrio descentralizado, ya que aquí el gobierno nada más ejerce un reducido control sobre las expectativas de inflación del sector privado.

Este ensayo consta de seis secciones. En la primera se discuten las ecuaciones del modelo macroeconómico. En la segunda se definen los conceptos de equilibrio. En la tercera se reportan los resultados de las simulaciones. La cuarta contiene las conclusiones y en la quinta sección se obtienen formalmente las ecuaciones que describen los equilibrios.

2. Modelo macroeconómico

Los problemas planteados en la sección anterior se abordan en el marco del siguiente modelo macroeconómico:

$$\pi_t = \xi \pi_t^* + (1-\xi)\pi_t^i \tag{1}$$

$$\pi_t^i = \pi_t^f + \theta_t \tag{2}$$

$$\pi_t^* = \sum_{i=-\infty}^{0} \psi^i \sum_{j=0}^{\infty} \psi^j E\langle \pi_{t+j-i} + \gamma(Q_{t+j-i} - Q_{t+j-i}^p)\rangle (1-\psi)^2 . \tag{3}$$

Donde se utiliza la siguiente notación:

$$\Delta Q_t = \eta \{D_t - Q_{t-1}\} \tag{4}$$

$$D_t = \alpha_1 G_t + \alpha_2 W_t - \alpha_3 R_t - \alpha_4 \pi_t + \alpha_5 T_t + \alpha_6 Q_t^f \tag{5}$$

$$\Delta W_t = -\rho_1 Q_t + \rho_2 T_t + \rho_3 Q_t^p + \rho_4 Q_t^f + Z_t \tag{6}$$

$$R_t = R_t^f + E\langle T_{t+1} - T_t\rangle - \varphi W_t \tag{7}$$

$$T_t = T_{t-1} + \pi_t^i - \pi_t \tag{8}$$

π_t = Inflación.
π_t^* = Inflación interna.
π_t^i = Inflación importada.
Q_t = Producto (logaritmo).
Q_t^p = Producto potencial (logaritmo).
D_t = Demada (logaritmo).
W_t = Riqueza financiera (fracción del producto).
R_t = Tasa de interés real.
T_t = Tipo de cambio real (logaritmo).
G_t = Gasto público (logaritmo).
θ_t = Devaluación.
Z_t = Componente exógeno de la balanza de pagos (fracción del producto).
$E\langle\rangle$= Expectativa racional condicionada a información del periodo $t-1$.
^{f} = Variable del resto del mundo.

Las ecuaciones 1, 2 y 3 definen la función de oferta agregada del modelo. La tasa de inflación, de acuerdo con la ecuación 1, es un promedio de las tasas de inflación interna e importada. El parámetro ξ es la ponderación asignada en este promedio a la inflación interna. La ecuación 2 determina, a través de la regla de *paridad de poder de compra*, la tasa de inflación importada. La ecuación 3, que determina la tasa de inflación interna, se deriva de la teoría de los *contratos traslapados* de precios y salarios de la nueva teoría keynesiana.

Bajo condiciones de competencia monopolística las empresas fijan sus precios (variaciones) según la siguiente expresión:

$$\pi_t^\varepsilon = \sum_{\vartheta=1}^{\infty} P(\vartheta) E\langle \pi_{t+\vartheta} + \gamma(Q_{t+\vartheta} - Q_{t+\vartheta}^p)\rangle \tag{3.1}$$

donde $P(\vartheta)$ es la probabilidad de que el precio fijado sea alterado en ϑ periodos. Esta ecuación supone que cada empresa establece su tasa de inflación π_t^ε en relación a los valores anticipados de la inflación agregada y a la brecha del producto corriente respecto al producto potecial.

La inflación interna, por definición, es el promedio de las tasas de inflación establecidas por estas empresas: donde $N(\vartheta)$ es la proporción de ellas que cambian precios cada ϑ periodos

$$\pi_t^* = \sum_{\vartheta=-\infty}^{t-1} N(\vartheta)\pi_\vartheta^\varepsilon \quad . \tag{3.2}$$

Una significativa simplificación algebraica se obtiene haciendo $P(\vartheta) = N(\vartheta)$ y adoptando para $P(\vartheta)$ una distribución geométrica:

$$P(\vartheta) = (1 - \psi)\psi^{\vartheta - 1} \qquad (3.3)$$

Como resultado de esta elección la duración promedio de los contratos de precios es igual a: $\frac{1}{1 - \psi}$.

Sustituyendo la ecuación (3.1) en la (3.2) se obtiene la ecuación 3 del modelo.

Las ecuaciones 4, 5, 6 y 7 forman la función de demanda agregada del modelo, y ya que ésta supone inflación inercial, la demanda de bienes determina el producto a corto y mediano plazo.

Según la ecuación 4, el producto se ajusta de forma gradual a la demanda con un rezago promedio de $\frac{1}{\eta}$.

La ecuación 5 es la demanda de bienes. Ésta es una función positiva del gasto público, de la riqueza, del tipo de cambio real y del producto del r.m., y negativa de las tasas anticipadas de interés real e inflación. Para simplificar se asume que sólo los activos financieros externos forman la riqueza del sector privado.

Las ecuaciones 4 y 5 determinan la función ahorro-inversión (IS) del modelo.

La ecuación 6 establece los determinantes de la riqueza financiera del sector privado. Esta ecuación es la balanza de pagos. Las variaciones de la riqueza se suponen función positiva del tipo de cambio real, del producto potencial u oferta, del producto del r.m., y función negativa del producto corriente. En Z_t se reunen las otras variables que afectan la balanza de pagos.

La ecuación 7 determina la tasa de interés interna. El diferencial entre la tasa doméstica y la del r.m., ajustada por las expectativas de variación del tipo de cambio, es función negativa del acervo de activos financieros que se conservan en otras monedas. Nótese que cuando $\varphi \rightarrow 0$ la ecuación 7 equivale a la conocida condición de paridad de tasas de interés de Fisher.

La ecuación 8 define la variable tipo de cambio real. Las expectativas se suponen racionales, lo que implica coincidencia, bajo previsión perfecta, entre los valores anticipados de las variables endógenas, y los generados por el modelo; en donde Q_t^p, Z_t, Q_t^f y R_t^f son variables exógenas. Las variables G_t y θ_t son los instrumentos de política fiscal y monetaria del gobierno. La elección del instrumento de política monetaria presupone que la cantidad nominal de dinero se determina endógenamente.[1]

[1] La oferta monetaria se adapta a la cantidad nominal de dinero que determina la función de demanda de este activo. La cantidad de dinero, cuyo logaritmo se denomina M_t, podría determinarse por medio de la siguiente función:

$$M_t = P_t + \zeta_1 Q_t + \zeta_2 W_{t-1} - \zeta_3 (R_t + E\langle\pi_{t+1}\rangle)$$

donde P_t es el logaritmo del nivel de precios. En esta ecuación todas las variables explicativas se determinan endógenamente en el modelo.

3. Credibilidad: la política económica como estrategia

El problema de política económica del gobierno está dado por medio de la siguiente función objetivo:

$$O_t = \frac{\omega_1(Q_t - Q_t^p)^2 + \omega_2(\pi_t - \bar{\pi}_t)^2 + \omega_3(G_t - \bar{G}_t) + \omega_3(\theta_t - \bar{\pi}_t)^2}{2} \tag{9}$$

donde $\bar{G}_t$ y $\bar{\pi}_t$ son sus metas de gasto público e inflación. Esta función define, en el corto y mediano plazo, un conflicto o *trade-off* entre crecimiento e inflación.[2]

El góbierno elige su política fiscal y cambiaria minimizando la siguiente funcional:

$$\min_{\{G_t, \theta_t\}_1^\infty} E\langle \sum_{t=1}^{\infty} \beta^{t-1} O_t \rangle \tag{10}$$

sujeta a las ecuaciones del modelo macroeconómico. β es el factor de descuento intertemporal.

Este problema es un juego dinámico entre el gobierno y el sector privado, donde el primero desempeña el rol de líder y el segundo el de seguidor. De acuerdo con el marco institucional dentro del cual éste tiene lugar, se distinguen dos tipos de equilibrios: *a)* centralizados y *b)* descentralizados. Los primeros son, generalmente, pareto-superior a los descentralizados, pero carecen de consistencia temporal según la definición de Kydland y Prescott (1977). En este ensayo se computó la solución de *planificación social* del problema 10, que se define como: *un equilibrio centralizado de planificación social es una trayectoria de las variables de control* $\{G_t, \theta_t\}_1^\infty$ *que resuelve el problema 10.*

Éste es un equilibrio de *movidas*, donde el gobierno comunica al sector privado, antes de iniciarse el juego, su estrategia de política económica. Siendo temporalmente inconsistente, dicha estrategia no es creíble, ya que después de transcurrido cierto tiempo, al gobierno le conviene renegar de ella. Así, debido a su falta de credibilidad, ésta sólo puede instrumentarse en una economía libre, a través de un preacuerdo o pacto entre el gobierno y el sector privado.[3]

[2] Esta función supone además costos de ajuste de los instrumentos de política.

[3] En la literatura de teoría de juegos a este tipo de equilibrio se le llama de "equilibrio de equipo" (Cohen, D. y Ph. Michel, 1987).

Los equilibrios temporalmente consistentes, en cambio, no requieren de tales arreglos institucionales pues, por construcción, son creíbles. Éstos obedecen al llamado principio de optimalidad de Beliman,[4] según el cual, una política es óptima si las decisiones adoptadas en algún periodo, son independientes de las tomadas anteriormente así como de sus consecuencias.

El equilibrio descentralizado o creíble se define como: *una regla de política lineal que resuelve el problema 10 y cumple con el principio de optimalidad de Bellman.*

4. Simulaciones

4.1. *Calibración del modelo*

Los parámetros de las funciones que forman la demanda agregada se estimaron a través de métodos econométricos. Se utilizaron series de tiempo trimestrales para México durante el periodo 1981-1989. Se impusieron los coeficientes de la función de oferta agregada, con el objeto de replicar los principales momentos de la inflación en México durante ese periodo. También se asignaron valores a los parámetros de la función objetivo del gobierno, que dan una mayor ponderación al crecimiento frente a la inflación. En el siguiente cuadro se reportan los valores de los parámetros.

Cuadro 1

Valores de los parámetros del modelo

ξ	0.70	ψ	0.50	γ	0.32	η	0.50
α_1	0.60	α_2	0.10	α_3	0.20	α_4	0.10
α_5	0.14	ρ_1	0.23	ρ_2	0.17	φ	1.50
ω_1	0.71	ω_2	0.24	ω_3	0.05	β	0.98

Al factor de descuento se le atribuyó un valor de 0.98. Todas las variables exógenas se suponen constantes y las variables endógenas e instrumentos se expresan como desviaciones respecto a sus valores de equilibrio.

Las ecuaciones del modelo pueden escribirse, si se eliminan algunas de las variables endógenas,

[4] "An optimal policy has the property that, whatever the initial state and decision (*i.e.*, control) are, the remaining decisions must constitute an optimal policy with regard to the state resulting from the first decision".

$$\begin{pmatrix} X_t \\ E\langle Y_{t+1}\rangle \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} A_{11} & A_{12} \\ A_{21} & A_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} X_{t-1} \\ E\langle Y_t\rangle \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} B_1 \\ B_2 \end{pmatrix} K_t$$

$$X_0 = \bar{X} \qquad \lim_{T \to \infty} Y_{T+1} = 0$$

donde los coeficientes de las matrices A_{ij} y B_i son funciones no lineales de los parámetros estructurales y los vectores X_t, Y_t y K_t son:

$$X_t = \begin{pmatrix} Q_t \\ W_t \\ T_t \\ \pi_t \end{pmatrix}, \quad Y_t = \begin{pmatrix} T_t \\ \pi_t \end{pmatrix}, \quad K_t = \begin{pmatrix} \theta_t \\ G_t \end{pmatrix}.$$

En el vector Y_t se reunen todas las variables no predeterminadas.

Es bien conocido que este tipo de modelo sólo (Blanchar y Kahn, 1980; Buiter, 1984) tienen una trayectoria de equilibrio convergente cuando la matriz de transición:

$$\begin{pmatrix} A_{11} & A_{12} \\ A_{21} & A_{22} \end{pmatrix}$$

posee estructura de *silla*. En este caso, eso sucede cuando dicha matriz tiene tantas raíces características inestables, módulo mayor que uno, como variables no predeterminadas. La raíces características de la matriz se reportan en el cuadro 2.

Cuadro 2
Raíces del modelo

Raíz:	1	2	3	4	5	6
Módulo	0.735	0.503	0.952	0.952	1.451	101.999
Periodo			4.919	4.919		

4.2. Resultados

Se supone que el gobierno decide reducir su tasa de inflación objetivo en 30%, partiendo de una situación de equilibrio.

En las figuras 1 - 6 se comparan los resultados de las simulaciones.

La estrategia de política del equilibrio centralizado dio lugar a un bienestar para el gobierno 47% veces superior al que se obtiene con la estrategia temporalmente consistente.

Figura 1
Producto cíclico

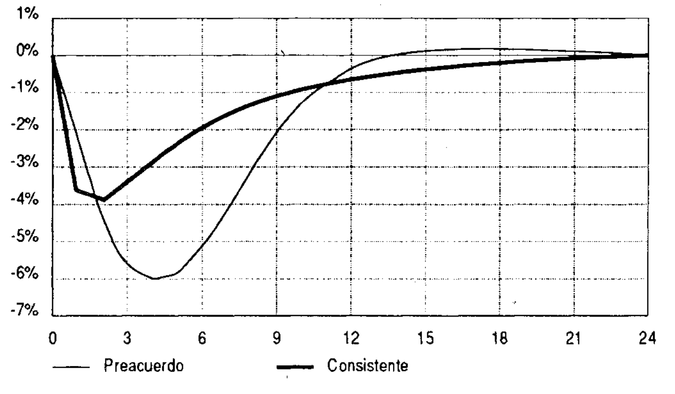


Figura 2
Tasa de inflación

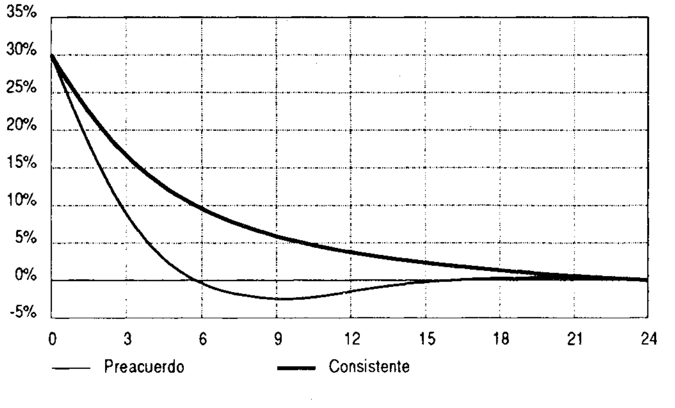


Figura 3
Tipo de cambio real

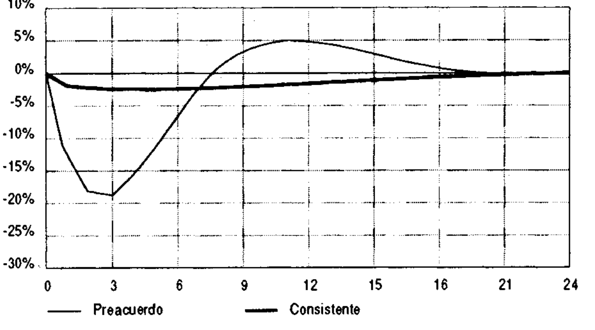


Figura 4
Riqueza

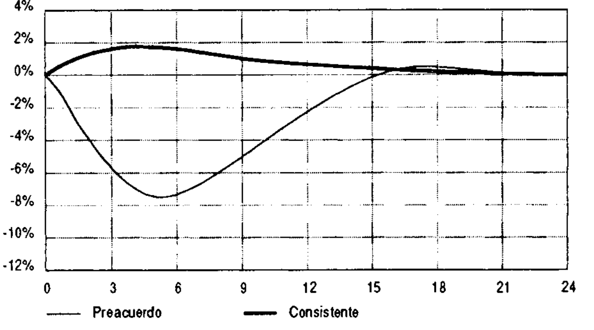


Figura 5
Devaluación

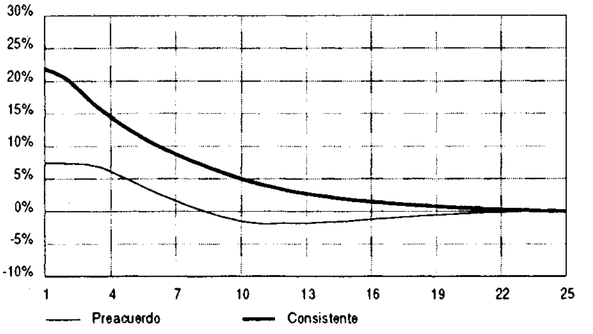
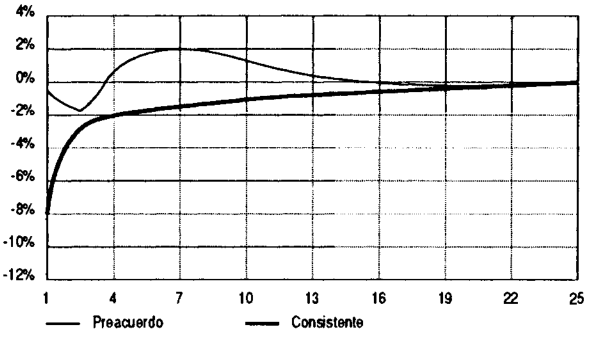


Figura 6
Gasto público



4.2.1. Equilibrio de preacuerdo

En este equilibrio el gobierno emplea una estrategia que combina una dura política cambiaria con una política fiscal anticíclica.

Se opta por reducir rápidamente el ritmo de devaluación del tipo de cambio nominal. Durante los primeros trimestres la devaluación es, aproximadamente, del 7%, luego presenta una rápida desaceleración. El gasto público, en cambio, después de una ligera caída, se mantiene por arriba de su valor de equilibrio de largo plazo, durante la mayor parte de la transición. La inflación, por su parte, baja de manera acelerada; en menos de un año desciende 25%, y se estabiliza en su nuevo valor de equilibrio, en aproximadamente tres años y medio.

Sin embargo, esto no evita que el tipo de cambio real se revalúe considerablemente durante los primeros tres trimestres, por lo que se deteriora la cuenta corriente y se incrementa la tasa interna de interés real. Así pues, todos estos factores generan una recesión económica.

4.2.2. Inconsistencia temporal

En la figura 7 se reporta la evolución de la variable dual del tipo de cambio a lo largo del equilibrio de preacuerdo. En el modelo, donde el valor de equilibrio de corto y mediano plazo del tipo de cambio real, refleja la política futura del gobierno, esta variable es un indicador de inconsistencia temporal. Su evolución señala que el gobierno puede reducir el costo de la desinflación, renegando de la política fiscal y cambiaria anunciada, e instrumentando una depreciación del tipo de cambio real.

En las figuras 8 y 9 se muestra la estrategia de política económica que adoptaria el gobierno en el quinto trimestre, si tuviera la opción de reoptimizar.

Figura 7
Dual del tipo de camio real

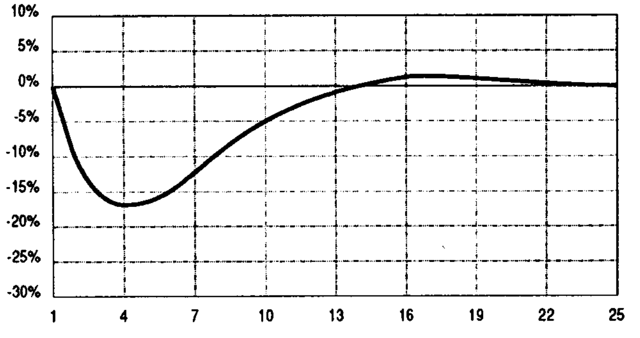


Figura 8
Devaluación

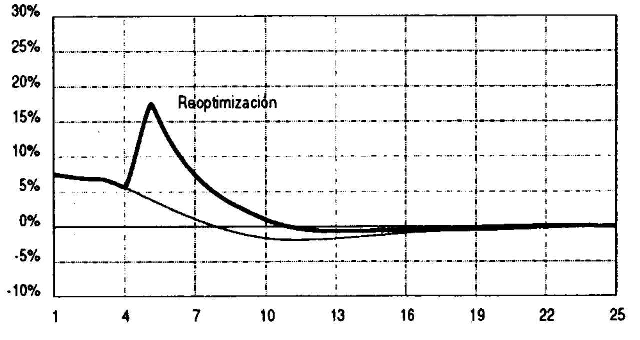
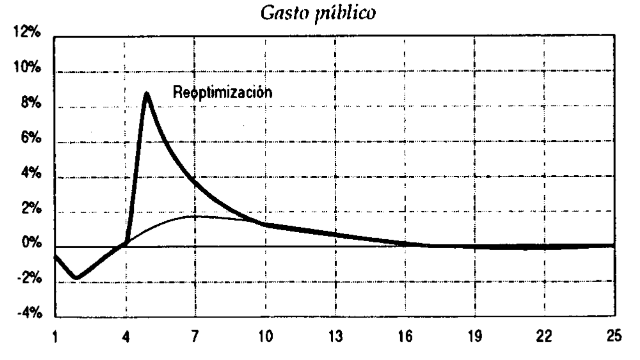


Figura 9
Gasto público



4.2.3. Equilibrio descentralizado

Aquí, el gobierno actúa por medio de una regla de política, la cual define una estrategia de reducción de la inflación basada en una política fiscal restrictiva y una política de tipo de cambio pasiva.

$$G_t = -0.849\ Q_{t-1} - 0.461\ W_{t-1} - 0.260\ \pi_{t-1} - 0.109\ T_{t-1}$$

$$\theta_t = -0.276\ Q_{t-1} - 0.562\ W_{t-1} - 0.738\ \pi_{t-1} - 0.546\ T_{t-1}$$

5. Conclusiones

Del análisis de la sección anterior se derivan las siguientes lecciones de política económica:

1) Sólo en un equilibrio de preacuerdo, el tipo de cambio juega un rol activo en el proceso de reducción de la inflación. El gobierno sigue una estrategia que combina una política cambiaría dura o restrictiva, con una política fiscal activamente anticíclica. El proceso de reducción de la inflación que induce esta estrategia, se caracteriza por: *a)* una rápida reducción de la inflación; *b)* una breve y aguda recesión; *c)* una significativa revaluación transitoria del tipo de cambio real; *d)* grandes déficits en la cuenta corriente; y *e)* altas tasas reales de interés.

2) La estrategia de política que el gobierno adopta en el equilibrio descentralizado, invierte la combinación anterior. La política fiscal es altamente restrictiva y la cambiaria es pasiva. El gobierno, que ejerce un escaso control sobre las expectativas del sector privado, valida gran parte de la inflación inercial, por medio de su política cambiaria. En contraste con el equilibrio anterior, éste se caracteriza por: *a)* una reducción lenta de la inflación; *b)* tasas reales de interés menores, y *c)* superávits en la cuenta corriente.

Apéndice: métodos de solución

Equilibrio temporalmente inconsistente

Se supone que el gobierno enfrenta el siguiente problema de optimización intertemporal:

$$V(.) = \min_{\{K\}_1^\infty} \sum_{t=1}^{\infty} \beta^{t-1} E\langle \frac{X'_{t-1} R_1 X_{t-1} + Y_t' R_2 Y_t + K_t' Q K_t}{2} \rangle$$

sujeto a:

$$\begin{pmatrix} X_t \\ E\langle Y_{t+1}\rangle \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} A_{11} & A_{12} \\ A_{21} & A_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} X_{t-1} \\ E\langle Y_t\rangle \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} B_1 \\ B_2 \end{pmatrix} K_t$$

$$X_0 = \bar{X} \qquad \lim_{T\to\infty} Y_{T+1} = 0 \tag{i.1}$$

en donde X_t es un vector de variables predeterminadas, Y_{t+1}[5] es un vector de *variables no-predeterminadas*, K_t es un vector de variables de control o *instrumentos*, A_{ij} y B_i son submatrices del sistema dinámico y, R_1, R_2 y Q son matrices semidefinidas positivas. $V(.)$ es el valor de la función objetivo.

Según el *principio del máximo* (mínimo) de Pontryagin las siguientes ecuaciones son condiciones necesarias y suficientes de optimalidad:

$$X_t = \frac{\partial \beta^{t-1} H_t}{\partial \lambda_{t-1}} \quad \forall\ t \geq 1 \ ; \quad X_0 = \bar{X} \tag{i.2.1}$$

$$Y_{t+1} = \frac{\partial \beta^{t-1} H_t}{\partial \mu_t} \quad \forall\ t \geq 1 \quad \lim_{T\to\infty} Y_{T+1} = 0 \tag{i.2.2}$$

$$\lambda_{t-1} = \frac{\partial \beta^{t-1} H_t}{\partial X_{t-1}} \quad \forall\ t \geq 1 \ ; \quad \lim_{T\to\infty} \lambda_T = 0 \tag{i.2.3}$$

$$\mu_t = \frac{\partial \beta^{t-1} H_t}{\partial Y_t} \quad \forall\ t \geq 1; \mu_1 = \frac{\partial H_1}{\partial Y_1} = 0 \tag{i.2.4}$$

$$\frac{\partial \beta^{t-1} H_t}{\partial K_t} = 0 \quad \forall\ t \geq 1 \tag{i.2.5}$$

donde:

[5] $E\langle Y_{t+1}\rangle = Y_{T+1}$ en lo siguiente.

$$\beta^{-(t-1)}H_t = \frac{X'_{t-1}R_1X_{t-1} + Y_t'R_2Y_t + K_t'QK_t}{2} \qquad \text{(i.2.6)}$$
$$+\lambda'_t \quad \beta\ \{A_{11}X_{t-1} + A_{12}y_t + B_1K_t\}$$
$$+\mu'_{t+1} \quad \beta\ \{A_{21}X_{t-1} + A_{22}y_t + B_2K_t\}$$

define el Hamiltoniano del problema (i.1). λ_t y μ_{t+1} son los vectores de variables duales de X_t y Y_{t+1}.

De la ecuación (i.2.5) se obtiene la siguiente expresión:

$$K_t = -\beta Q^{-1}(B_1'\lambda_t + B_2'\mu_{t+1}) \qquad \text{(i.2.5.1)}$$

para el vector de variables instrumentos. Sustituyendo esta ecuación en las ecuaciones (i.2.1), (i.2.2), (i.2.3) y (i.2.4) se obtiene el siguiente sistema dinámico de ecuaciones:

$$\begin{pmatrix} I & \beta B_1'Q^{-1}B_2 & 0 & \beta B_1'Q^{-1}B_1 \\ 0 & I & 0 & 0 \\ 0 & \beta B_2'Q^{-1}B_2 & I & \beta B_2'Q^{-1}B_1 \\ 0 & 0 & 0 & I \end{pmatrix} \begin{pmatrix} X_t \\ \mu_{t+1} \\ Y_{t+1} \\ \lambda_t \end{pmatrix} =$$

$$\begin{pmatrix} A_{11} & 0 & A_{12} & 0 \\ 0 & \beta^{-1}A_{22}^{-1} & -\beta^{-1}A_{22}^{-1}R_2 & 0 \\ A_{21} & 0 & A_{22} & 0 \\ -\beta^{-1}A_{11}^{-1}R_1 & 0 & 0 & \beta^{-1}A_{11}^{-1} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} X_{t-1} \\ \mu_t \\ Y_t \\ \lambda_{t-1} \end{pmatrix}$$

$$X_0 = \bar{X} \quad \mu_1 = 0 \quad \lim_{T\to\infty} Y_{T+1} = 0 \quad \lim_{T\to\infty} \lambda_T = 0 \qquad \text{(i.3)}$$

cuya solución 6 determina las trayectorias óptimas $\{X_t^*\}_1^\infty$, $\{Y_t^*\}_1^\infty$, y $\{K_t^*\}_1^\infty$.

[6] Esta es una *Trayectoria de Silla* o "Saddle Path". Dado que el sistema de ecuaciones (i.3) es lineal, existe la siguiente relación entre las variables:

$$\begin{pmatrix} Y_t \\ \lambda_{t-1} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \Lambda_{11}^t & \Lambda_{12}^t \\ \Lambda_{21}^t & \Lambda_{22}^t \end{pmatrix} \begin{pmatrix} X_{t-1} \\ \mu_t \end{pmatrix}$$

sustituyendo esta expresión en las ecuaciones (i.3) se obtiene la *Ecuación de Riccati* del problema. Feliz (1992) discute los métodos de solución de esta ecuación.

Inconsistencia temporal

Estas trayectorias son inconsistentes temporalmente porque no satisfacen el *principio de optimalidad* de Bellman, el cual supone que las decisiones de política de cada periodo son independientes de áquellas tomadas con anterioridad.

Las condiciones de optimalidad (i.2) no satisfacen este principio, porque K_t está relacionado con K_s $(s \leq t)$ a través de las variables duales μ_{t+1}.

Solución temporalmente consistente

Esta solución se construye resolviendo recursivamente el problema (i.1), a partir del estado estable, o equilibrio de largo plazo, de la economía. Se presupone que en el equilibrio de largo plazo se obtiene en el periodo $T + 1$. En el periodo T, el gobierno enfrenta el siguiente problema:

$$V(.) = \min_{K_T} \frac{X_{T-1}' R_1 X_{T-1} + Y_T' R_2 Y_T + K_T' Q K_T}{2}$$

sujeto a:

$$\begin{pmatrix} X_T \\ Y_{T+1} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} A_{11} & A_{12} \\ A_{21} & A_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} X_{T-1} \\ Y_T \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} B_1 \\ B_2 \end{pmatrix} K_t$$

$$X_{T-1} = \bar{X}_{T-1}\,, \quad Y_{T+1} = 0 \qquad \text{(ii.1)}$$

y con X_{T-1} dado por las políticas anteriores y Y_{T+1} predeterminado por la condición de equilibrio de largo plazo.

La solución a este problema se obtiene cuando el gobierno elige la siguiente *regla de política*:

$$K_T = \Phi_T X_{T-1}$$

$$\Phi_T = -\,(Q + B_2' A_{22}^{-1} R_2 A_{22} B_2)^{-1} B_2' A_{22}^{-1} R_2 A_{22}^{-1} A_{21} \qquad \text{(ii.1.1)}$$

e indirectamente selecciona:

$$Y_T = \Psi_T X_T - 1$$

$$\Psi_T = -A_{22}^{-1} (A_{21} + B_2 \Phi_T) \qquad \text{(ii.1.2)}$$

donde las matrices Φ_T y Ψ_T son funciones conocidas de los parámetros estructurales.

Sustituyendo las ecuaciones (ii.1.1) y (ii.1.2) en la función objetivo del problema (ii.1) se obtiene:

$$V(X_{T-1}) = \frac{X'_{T-1} P_T X_{T-1}}{2}$$

$$P_T = R_1 + \Psi'_T R_2 \Psi_T + \Phi'_T Q \Phi_T \tag{ii.1.3}$$

Ahora, en una segunda etapa, el problema de optimización del gobierno es:

$$V(X_{T-2}) = \min_{K_{T-1}} \{ \frac{X'_{T-2} R_1 X_{T-2} + Y'_{T-1} R_2 Y_{T-1} + K'_{T-1} Q K_{T-1}}{2} \} + \beta\, V(X_{T-1})$$

sujeto a:

$$\begin{pmatrix} X_{T-1} \\ Y_T \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} A_{11} & A_{12} \\ A_{21} & A_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} X_{T-2} \\ Y_{T-1} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} B_1 \\ B_2 \end{pmatrix} K_{T-1}$$

$$X_{T-2} = \bar{X}_{T-1}\,, \quad Y_T = \Psi_T X_{T-1} \tag{ii.2}$$

y con X_{T-2} históricamente predeterminado, y Y_T fijado por la ecuación (ii.1.2).

En esta etapa la solución del problema (ii.2) se obtiene cuando se adopta la siguiente regla de política:

$$K_{T-1} = \Phi_{T-1} X_{T-2}$$

$$\Phi_{T-1} = -(Q + \Gamma_T^{2\prime} R_2 \Gamma_T^2 + \beta(B_1 + A_{12}\Gamma_T^2)' P_T (B_1 + A_{12}\Gamma_T^2))^{-1}$$

$$\{\Gamma_T^{2\prime} R_2 \Gamma_T^1 + \beta(B_1 + A_{12}\Gamma_T^2) P_T (A_{11} + A_{12}\Gamma_T^1)\}$$

$$\Gamma_T^1 = (\Psi_T A_{12} - A_{22})^{-1} (A_{21} - \Psi_T A_{12})$$

$$\Gamma_T^2 = (\Psi_T A_{12} - A_{22})^{-1} (B_2 - \Psi_T B_1) \tag{ii.2.1}$$

e indirectamente se hace:

$$Y_{T-1} = \Psi_{T-1} X_{T-2}$$

$$\Psi_{T-1} = (\Psi_T A_{12} - A_{22})^{-1} \{A_{21} - \Psi_T A_{11} + (B_2 - \Psi_T B_1)\Phi_{T-1}\}. \tag{ii.2.2}$$

Las matrices Φ_{T-1} y Ψ_{T-1} son funciones no lineales de las matrices Φ_T, Ψ_T y P_T de la etapa anterior.

Sustituyendo las ecuaciones (ii.2.2) y (ii.2.3) en la función objetivo del problema (ii.2) se obtiene:

$$v(X_{T-2}) = \frac{X'_{T-2}\, P_{T-1}\, X_{T-2}}{2}$$

$$P_{T-1} = R_1 + \Psi'_{T-1} R_2 \Psi_{T-1} + \Phi'_{T-1} Q \Phi_{T-1}$$

$$+ (A_{11} + A_{12}\Psi_{T-1} + B_1\Phi_{T-1})' P_T (A_{11} + A_{12}\Psi_{T-1} + B_1\Phi_{T-1}) \qquad \text{(ii.2.3)}$$

donde la matriz P_{T-1} es una función no lineal de las matrices Φ_{T-1}, Ψ_{T-1} y P_T.

Resolviendo de forma similar los problemas de optimización de los periodos $T-2, T-3, \ldots, 2, 1$ y cuando $T \to \infty$ se obtiene una solución temporalmente consistente del problema (i.1). Ésta se obtuvo a través de métodos numéricos.

Las siguientes ecuaciones matriciales se iteraron hacia atrás hasta obtener una solución estacionaria:

$$\Psi_{t-1} = (\Psi_t A_{12} - A_{22})^{-1} \{A_{21} - \Psi_t A_{11} + (B_2 - \Psi_t B_1)\Phi_{t-1}\}$$

$$P_{t-1} = R_1 + \Psi'_{t-1} R_2 \Psi_{t-1} + \Phi'_{t-1} Q \Phi_{t-1}$$

$$+ (A_{11} + A_{12}\Psi_{t-1} + B_1\Phi_{t-1})' P_t (A_{11} + A_{12}\Psi_{t-1} + B_1\Phi_{t-1}) .$$

Referencias

Ball, L. (1990). "Credible Disinflation with Staggered Price Setting", Working Paper núm. 3555, NBER.

Bellman, Robert (1957). *Dynamic Programming*, Princenton University Press.

Blanchard, O. (1980). "The Monetary Mechanism in the Light of Rational Expectations", *Rational Expectations and the Economic Policy*, en Stanley Fischer (ed.), Chicago Press, pp. 75-116.

______, y C. M. Khan (1980). "The Solution of Linear Difference Models under Rational Expectations", *Econometrica*, vol. 48, pp. 1305-1311.

Buiter, W. (1984). "Saddlepoint Problems in Continuous Time Rational Expectations Models: A General Method and some Macroeconomic Examples", *Econometrica*, vol. 52, pp. 665-680.

______, y M. Miller (1983). "Real Exchange Rate Overshooting and the Output Cost of Bringing Down Inflation: Somer Further Results", *Exchange Rates and International Macroeconomics*, en Jacob A. Frenkel (ed.), Chicago Press, pp. 317-368.

______ (1983). "Changing the Rules: Economic Consecuences of the Thatcher Regime", *Brookings Papers on Economic Activity*, vol. 2, pp. 305-379.

Calvo, G. (1978). "On the Time Consistency of Optimal Policy in a Monetary Economy", *Econometrica*, vol. 46, pp. 1411-1428.

______ (1983). "Staggerd Contracts and Exchange Rate Policy", *Exchange Rates and International Macroeconomics*, en Jacob A. Frenkel (ed.), Chicago Press, pp. 235-252.

Cohen, D y Ph. Michel (1984). "How Should Control Theory Be Used by a Time-Consistent Goverment?", CEPREMAP Working Paper núm. 8412.

______ (1987). "The Two Critiques of Econometrics Policy Evaluation", CEPREMAP Working Paper núm. 8704.

Currie, D., y P. Levine (1985). "Macroeconomic Policy Design in an Interdependent World", en W. Buiter y R. Marston (eds.), *International Economic Policy Coordination*, Cambridge University Press, pp. 228-271.

______ (1987). "Credibility and Time Consistency in a Stochastic World", *Journal of Economics*, vol. 47, pp. 225-252.

Eckstein, Otho (1981). *Core Inflation*, Prentice-Hall.

Feliz, R. A. (1992). "RATEX: Una herramienta para la simulación de modelos macroeconómicos con expectativas racionales", *Documento de Investigación*, CIDE.

Fischer, S. (1980). "Dynamic Inconsistency, Cooperation, and the Benevolent Disseml-ing Goverment", *Journal of Economic Dynamics and Control*, vol. 2, pp. 93-107.

______ (1986). "Contracts, Credibility and Disinflation", en J. W. Neville y A. Argy (eds.), *Inflation and Unemployment*, Geoge Allen and Unwin.

Hall, S. G. (1986). "Time Inconsistency and Optimal Policy Formulation in the Presence of Rational Expectations", *Journal of Economic Dynamics and Control*, vol. 10, pp. 323-326.

Holly, S. (1986). "Games, Expectations, and Optimal Policy for Open Economies", *Journal of Economic Dynamics and Control*, vol. 10, pp. 45-49.

Kouri, P. (1983). "Balance of Payments and the Foreing Exchange Market: A Dynamic Partial Equilibrium Model", en J. Bhandari y B. Putman (eds.), *Economics Interdependence and Flexible Exchange Rates*, The MIT Press, pp. 116-156.

Kydland, F. F. Prescott (1977). "Rules Rather than Discretion: The Inconsistency of Optimal Plans", *Journal of Political Economy*, vol. 85, pp. 473-492.

Okun, A. (1978). "Efficient Disinflation Policies", *American Economic Review*, Papers and Procedinds, pp. 348-352.

Persson, T. (1988). "Credibility of Macroeconomic Policy. An Introduction and a Broad Survey", *European Economic Review*, vol. 32, pp. 519-532.

Pontryagin, L. V. Boltyanskii, R. Gamkrelidze y E. Mischenko (1962). *The Mathematical Theory of Optimal Processes*, Interscience Publishers, Nueva York, John Wiley & Sons.

Modigliani F., y L. Papademos (1976). "Monetary Policy for the Coming Quarters: The Conflicting Views", *New England Economic Review*, pp. 2-35.

Sachs J., y G. Oudiz (1985). "International Policy Coordination in Dynamic Macroeconomic Models", en W. Buiter y R. Marston (eds.), *International Economic Policy Coordination*, Cambridge University Press, pp. 274-327.

Sargen, T. (1983). "Stopping Moderate Inflations: The Methods of Poincaré and Thatcher", en R. Dornbusch y M. H. Simonsen (eds.), *Inflation, Debt, and Indexation*, The MIT Press, pp. 54-96.

Taylor, J. (1979). "Staggered Wage Setting in a Macro Model", *American Economic Review*, Paper and Procedings, pp. 108-118.

______ (1982). "Macroeconomic Tradeoffs in an International Economy with Rational Expectations", en W. Hildenbrand (ed.), *Advances in Economics Theory*, Cambridge Press, pp. 235-252.

Whittle, P. (1982). *Optimization Over Time*, John Wiley & Sons.