

NO LINEALIDADES Y CICLOS ASIMÉTRICOS EN EL PIB COLOMBIANO

John James Mora
Universidad del Valle

Resumen: Este trabajo muestra la existencia de no linealidades y ciclos asimétricos en el PIB colombiano entre 1925 y 1995. También se comprueba la presencia de un umbral en la serie del PIB en 1975, el cual deberá tener efectos futuros en los análisis que se realicen sobre el ciclo económico.

Abstract: This paper shows the existence of non-linearities in the Colombian's real GDP, and on asymmetrical economic cycles in Colombia between 1925-1995. It also shows the existence of a threshold in the Colombian GDP in 1975 which should have affect how economic cycles are analyzed in the future.

1. Introducción

La teoría de los ciclos de negocios nos brinda una explicación acerca de la estacionariedad del PIB. Esta idea, nos muestra la economía como un sistema estable sujeto a choques aleatorios. De esta forma, uno podría modelar la economía como un sistema lineal de ecuaciones diferenciales estocásticas. Sin embargo, las relaciones estacionarias son el resultado de la imposición del modelo, y nada tienen que ver con los resultados encontrados; de hecho en los últimos 16 años, después del trabajo de Nelson y Plosser (1982), todavía nos preguntamos acerca del efecto de una raíz unitaria en el PIB, Deiebold y Senhadji (1996).

Si no existieran choques aleatorios, la economía podría volver rápidamente a su trayectoria de crecimiento en el tiempo, ejemplos de estos modelos son provistos por Lucas (1975) y Kydland-Prescott (1982). Tal resultado es posible ya que las fluctuaciones en el producto (PIB) no son dominadas por desviaciones temporales de su tasa natural, esto es, una innovación en el producto cambia sustancialmente la previsión del mis-

mo en 5 o 10 años, o como en el modelo original de Lucas: "efectos no anticipados de choques monetarios afectan al producto en un periodo solamente...", Blanchard y Fischer (1989).

Sin embargo, si las fluctuaciones en el producto son dominadas por desviaciones temporales de la tasa natural, entonces algún choque estocástico en el producto contiene un elemento que representa un cambio permanente en el nivel de la serie, Rudebush (1993).

Una innovación permanente en la serie podría mostrarnos, primero, la existencia de una raíz unitaria en el PIB. Segundo, que podría modelarse como un proceso TS (Trend Stationarity) o DS (Difference Stationarity), lo que significaría dinámicas y predicciones diferentes. Tercero, la posibilidad de un proceso de cointegración entre el PIB y otras variables (capital, empleo, etc).

A nivel internacional la existencia de una raíz unitaria es toda una discusión, Perron y Phillips (1987), Rudebush (1993), Campbell y Mankiw (1987). Recientemente Diebold y Senhadji (1996) al seguir el método de Rudebush (1993) encuentran evidencia en favor de TS , pero al seguir a Perron (1989) la evidencia es en contra. En cuanto al proceso de cointegración, éste podría "absorber" dicha innovación, al modificar el modelo del ciclo de negocios e introducir un paseo aleatorio en la tecnología, el capital entonces también contendría una raíz unitaria, cuya existencia podría significar un proceso de cointegración. No obstante, la existencia de pequeñas desviaciones estacionarias llevarían a que dicho proceso no fuera robusto, Elliot (1995).

Este trabajo está orientado en la dirección de Brock y Sayers (1992), esto es, primero se comprueba que el PIB podría ser generado por un proceso de raíz unitaria $I(1)$, para después corroborar la existencia de no linealidades y ciclos asimétricos en el PIB. Por un lado, los resultados encontrados ratifican la duda en torno al proceso que está generando raíz unitaria en el PIB, Diebold y Senhadji (1996), y por el otro, muestran que los ciclos en Colombia en los últimos años son de menor duración, lo que denotaría una gran capacidad de ajuste de su economía.

2. Series no lineales y procesos cointegrados

Brock y Sayers (1992) han mostrado que en la cercanía de un proceso de raíz unitaria existen procesos de bajas dimensionalidades y aparentemen-

te grandes exponentes de Lyapunov podrían ser generados. Este resultado podría ser suficiente evidencia para mostrar ecuaciones no balanceadas en el sentido de Granger (1992). Sin embargo, si tanto las variables dependientes como independientes son no lineales, al seguir a Granger (1995) podría existir una forma no lineal de corrección de errores $Z_t = Y_t - h(X_t)$ para alguna función no lineal $h(\cdot)$. De hecho, nosotros podríamos encontrar tal vector, pero ¿cual sería su significado en términos del ciclo? Esto es, supongamos que encontramos la existencia de una función $Z(\cdot)$ generada por series no lineales como el PIB, y otras como el capital o el empleo ¿ $Z(\cdot)$ es la cantidad de desequilibrio (no lineal) necesaria para regresar a un equilibrio en variables no lineales? ¿Cuál es la dimensión de $Z(\cdot)$? ¿ $Z(\cdot)$ es un espacio compuesto de precios y bienes? Estas son sólo algunas de las preguntas que uno podría hacerse.

Ahora bien, de acuerdo con Granger (1995), desafortunadamente la mayoría de los modelos no lineales contienen muchos parámetros o pendientes que no tienen interpretaciones económicas. Sin embargo, la vía de la cointegración tampoco brinda una interpretación alternativa, incluso, es igual de compleja a la de un modelo no lineal: ¿Sí tenemos un modelo de corrección no lineal, $Z(\cdot)$ es el espacio en el cuál existen interrelaciones entre variables monetarias y reales? Y ¿Qué significa un desequilibrio en la serie no lineal de PIB en términos del ciclo?

Este trabajo sugiere que la modelación no lineal es mucho más sugestiva en los aspectos teóricos, que los mecanismos de corrección no lineales. La razón de esto es que, si existen no linealidades y ciclos asimétricos en la serie del PIB, hay preguntas en cuanto al mismo ciclo, que no nos hemos hecho.¹

3. Raíces unitarias en la serie del PIB

En torno al PIB, Carrasquilla y Uribe (1991), Cuddington (1986), Clavijo (1992), Posada (1993) y Mora y Salazar (1994), entre otros, han mostrado la existencia de una raíz unitaria en éste. Gaviria y Uribe (1993) no

¹ Teräsvirta y Anderson (1993) asumen que si la serie del GDP es no lineal entonces ésta podría ser descrita adecuadamente por un modelo Smooth Transition Autoregressive Model (STAR), el cual aplican a 13 países en Europa rechazando la linealidad en la mayoría de las series. Ellos concluyen que el modelo STAR es adecuado para describir las respuestas en la producción a grandes choques negativos como el del petróleo.

consideran la presencia de tal proceso, y concluyen que el PIB tan sólo muestra un cambio en la tendencia en 1941 y 1981.

Si utilizamos el periodo 1925-1995, los resultados muestran inicialmente la existencia de una raíz unitaria en el PIB:

Prueba D. Kwiatowsky, P. C. B. Phillips, P. Schmidt y Y. Shin,
Procedimiento con rezago [8] de acuerdo con KPSS (1992)

Prueba bajo H_0 : $\{x(t)\}$ es estacionaria en nivel

Rechace H_0 si el valor computado para $\eta(\mu) >$ que el valor de $\eta(\mu)$
que aparece en la siguiente tabla:

Valores de $\eta(\mu)$:

Nivel crítico: 0.10 0.05 0.025 0.01

Valor crítico: 0.347 0.463 0.574 0.739

Para el Parámetro de Truncamiento $l = 0$ $\eta(\mu) = 7.14099$

Para el Parámetro de Truncamiento $l = 1$ $\eta(\mu) = 3.64549$

Para el Parámetro de Truncamiento $l = 2$ $\eta(\mu) = 2.46996$

Para el Parámetro de Truncamiento $l = 3$ $\eta(\mu) = 1.88037$

Para el Parámetro de Truncamiento $l = 4$ $\eta(\mu) = 1.52618$

Para el Parámetro de Truncamiento $l = 5$ $\eta(\mu) = 1.29005$

Para el Parámetro de Truncamiento $l = 6$ $\eta(\mu) = 1.12172$

Para el Parámetro de Truncamiento $l = 7$ $\eta(\mu) = 0.99589$

Para el Parámetro de Truncamiento $l = 8$ $\eta(\mu) = 0.89844$

Prueba bajo H_0 : $\{x(t)\}$ es estacionaria en tendencia

Rechace H_0 si el valor computado para $\eta(\tau) >$ que el valor de $\eta(\mu)$
que aparece en la siguiente tabla:

Valores de $\eta(\tau)$:

Nivel crítico: 0.10 0.05 0.025 0.01

Valor crítico: 0.119 0.146 0.176 0.216

Para el Parámetro de Truncamiento $l = 0$ $\eta(\tau) = 0.88208$

Para el Parámetro de Truncamiento $l = 1$ $\eta(\tau) = 0.46165$

Para el Parámetro de Truncamiento $l = 2$ $\eta(\tau) = 0.32367$

Para el Parámetro de Truncamiento $l = 3$ $\eta(\tau) = 0.25621$

Para el Parámetro de Truncamiento $l = 4$ $\eta(\tau) = 0.21656$

Para el Parámetro de Truncamiento $l = 5$ $\eta(\tau) = 0.19023$

Para el Parámetro de Truncamiento $l = 6$ $\eta(\tau) = 0.17114$

Para el Parámetro de Truncamiento $l = 7 \eta(\tau) = 0.15658$

Para el Parámetro de Truncamiento $l = 8 \eta(\tau) = 0.14523$

Estos resultados son similares a los encontrados en Mora (1996).² Por otro lado, no se encontraron efectos ARCH significativos:³

$$\chi^2(1) = 0.33148$$

$$F\text{-For}(1,64) = 0.304051$$

El resultado es de principio consistente con fenómenos no lineales según Mills (1992). Los resultados de Gaviria y Uribe (1993) deberán ser cuestionados en tanto que no son consistentes, debido a que la serie del PIB está afectada por una frecuencia de amplitud,⁴ Mora (1996).

4. Ciclos asimétricos en el PIB

El trabajo inicial para comprobar la presencia de ciclos asimétricos se debe a Neftcy, (1984), a través de una prueba no paramétrica, cuando los ciclos de negocios son asimétricos, en el sentido que las contracciones son más abruptas que las expansiones. Sichel (1989) muestra que el procedimiento de Neftcy tiene poco poder, y es muy sensible al error de medida. Otras pruebas son provistas por Delong-Summers (1986) y Brock-Sayers (1992).

Antes de ver la existencia de ciclos asimétricos, se deberá probar la existencia de un proceso no lineal. Aquí se corrobora su existencia mediante la prueba de Prestley sobre la expansión de una serie de Volterra:

² En versiones anteriores hemos utilizado la especificación aumentada de DF. Con base en las críticas a este estadístico postuladas por J. Suriñach *et al.* (1995), se ha decidido usar la especificación KPSS, que brinda resultados más confiables (se usó RATS en los cálculos). Los resultados corroboran la existencia de una raíz unitaria. Agradezco en esta parte, los valiosos consejos brindados por Martha Misas en el Seminario de Econometría Avanzada, Cali, (1998).

³ Ver Engle (1982), Geweke (1988) y Hendry (1989, 1995) para modelos ARCH

⁴ Haggan y Ozaky (1981) muestran que cuando la fuerza de restauración es lineal, aunque existan cambios en la amplitud, la frecuencia de las oscilaciones no cambia. Pero en caso de una fuerza de restauración no lineal, cuando la amplitud se incrementa la frecuencia aumenta, y cuando la amplitud decrece la frecuencia también.

$$X_t = \mu + \sum_{u=0}^{\infty} g_u e_{t-u} + \sum_{u=0}^{\infty} \sum_{v=0}^{\infty} g_{uv} e_{t-u} e_{t-v} \\ + \sum_{u=0}^{\infty} \sum_{v=0}^{\infty} \sum_{w=0}^{\infty} g_{uvw} e_{t-u} e_{t-v} e_{t-w} + \dots$$

$$\mu = h'(0); g_u = \left(\frac{\partial h'}{\partial e_{t-u}} \right)_0; g_{uv} = \left(\frac{\partial^2 h'}{\partial e_{t-u} \partial e_{t-v}} \right)_0; g_{uvw} = \left(\frac{\partial^3 h'}{\partial e_{t-u} \partial e_{t-v} \partial e_{t-w}} \right)_0$$

Cuando X_t es un proceso no lineal y $g(\cdot)$ no es cero. La prueba anterior es equivalente a una prueba de términos no multiplicativos y que se aproxima por el método de Keenan. Mora (1996) obtuvo:

$$\hat{n} = -0.0087925 - 0.0298895 \left(\sum_{t=m+1}^{64} \hat{\zeta} \right)^{\frac{1}{2}}$$

Keenan sugiere usar la analogía de Tukey (1949) de un grado de libertad para pruebas de no aditividad:

$$\hat{f} = \frac{\hat{n}^2(n-2m-2)}{\sum \varepsilon^2 - \hat{n}^2}$$

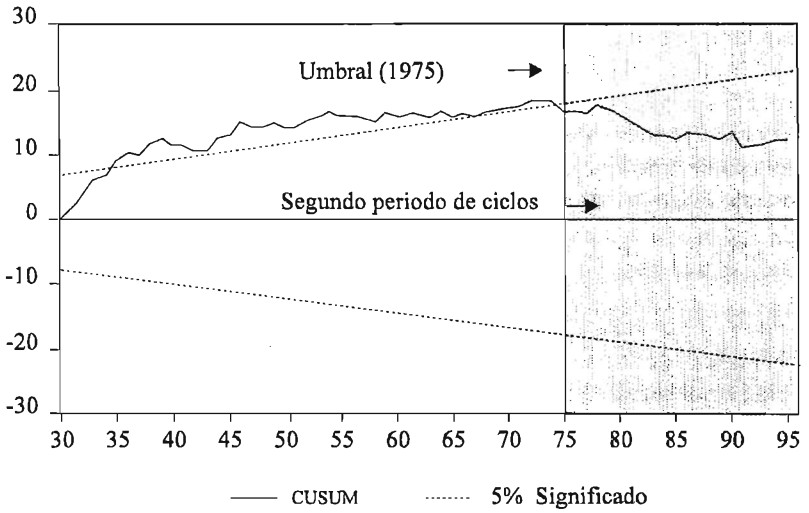
Donde ε^2 son los residuos de X_t sobre $\{1, X_{t-1}, \dots, X_{t-n}\}$ y $\hat{\zeta}$ son los residuos de \hat{X}_t^2 $\{1, X_{t-1}, \dots, X_{t-n}\}$.

$$\hat{f} = 5.42061 \text{ y } F(1,64) = 5$$

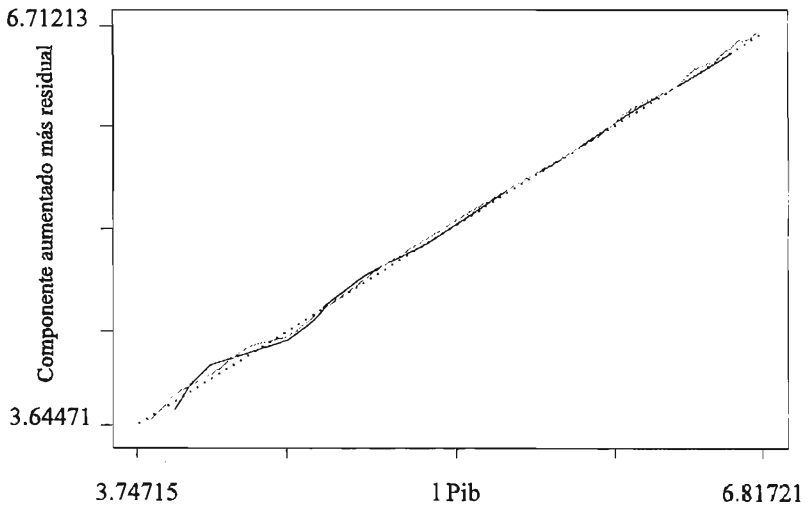
Por lo cual, se rechaza la hipótesis de linealidad. La aproximación anterior se realizó a partir del uso de cuatro residuos, el modelo final se eligió mediante el criterio de minimización AIC. Por otro lado, se pueden observar tanto el efecto de las innovaciones en la serie con la prueba de CUSUM, como dos rezagos, ver gráfica 1.

Se puede observar a partir de la prueba de CUSUM un proceso de inestabilidad, en donde las innovaciones no se hacen cero, de tal forma, que éstas muestran un proceso de crecimiento hasta 1975. Por otra parte, la prueba de Chow muestra un proceso de anormalidad en 1975. Debido a que la prueba de CUSUM no ofrece la última palabra, se usó una prueba de Residuos Parciales Aumentados propuesta por Mallows (1986).

Gráfica 1
Prueba de CUSUM del PIB colombiano, 1925-1995



Gráfica 2



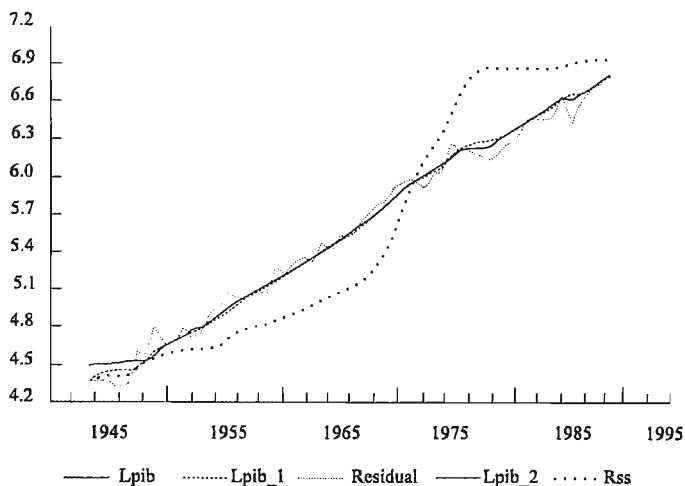
Al seguir a Mallows, gráfica 2, si las innovaciones son cero entonces la pendiente es una constante lineal positiva en el componente aumentado. Pero si hay una innovación no lineal el componente aumentado tampoco lo es, tal como se muestra en la gráfica.

Una vez comprobada la existencia de fenómenos no lineales, se procedió a buscar la mejor representación de éstos. En Mora (1996) se construye un modelo exponencial autorregresivo,⁵ el cual surge de un proceso de frecuencia con amplitud dependiente, cuyo comportamiento de ciclo límite partía de

$$\frac{(1/\sum \phi_i)}{\sum \pi_i} = 1.4881615$$

y las raíces del PIB eran ± 0.7196874 , lo que no tenía soluciones reales. Como se observa en la gráfica 3, las innovaciones muestran un comportamiento de quiebre en 1975:

Gráfica 3



⁵ Con la especificación de Haggand y Ozaky (1981).

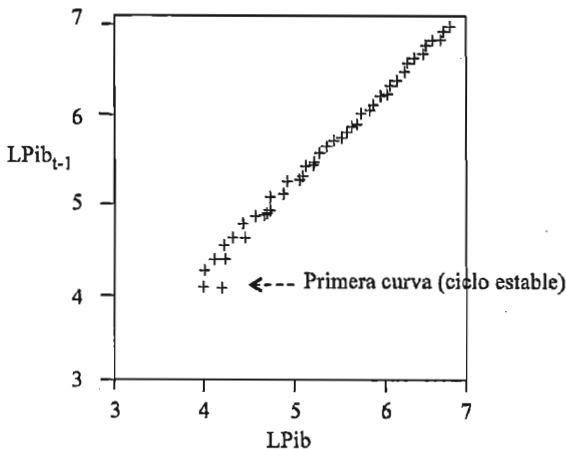
Esto es, después de 1975 el proceso de innovación es diferente. Tal idea es corroborada al considerar el PIB como un modelo Autorregresivo de Umbrales Auto Excitante, SETAR (2,4,1), del cual se obtiene un umbral específico y ciclos asimétricos.

Cuando la variable condicional es $LPib_{t-1}$ y el nivel de umbral es en el año 1975. El modelo en detalle es:

$$LPib_t \begin{cases} 2.1943 + 0.443 LPib_{t-1} + 0.010 LPib_{t-2} + 0.006 LPib_{t-3} \\ \quad + 0.443 LPib_{t-4} + \varepsilon_t(1); IF: LPib_{t-1} \leq 1975 \\ 0.067421 + 0.99581 LPib_{t-1} + \varepsilon_t(2); IF: LPib_{t-1} > 1975 \end{cases}$$

con $\hat{\sigma}_\varepsilon^2(1) = 5.8819$, $\hat{\sigma}_\varepsilon^2(2) = 0.00782$. Se utilizó el criterio min AIC como una guía para seleccionar una serie de subclases de modelos. $LPib_{t-k}$ es menos que uno ($|\alpha_k| < 1$) al satisfacer las propiedades de ergodicidad propuestas por Tong (1983). Asimismo, el modelo anterior se graficó siguiendo los criterios de Brock (1992), de la siguiente forma:

Gráfica 4
 SETAR (2, 4, 1) para LPib (1929-1995)



En los primeros años, se presenta algún tipo de ciclo que luego se desvanece, dando lugar a la estabilidad del modelo. El modelo anterior, muestra la existencia de dos ciclos asimétricos de diferente periodo.

5. Conclusiones

Rudebush (1993) ha mostrado como las pruebas de raíz unitaria tienen bajo poder para concluir acerca de si es mejor usar un modelo TS (Trend Stationary) o DS (Differences Stationary). Esto es, una simple prueba de raíz unitaria no nos permite determinar si las fluctuaciones permanentes en el producto representan cambios permanentes en la tendencia, sólo movimientos transitorios en el ciclo o fluctuaciones estacionarias alrededor de una tendencia lineal determinística.

Al seguir a Brock y Sayers (1992) se ha encontrado, para el caso de Colombia, que en la cercanía de un proceso de raíz unitaria hay estimativos de baja dimensionalidad y surgen procesos no lineales, por lo tanto la interacción entre las variables reales y monetarias en el ciclo es más compleja de lo que normalmente se asume.

Un proceso de raíz unitaria no es suficiente evidencia para demostrar la persistencia de respuestas dinámicas, pero si es un primer paso para contribuir a lo que no conocemos, Rudebush (1993), Diebold y Senhadji (1996) y un punto de partida para investigar la dinámica de las series.

La no-linealidad en el PIB colombiano no se debe a efectos ARCH, al utilizar el método de Keenan o de Mallows se ha encontrado que la evidencia de no linealidad es más fuerte que los efectos de una raíz unitaria. En otras palabras, si seguimos a Brock y Sayers (1992): "We are fairly confident that non-linearity is present".

Por otro lado, los efectos de no linealidad en el PIB se podrían interpretar como la persistencia de fluctuaciones económicas en ausencia de choques estocásticos, en contraste con modelos que son estables en su ausencia. Sin embargo, se considera que los resultados aquí encontrados son "ligeros" para apoyar tal idea.⁶

⁶ En particular no se identifica la existencia no lineal de series como la inversión o el empleo y sus posibles efectos en el ciclo. Sin embargo, en Mora y Gómez (1996) se identifica la existencia de retroalimentaciones entre el PIB y el empleo para el periodo 1970-1990 en Colombia y, en especial, la no neutralidad del cambio técnico (pág 26). Por otro lado, Birchenall (1996) al usar series trimestrales encuentra ciclos de 5 años entre los periodos 1980.7 -1996.7 y, aunque el trabajo de este autor difiere en su naturaleza con el que aquí se presenta, se encuentran resultados parecidos en torno a la duración del periodo a partir de 1975, al usar un sistema de indicadores líderes.

Este ensayo muestra la existencia tanto de efectos no lineales en el PIB colombiano, y como de dos ciclos asimétricos durante el periodo 1925-1995. También se ha encontrado un "umbral" en el año 1975. Para el primer periodo (1925-1975) las innovaciones en el ciclo muestran una mayor duración, para el segundo (1976-1995) éstas son de menor duración.

La eventual función de predicción para un SETAR (2,4,1) muestra la existencia de ciclos asimétricos con un periodo de 18 años: dos subciclos con caídas y aumentos (3,1) (3,1) para el periodo 1925-1975, y dos subciclos con aumentos y caídas (6,2) (1,1) para el periodo 1976-1995. Se puede observar también que, para el periodo 1990-1995, la profundidad de la contracción es mayor lo cual muestra una mayor velocidad de ajuste de la economía colombiana.

Bibliografía

- Birchenall, J. A. (1996). "El ciclo económico en Colombia: Un análisis empírico", Seminario del Banco de la República, sep.11, Bogotá, Colombia.
- Blanchard, O. y S. Fischer (1989). *Lectures on Macroeconomics*, MIT Press.
- Brock, Ch. y S. Sayers (1992). "Is the Business Cycle Characterized by Deterministic Chaos?", en J. Benhabib (comp.), *Cycles and Chaos in Economic Equilibrium*, Princeton University Press, Princeton.
- Campbell, J. y G. Mankiw (1987). "Are Output Fluctuations Transitory?", *Quarterly Journal of Economics*, vol. 102, pp. 857-880.
- Cárdenas, M. A. (1993). "Convergencia y crecimiento en Colombia: 1950-1990", *Planeación y Desarrollo*, vol. 24, núm. 4, pp.53-80.
- Carrasquilla, A. y J. D. Uribe (1991). "Sobre la persistencia de las fluctuaciones reales en Colombia", *Desarrollo y Sociedad*, núm. 27, pp.141-148.
- Clavijo, S. (1992). "Permanent and Transitory Components of Colombian Real GDP", *Journal of Development Economics*, vol. 38, pp.371-382.
- Cuddington, J. T. (1986). "Commodity Booms, Macroeconomic Stabilization and Trade Reform in Colombia", *Ensayos sobre Política Económica*, núm. 10, pp. 45-97.
- Delong, J. B. y L. H. Summers (1986). "Is Increased Price Flexibility Stabilizing?", *American Economic Review*, vol. 76, núm. 5, pp. 1031-1044.
- Diebold, F. y A. Senhadji (1996). "The Uncertain Unit Root in Real GNP: A Comment", *American Economic Review*, dic, pp.1291-1298.
- Elliot, G. (1995). "On the Robustness of Cointegration Methods when the Regressors Almost Have Unit Roots", University of California, San Diego (manuscrito).

- Engle, R. F. (1982). "Autoregressive Conditional Heteroscedasticity, with Estimates of the Variance of United Kingdom's Inflation", *Econometrica*, vol. 50, núm. 4, pp. 957-1008.
- Fisher, M. y J. Seater (1993). "Long-run Neutrality and Super Neutrality in an Arima Framework", *American Economic Review*, vol. 83, núm. 3, pp. 402-415
- Gaviria, A y J. D. Uribe (1993). "Choques exógenos y cambio estructural 1936-1991", *Papeles de Economía y Café*, Federecafe, núm 17.
- Geweke, J. (1988). "Exact Inference in Models with Autoregressive Conditional Heteroscedasticity", en W. Barnett y H. White (comps.), *Dynamic Econometric Modeling*, Cambridge University Press, Cambridge.
- Grandmont, J.M. (1992). "On Endogenous Competitive Business Cycles", en Benhabib, J. (comp.), *Cycles and Chaos in Economic Equilibrium*, Princeton, Princeton University Press.
- Granger, C. W. J. (1995). "Modeling Non-linear Relationships between Extended-memory Variables", *Econometrica*, vol. 63, núm. 2, pp. 265-279.
- (1992). "Where Are the Controversies in Econometric Methodology", en Granger, C. W. J. (comp.), *Modeling Economics Series*, Clarendon Press-Oxford University Press.
- and R. F. Engle (1987). "Cointegration and Error Correction: Representation, Estimation and Testing", *Econometrica*, vol. 55, pp. 251-276.
- Haggan, J. y Ozaky (1981). "Modeling Nonlinear Random Vibrations Using an Amplitude-dependent Autoregressive Time Series Model", *Biometrika*, vol. 68, pp. 188-196.
- Hendry, D. F. (1989). *PC-GIVE an Interactive Econometric Modeling System*, Oxford University Press.
- y F. Richard (1992). "On the Formulation of Empirical Models in Dynamic Econometrics", en Granger, C. W. J. (comp.), *Modeling Economics Series*, Clarendon Press-Oxford University Press.
- (1995). *Dynamic Econometrics: Advanced Text in Econometrics*, Oxford University Press.
- Kydland, F. E. y E. C. Prescott (1982). "Time to Build and Aggregate Fluctuations", *Econometrica*, vol. 50, pp. 1345-1370.
- King, R. y R. Sergio (1993). "Transitional Dynamics and Economic Growth in the Neoclassical Model", *American Economic Review*, vol. 83, núm. 4.
- Lucas, J. R. (1975). "An Equilibrium Model of the Business Cycle", *Journal of the Political Economy*, vol. 83, pp. 1113-1144.
- Mallows, C. L. (1986). "Augmented Partial Residuals", *Technometrics*, vol. 28, pp. 313-319.
- Mills, T. (1992). *Time Series Techniques for Economists*, Cambridge University Press, Cambridge.
- Mora, J. J. (1996). "No linealidades en el PIB colombiano: efectos sobre el crecimiento económico", *Economía*, núm. 21, pp. 71-92.
- y G. A. Pfo (1996). "Crecimiento económico y persistencia del desequilibrio en Colombia", *El hombre y la máquina*, núm. 12, pp. 16-29.

- y B. Salazar (1994). "Fábula y trama en el relato de la convergencia", *Boletín Socioeconómico*, núm. 27, pp. 97-116.
- Neftci, S. (1984). "Are Economic Time Series Asymmetric over the Business Cycle?", *Journal of Political Economy*, vol. 92, núm. 2, pp. 307-328.
- Nelson, Ch. y Ch. Plosser (1982). "Trends and Random Walks in Macroeconomic Time Series", *Journal of Monetary Economics*, núm. 10, pp. 139-162.
- Perron, P. (1989). "The Great Crash, the Oil Price Shock, and the Unit Root Hypothesis", *Econometrica*, vol. 57, núm. 6, pp. 1361-1402.
- and P. Phillips (1987). "Does GNP Have a Unit Root? A Reevaluation", *Economics Letter*, vol. 23, núm. 2, pp. 139-145.
- Posada, C. E. y A. Gaviria (1994). "El crecimiento económico y la distribución del ingreso: el caso colombiano posterior a 1950", *Seminario latinoamericano sobre crecimiento económico*, junio, Bogotá.
- Posada, C. E. (1993). "Productividad crecimiento y ciclos", *Banca y Finanzas*, núm. 29, jul-sep.
- Ramsey, J. B. P., L. Chera y P. Philip (1992). "The Statistical Properties of Dimension Calculations Using Small Data Sets: Some Economic Applications", en J. Benhabib (comp.), *Cycles and Chaos in Economic Equilibrium*, Princeton, Princeton University Press.
- Rudebusch, G. (1993). "The Uncertain Unit Root in Real GNP", *American Economic Review*, vol. 83, pp. 264-272.
- Sichel, E. D. (1989). "Are Business Cycles Asymmetric? A Correction", *Journal of Political Economy*, vol. 97, núm. 5, pp. 1255-1260.
- Spanos, A. (1992). "Towards a Unifying Methodological Framework for Econometric Modeling", en C. W. J. Granger (comp.), *Modeling Economics Series*, Clarendon Press-Oxford University Press.
- Suriñach J. *et al.* (1995). "Análisis económico regional. Nociones básicas de la teoría de la cointegración", Antoni Bosch, Barcelona.
- Teräsvirta, T. y H. M. Anderson (1993). "Characterizing Nonlinearities in Business Cycles Using Smooth Transition Autorregressive Models" en M. H. Pesaran y S. Potter (comps.), *Nonlinear Dynamics, Chaos and Econometrics*, John Wiley & Sons Ltd.
- Tong, H. (1983). *Threshold Models in Nonlinear Time Series Analysis, Lecture Notes in Statistics*, núm. 21, Springer Verlag, New York.
- Tukey, J. W. (1949). "An Introduction to the Measurement of Spectra", en V. Grenander (comp.), *Probability and Statistics*, Wiley, N. Y., pp. 300-330.
- Yatchew, A. J. (1988). "Some Tests of Nonparametric Regression Models", en W. Barnett y H. White (comps.), *Dynamic Econometric Modeling*, Cambridge University Press, Cambridge.