POLÍTICA FISCAL Y CONTRATOS DE FUTUROS: EL CASO DE PERSONAS FÍSICAS EN MÉXICO (SIMULACIÓN MONTE CARLO Y VALUACIÓN BINOMIAL)

Bernardo González-Aréchiga Ramírez-Wiella
Mercado Mexicano de Derivados, S.A. de C.V.

Jaime Díaz Tinoco
Asigna, Compensación y Liquidación

Francisco Venegas Martínez*
Mercado Mexicano de Derivados, S.A. de C.V.

Resumen: Se determina la tasa de retención definitiva por ganancias en futuros listados, que garantiza la misma recaudación esperada del régimen fiscal vigente, aplicable a las personas físicas sin actividades empresariales, y residentes en México. El régimen fiscal propuesto reduce costos de transacción y mejora la liquidez y eficiencia del mercado. Se desarrollan dos modelos para estimar la tasa equivalente de retención definitiva: 1) De simulación Monte Carlo y 2) Binomial de valuación de derivados. El trabajo enfatiza la robustez de los resultados al modificar los supuestos probabilísticos y los valores de los parámetros.

Abstract: This paper determines the tax rate, withheld by the clearing member, on gains from listed futures that guarantees the same tax revenue as that of the current tax treatment of noncorporate individual investors residents in Mexico. The proposed tax policy reduces costs and improves market liquidity and efficiency. The paper develops two models to estimate the break-even tax: 1) a Monte Carlo simulation model, and 2) a binomial model of asset pricing. This work pays special attention to the robustness of the results by modifying the probabilistic assumptions and the values of the parameters.

Fecha de recepción: 4 de octubre de 1999
Fecha de aceptación: 13 de enero del 2000

---

* Los autores agradecen los comentarios y sugerencias de Roberto Schatán Pérez, Manuel Lobato Osorio, Fausto Hernández Trillo, Manuel Galán Medina, Javier Duclaud González de Castilla, Javier Márquez Diez-Canedo y Jiyouji Ueda Ordoñez, así como las valiosas observaciones de un dictaminador anónimo. Los autores asumen la responsabilidad de opiniones o errores.

1. Introducción

El cambio estructural en la industria internacional de derivados como resultado de alianzas estratégicas entre bolsas de derivados y entre bolsas de derivados y mercados de subyacentes, así como el avance tecnológico en la operación han incrementado considerablemente las ventajas competitivas regionales en el mercado internacional. Con base en este cambio, muchos países están llevando a cabo reformas de fondo para gravar las operaciones con derivados listados. Por ejemplo, en el mercado suizo (*Swiss Options and Financial Futures Exchange*) y en el mercado alemán (*Deutsche Terminborse*) se eximen de todo gravamen las ganancias que se obtienen con derivados de capital. En el mercado irlandés (*Irish Futures and Options Exchange*) y en el mercado del Reino Unido (*London International Financial Futures and Options Exchange*), en donde por mucho tiempo un trato fiscal incierto inhibió el desarrollo de los mercados, actualmente se exentan de impuestos a las ganancias con derivados sobre bonos gubernamentales, y recientemente se han reducido los impuestos de otros derivados de deuda.

La existencia de un mercado de futuros estandarizados hace más transparente tanto la formación de precios, como el cobro de impuestos en dicho mercado. Un mercado de futuros en México para cubrir riesgos, y/o realizar inversiones, ofrece a los agentes una opción más con respecto a los mercados extranjeros de futuros y a los mercados sobre mostrador (mercados *over-the-counter*, OTC), en donde existen posibilidades de evasión fiscal. La estructura fiscal que se instrumente en México tiene que ser transparente, sencilla, con costos bajos de transacción y con los incentivos adecuados para reducir la evasión.

Desde el punto de vista conceptual, no es difícil establecer las propiedades deseables de un régimen fiscal compatible con una estructura de mercados completos.[1] Sin embargo, las dificultades surgen en la práctica. Cómo diseñar un esquema fiscal para que el mercado se desarrolle rápida y eficientemente sin generar distorsiones? En el diseño de un esquema fiscal, la estructura y magnitud de los impuestos pueden generar distorsiones tales como reducir sensiblemente la liquidez del mercado o promover la evasión del pago de impuestos.

La literatura existente sobre derivados ha retomado un creciente interés en el tratamiento fiscal de las operaciones financieras derivadas, OFD. Por ejemplo, Bradford (1996) examina la consistencia y corrección de esquemas fiscales sobre derivados; Keyes (1997) analiza el tratamiento fiscal sobre nocionales; Miller (1998) estudia el marco

---

[1] El término de mercados completos se debe a Arrow (1964), en su trabajo incluye un mercado de instrumentos de cobertura de riesgos en un modelo de equilibrio general del tipo Arrow-Debreu.

fiscal de derivados de crédito; Steinberg (1998) revisa los aspectos fiscales relacionados con OFD y OTC; y Thomsett (1997) y Biondo (1998) analizan las ventajas que ofrecen las OFD en planeación fiscal sobre operaciones en títulos accionarios y de deuda.

El presente estudio se concentra en el trato fiscal de las personas físicas con residencia en el país que no realizan actividades empresariales y que participan en OFD listadas de capital,[2] como son DEUA (dólar estadounidense) y UDI, o de deuda (tasas de interés y títulos de deuda), como son TIIE (28 días) y CETES (91 días). Las ganancias[3] sobre futuros de IPC y títulos accionarios están exentas de cualquier contribución en el actual régimen,[4] y así continuarán en la propuesta. Es importante destacar que en el mercado mexicano de derivados, en las OFD de deuda no hay liquidación en especie sino en efectivo,[5] por diferencia de precios (*cash-settlement*).

Aquí proponemos un régimen fiscal de retenciones definitivas, aplicable a personas físicas residentes en México que no realicen actividades empresariales. La tasa impositiva de retención definitiva es similar a la sugerida por Auerbach (1991) en el tratamiento fiscal de las ganancias de capital. El régimen propuesto produce la misma recaudación esperada que la del régimen fiscal vigente y, al mismo tiempo, proporciona los incentivos necesarios para que las personas físicas residentes en México[6] participen en forma activa en el mercado de derivados, creándose así un círculo virtuoso entre participación y liquidez, acompañado de una mayor recaudación fiscal. El sistema tributario propuesto de retenciones definitivas es neutral *ex-ante*, en

---

[2] En referencia al artículo 7o-D de la LISR para 1999, se consideran OFD de deuda aquéllas cuyos subyacentes son tasas de interés, títulos de deuda o el INPC, y OFD de capital, aquéllas referidas a otros títulos, mercancías, divisas, canastas o cualquier otro indicador. En consecuencia, por exclusión, los contratos futuros sobre UDI se consideran como operaciones financieras derivadas de capital.

[3] De acuerdo con la Resolución miscelánea fiscal para 1999, regla 3.4.3, rubro D, publicada en el *Diario Oficial de la Federación*, DOF, el 3 de marzo de 1999, se considera como ganancia realizada a la que se obtiene en el momento del vencimiento de una OFD o cuando se registra una operación contraria a la original.

[4] En conformidad con la LISR para 1999, artículo 151-B, párrafo 5o, se exceptúa del pago de impuestos a los ingresos que provengan de operaciones financieras derivadas de capital referidas a títulos o a índices accionarios.

[5] Con base en el artículo 7-A, 8o. párrafo, en el caso de las OFD de deuda que se liquiden por diferencias entre precios, se considerará como interés, para fines fiscales, el monto de la diferencia.

[6] Los residentes en el extranjero con establecimiento permanente o base fija en el país, de acuerdo con el artículo 151-B de la LISR, están sujetos a un impuesto del 20% de las ganancias que perciban con productos derivados.

el sentido que no genera distorsiones (desviaciones del equilibrio competitivo, suponiendo que se parte de un equilibrio), esto es, no afecta las decisiones de los agentes, basadas en criterios de eficiencia, por el contrario, reduce costos de transacción y aumenta los beneficios para los mismos.

El desarrollo de este trabajo es como sigue. En la sección 2, se describe en detalle el régimen fiscal vigente, destacando diferencias esenciales con nuestra propuesta. En la 3, se presenta la estructura fiscal del régimen alterno de retenciones definitivas. En la 4, se estima la tasa de retención definitiva mediante un modelo de simulación Monte Carlo. En la 5, se estima de nuevo la tasa de retención, modificando supuestos probabilísticos. En este caso, se utiliza un modelo binomial de valuación de derivados. La sección 6, presenta varias extensiones del modelo binomial. Finalmente, se resumen los principales resultados de la investigación, se destacan las limitaciones y ventajas de los modelos empleados y se mencionan algunas líneas de investigación futura.

2. Descripción del régimen fiscal vigente

El Régimen de Ley, RL, aplicable a las personas físicas sin actividad empresarial, residentes en México y que participan en OFD, establece retenciones mensuales,[7] por parte del liquidador, del 15% de las ganancias netas realizadas.[8] El liquidador entera al fisco en forma mensual sobre la retención provisional trimestral y entrega constancia al contribuyente. El contribuyente efectúa pagos provisionales trimestrales,[9] mediante declaración, a cuenta del ISR anual con la tasa marginal correspondiente a su nivel de ingreso,[10] deduciendo las retenciones de que fue objeto por operaciones derivadas. Para efectos de la declaración anual, las ganancias por OFD son acumulables con la posibilidad de deducir pérdidas, por conceptos distintos a OFD, en el

[7] El artículo 80 de la LISR para 1999 señala que el liquidador está obligado a efectuar retenciones y enteros mensuales, los cuales tendrán el carácter de pagos provisionales a cuenta del pago del impuesto anual.

[8] La Resolución miscelánea fiscal para 1999, regla 3.4.3, rubro sevenrm B, publicada en el DOF el 3 de marzo, indica que en una OFD la retención se efectuará sobre la diferencia entre ganancias obtenidas y pérdidas generadas.

[9] La Resolución miscelánea fiscal para 1999, regla 3.4.3, rubro B, publicada en el DOF el 3 de marzo, indica que en una OFD la retención se efectuará sobre la diferencia entre ganancias obtenidas y pérdidas generadas.

[10] La tasa de retención y entero del impuesto se especifica en el artículo 80 de la LISR.

año fiscal y en ejercicios anteriores.[11] Más precisamente, la retención, R_u, durante el mes $u = 1, 2, \dots, 12$, está dada por:

$$R_u = \tau_0 \max(G_u - Q_u, 0), \qquad u = 1, 2, \dots, 12, \tag{1}$$

donde

$$G_u = \sum_{t \in u} g_t \qquad \text{y} \qquad Q_u = \sum_{t \in u} q_t. \tag{2}$$

Aquí G_u representa las ganancias de OFD realizadas durante el mes u; g_t denota las ganancias en el día $t \in u$ (abusando de la notación); Q_u representa las pérdidas de OFD durante el mes u; y q_t denota las pérdidas en el día $t \in u$. La tasa impositiva de retención mensual es τ_0=0.15. Con respecto al pago provisional en el trimestre $s = 1, 2, 3, 4$, la base, B_s, se calcula mediante la expresión:

$$B_s = \max\left(I_s - D_s + \sum_{u \in s} G_u - \sum_{u \in s} Q_u, 0\right), \tag{3}$$

donde I_s es el ingreso trimestral distinto al generado por OFD y D_s son las deducciones autorizadas sin incluir las pérdidas con derivados. El pago provisional trimestral se calcula como:

$$T_s = \max\left(\tau_s B_s - \sum_{u \in s} R_u - R, 0\right), \tag{4}$$

donde τ_s es la tasa marginal que le corresponde al nivel de ingreso neto B_s, R_u se define como en (1) y R representa otras retenciones (*v.g.* retenciones al salario, las cuales tienen el mismo trato que las OFD).

Finalmente, para efectos de la declaración anual, la base se calcula como:

$$B_0 = \max\left(I_0 - D_0 + \sum_s \sum_{u \in s} G_u - \sum_s \sum_{u \in s} Q_u, 0\right), \tag{5}$$

donde I_0 es el ingreso anual distinto al generado por OFD realizadas y D_0 son las deducciones autorizadas sin incluir pérdidas por OFD. Los dos términos con sumatorias representan las ganancias y pérdidas,

[11] Véase también Rodríguez de Castro (1995) para el tratamiento fiscal vigente sobre OFD en México a partir de 1994.

respectivamente, acumuladas durante los cuatro trimestres de un año fiscal por operaciones con derivados. El pago anual se calcula como:

$$T_0 = \tau_0 \max(B_0 - Q_0, 0), \tag{6}$$

donde Q_0 representa las pérdidas generadas en el año fiscal y/o en ejercicios anteriores,[12] y τ_0 es la tasa aplicable al nivel de ingresos B_0. Si $T_0 = 0$, el causante puede solicitar devolución o deducción en el siguiente ejercicio fiscal por el monto $Q_0 - \tau_0 B_0$. El Régimen de Ley permite[13] deducir la tasa de inflación del rendimiento obtenido por OFD. Es importante subrayar que la captación esperada del RL, en un mercado de futuros, es cero para agentes que acumulan y deducen todas sus pérdidas y ganancias, ya que este mercado genera un juego de suma cero liquidable diariamente. El régimen anteriormente descrito, para efecto de referencias posteriores, se denotará también como $\Re_0 = (B_0, \tau_0, Q_0)$.

Obsérvese que en RL, el contribuyente tiene un costo de transacción muy alto, ya que para cumplir con sus obligaciones fiscales tiene que llevar a cabo los siguientes procedimientos: 1) solicitud de alta en el capítulo aplicable a otros ingresos, *i.e.*, un aumento de obligaciones fiscales administrativas, 2) declaración trimestral, y 3) acumulación en la declaración anual. Estas actividades tienen asociados costos de registro y contabilidad para los contribuyentes, lo que resta incentivos para participar en el mercado.

Con el propósito de simplificar el régimen descrito, se propone la instrumentación de un régimen de retenciones definitivas que permita a los contribuyentes reducir costos y tiempos para cumplir con sus obligaciones, de tal manera que la autoridad fiscal sea indiferente entre el régimen propuesto y el régimen de ley, en cuanto a la captación esperada. El régimen de retenciones definitivas se describe en la siguiente sección.

3. Descripción del régimen alterno de retenciones definitivas

El régimen de retenciones definitivas RD que a continuación se describe tiene como característica principal la reducción de la carga administrativa para cumplir con las obligaciones fiscales. En este caso,

---

[12] El artículo 55, de la LISR, define como pérdida fiscal a la diferencia entre los ingresos acumulables del ejercicio y las deducciones autorizadas por la mencionada ley, cuando el monto de estas últimas sea mayor que los ingresos. En su 2do. párrafo, el mismo artículo señala que la pérdida fiscal ocurrida podrá disminuirse de la utilidad fiscal de los diez ejercicios siguientes.

[13] El título X de la LISR referente a los demás ingresos que obtengan las personas físicas señala en su artículo 135-A, y con referencia en el artículo 18-A de la mencionada Ley, permite la actualización de liquidaciones.

la carga fiscal del contribuyente consiste en: 1) gravar mensualmente, con una tasa de retención definitiva, las ganancias brutas realizadas; 2) gravar trimestralmente las ganancias nominales no realizadas por posiciones abiertas, largas o cortas; 3) no permite deducir pérdidas dentro de un ejercicio ni en ejercicios fiscales posteriores. Observe que en el sistema fiscal propuesto: 1) no se requiere ampliar las obligaciones fiscales para operar con futuros; 2) no es necesario realizar declaraciones trimestrales, y 3) no hay que efectuar declaraciones anuales ni compensaciones de pérdidas y ganancias generadas con operaciones a futuro.

En nuestra propuesta los causantes pagan impuestos, a una tasa de retención definitiva τ_d, por las ganancias brutas realizadas. A partir de la ecuación (2), dichas ganancias se especifican como:

$$G_u = \sum_{t \in u} g_t \geq 0. \tag{7}$$

Las ganancias no realizadas, en cada uno de los cuatro trimestres de un año, se denotarán por H_s, $s = 1, 2, 3, 4$, y se calculan como sigue:

1)Si una posición se abre en el transcurso de un trimestre y ésta no se cierra al final de dicho trimestre, la ganancia no realizada se determina por la diferencia entre el precio (de compra o venta) F_{st} y el precio de cierre trimestral F_s, siempre y cuando $F_s > F_{st}$. Más precisamente, la ganancia se calcula con base en la función $\max(F_s - F_{st}, 0)$. Es decir, si se presenta una apreciación de una posición que se abre durante el trimestre, entonces al final del mismo se aplica una retención.

2)Si la posición fue abierta el trimestre anterior s', en el día t', y no se cierra en el trimestre actual, entonces la ganancia del trimestre actual se calcula con la diferencia de precios de cierre trimestrales. Específicamente, la ganancia se calcula con base en $\max(F_s - F_{s'}, 0)$. Nótese que en caso de que $\max(F_s - F_{st}, 0) = F_s - F_{st}$ y $\max(F_s - F_{s'}, 0) = F_s - F_{s'}$, entonces al agregar la ganancia de ambos trimestres se obtiene la ganancia no realizada por los dos trimestres, es decir, $(F_{s'} - F_{s't'}) + (F_s - F_{s'}) = F_s - F_{s't'}$. Si además, por ejemplo, la posición se cancela en el siguiente trimestre s'', en el día t'', y $\max(F_{s''t''} - F_s, 0) = F_{s''t''} - F_s$, entonces la ganancia realizada corresponde a $F_{s''t''} - F_{s't'}$, lo que elimina la posibilidad de múltiples tributaciones, ya que ahora $(F_{s'} - F_{s't'}) + (F_s - F_{s'}) + (F_{s''t''} - F_s) = F_{s''t''} - F_{s't'}$. En este caso, el corte trimestral adelanta el momento de la tributación para aquellas posiciones que no han sido canceladas al final del trimestre s''. La gráfica 1 es ilustrativa de este proceso.

3)En caso de que $\max(F_{s''t''} - F_s, 0) = F_s - F_{s''t''}$, es decir, si la posición se cancela en el trimestre s'', en el día t'', con una pérdida, entonces se distinguen tres cantidades relevantes desde el punto de vista de la autoridad fiscal (ver gráfica 2):

a)Ganancia no realizada gravada $= \tau_d(A - C)$,
b)Ganancia gravable $= \tau_d(B - C)$,
c)Ganancia espuria $= \tau_d(A - B)$ (o ganancia extraordinaria).

La ganancia espuria, $\tau_d(A - B)$, puede interpretarse como el costo que el contribuyente estaría dispuesto a pagar por una retención definitiva a fin de evitarse trámites fiscales (pagos provisionales y declaración anual).

4)Existe todavía una posibilidad más por analizar con respecto al precio final. Si el precio de incursión en el mercado es mayor o igual al precio de liquidación, entonces no hay ganancia gravable y la ganancia no realizada gravada coincide plenamente con la ganancia espuria (ver gráfica 3). En este caso el costo implícito que el contribuyente estaría dispuesto a pagar por una retención definitiva a fin de evitarse trámites fiscales, es la ganancia no realizada gravada.

La retención trimestral definitiva, R_s^d, está dada por:

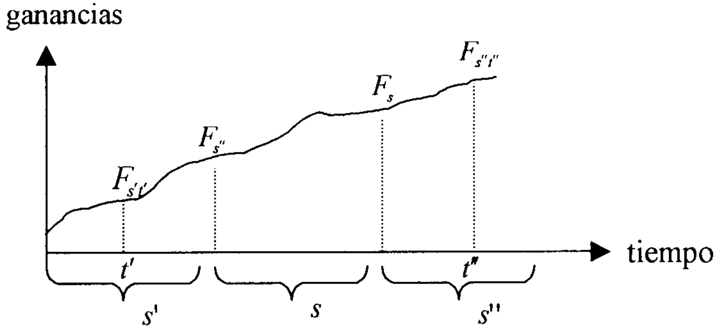
$$R_s^d = \tau_d(G_s + H_s) = \tau_d \left(\sum_{u \in s} G_u + H_s \right)$$

$$= \tau_d \left(\sum_{u \in s} \sum_{t \in s} g_t + H_s \right) \geq 0 \tag{8}$$

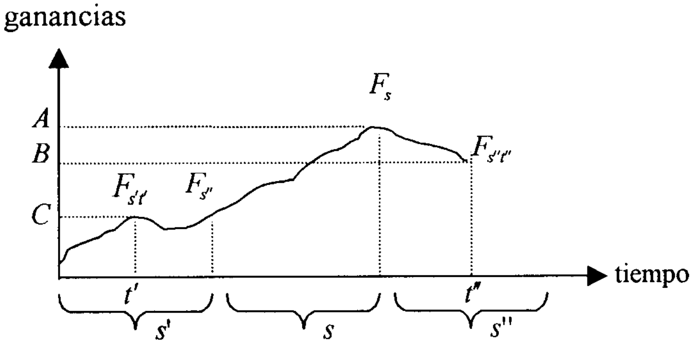
donde τ_d es la tasa de retención definitiva. La retención anual por OFD, B_d, se puede escribir como $\sum_s (H_s + \sum_{u \in s} G_u)$. Es importante destacar que en el régimen de RD no se deducen pérdidas de un trimestre a otro ni de un ejercicio fiscal a otro. Por último, se señala que las personas físicas podrán elegir entre el RL y RD para tributar en un determinado año fiscal y tendrán la obligación de permanecer en el régimen por el que optó durante todo el ejercicio. El régimen RD también se denotará, en lo sucesivo, como $\Re_d = (B_d, \tau_d, Q_d)$, donde $Q_d = 0$ ya que no es posible deducir pérdidas.

Una vez descritas las características principales de RD, el siguiente paso es estimar la tasa equivalente en RD que proporcione la misma recaudación esperada en ambos regímenes. Por otro lado, esta tasa no debe generar costos adicionales para la autoridad fiscal pero si un beneficio administrativo para los causantes. En la siguiente sección se define formalmente la tasa equivalente y en las secciones posteriores se desarrollan dos modelos que simulan la recaudación en ambos regímenes por pérdidas y ganancias en los contratos sujetos a gravamen. Estas simulaciones permitirán obtener una estimación apropiada de la tasa equivalente.

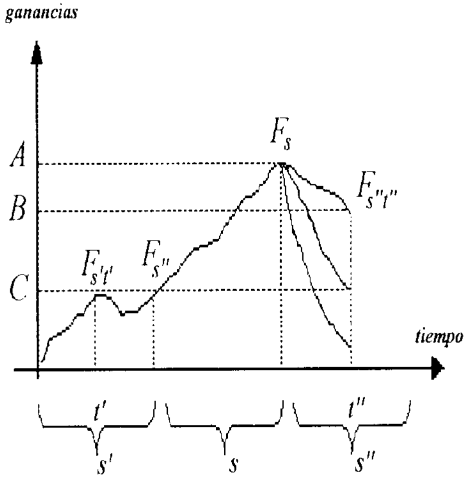
Gráfica 1
Tratamiento fiscal de ganancias no realizadas y realizadas en RD



Gráfica 2
Tratamiento fiscal de ganancias no realizadas con ganancias espurias



Gráfica 3
Tratamiento fiscal de ganancias no realizadas con ganancias espurias



4. Un modelo de simulación Monte Carlo para estimar la tasa equivalente

En esta sección, se desarrolla un modelo de simulación Monte Carlo que genera y cancela en forma aleatoria posiciones diarias, lo que a su vez permitirá generar pérdidas y ganancias diarias en los contratos sujetos a gravamen. Los supuestos básicos de este modelo de simulación son que los clientes operan diariamente futuros de todas las series y no hay costos de transacción. La tasa equivalente, τ_d, para el régimen fiscal de retenciones definitivas se define como aquella tasa para cual la autoridad fiscal es indiferente entre gravar las ganancias brutas realizadas junto con las ganancias no realizadas con cortes trimestrales, $\Sigma_s(\Sigma_{u\in s}G_u + H_s)$, y gravar con τ_0 las ganancias netas realizadas sin incluir ganancias no realizadas con cortes trimestrales, $\Sigma_s\Sigma_{u\in s}(G_u - Qu)$. Es decir, la autoridad fiscal recibe el mismo ingreso bajo RD y RL. Existe una restricción importante en τ_d. Esta no puede ser mayor a 4.9%, tasa que se aplica en los países con los que México mantiene tratados fiscales para evitar la doble tributación,[14]ya que en caso contrario los nacionales podrían establecer posiciones en cuentas domiciliadas formalmente en el extranjero.

[14] Vale la pena destacar que, por ejemplo, México tiene acuerdos fiscales de este tipo con Estados Unidos, Reino Unido, Canadá, Brasil, Argentina, España y Francia, entre otros.

El modelado requiere de algunas consideraciones generales y específicas. Primero, en un mercado eficiente, un futuro bien valuado tiene una ganancia esperada igual a cero y la probabilidad de ganar o perder es independiente de la distribución de probabilidad e igual a 0.5. Segundo, la captación tributaria depende de la personalidad jurídica de los usuarios (personas físicas), de su residencia (establecimiento permanente en territorio nacional o en el extranjero), de las deducciones autorizadas y de la longitud de los periodos fiscales, así como de variables cualitativas y cuantitativas propias del mercado como son: el tipo de contrato (definido por la variable subyacente y la fecha de vencimiento), el número de posiciones (abiertas o cerradas) y el número de participantes.

La definición de la tasa de retención definitiva requiere de algunos parámetros exógenos que reflejan características específicas del mercado. Sea θ la proporción de clientes que se retiran del mercado sin la posibilidad de deducir pérdidas con eventuales ganancias en el transcurso del año fiscal; θ describe el proceso autoselectivo del mercado en el que los participantes que obtienen malos resultados se retiran. Este parámetro es de suma importancia en el modelado de la tasa de retención definitiva, ya que representa a los agentes que no deducen pérdidas y contribuyen con ello a incrementar la captación fiscal. En este caso, un valor de $\theta = 0.1$, es un valor representativo del comportamiento esperado del mercado. Claramente, un valor $\theta > 0$ tiene un efecto compensatorio para el fisco en cuanto al número esperado de causantes que se retiran. Otro parámetro importante en el análisis, es la relación entre el número de posiciones abiertas al final del trimestre y el volumen promedio diario operado (promedio diario de contratos negociados), el cual será denotado por α. Este parámetro mide la velocidad con que se realizan ganancias; un valor grande de este parámetro indica que existe un número grande de contratos que se mantienen abiertos por mucho tiempo. Así pues, la tasa equivalente, dados los valores de α y θ, se define entonces como:

$$\tau_d(\alpha, \theta; k) = \tau_0 \frac{\sum_s \sum_{u \in s} (G_u - (1-\theta) Q_u)}{\sum_s (\sum_{u \in s} G_u + \alpha H_s)}. \qquad (9)$$

Nótese que al pasar el denominador que aparece en el lado derecho al lado izquierdo como factor, se iguala la recaudación en ambos regímenes. Observe también que conforme el número de posiciones abiertas aumenta al final del trimestre, la tasa equivalente se vuelve asintótica a cero. Es decir,

$$\lim_{\alpha \to \infty} \tau_d(\alpha, \theta; k) = 0. \qquad (10)$$

Esto se debe a que no se realizan ganancias antes de los vencimientos, es decir, todos los contratos se dejan abiertos hasta la fecha de vencimiento y bajo el supuesto de un mercado eficiente, la ganancia es cero. Por lo tanto, no se generan impuestos que pagar. Por otro lado, conforme el número de clientes perdedores se retiran y el número de posiciones abiertas al final del trimestre disminuye, la tasa equivalente tiende a la tasa del RL. Esto es,

$$\lim_{\theta \to 1} \lim_{\alpha \to 0} \tau_d(\alpha, \theta; k) = \lim_{\alpha \to 0} \lim_{\theta \to 1} \tau_d(\alpha, \theta; k) = \tau_0 \tag{11}$$

En esta situación límite, al no existir agentes que deduzcan pérdidas, todas las ganancias que se realicen antes de los vencimientos pagan la misma tasa que se aplicaría en RL.

Una vez que hemos definido la tasa impositiva de retención definitiva, analizaremos la forma en que se valúan los contratos sujetos a gravamen.

4.1. Valuación teórica y estimada de contratos de futuros en el modelado

Los precios de los contratos de futuros son los precios teóricos libres de arbitraje que se estiman a partir de los precios vigentes en los mercados nacional y extranjero de contado (*spot*), y del valor del dinero en el tiempo. Se supone que no hay costos de acarreo distintos al de oportunidad del dinero, dado que los subyacentes analizados son instrumentos financieros. Las fórmulas de valuación teórica de los diferentes contratos de futuros en los que se concentra este trabajo se describen a continuación.[15]

4.1.1 Futuro del dólar

El precio teórico del futuro del dólar se basa en la siguiente relación de precios de contado y el valor del dinero en el tiempo, este último, determinado por la paridad de tasas de interés:

$$F_{t,T}^{DEUA} = S_t^D \left(\frac{1 + i^{MEX} \left(\frac{T-t}{360}\right)}{1 + i^{USA} \left(\frac{T-t}{360}\right)} \right) \tag{12}$$

$F_{t,T}^{DEUA}$ es el precio, al tiempo t, del futuro de dólar con vencimiento en T, S_t^D es el tipo de cambio *spot* (reportado en el FIX de Banco de México), i^{MEX} es la tasa anual de interés nominal en el país (expresada como tasa de rendimiento anualizada), la cual se estima con la tasa de CETES ajustada al plazo más cercano a $T - t$, o bien con la

[15] Ver para más detalles sobre precios teóricos, por ejemplo, Díaz Tinoco y Hernández Trillo 1998, Hull 1998 o Wilmott 1998.

tasa derivada del vector de precios, PREVAL, de la BMV para el plazo exacto, y i^{USA} es la tasa anual de interés nominal en Estados Unidos, y se estima con la tasa de los *T-bills* (reportada por *Reuters* en el mercado de dinero estadounidense) también ajustada al plazo exacto a $T-t$.

4.1.2 Futuro del CETE a 91 días

Para valuar el futuro del CETE a 91 días, se utilizará:

$$F_{t,T,T+91}^{CT91} = CETE_T \left[\frac{1 + r_{t,T}\left(\frac{T-t}{360}\right)}{1 + r_{t,T+91}\left(\frac{T+91-t}{360}\right)} \right], \tag{13}$$

donde $F_{t,T,T+91}^{CT91}$ es el precio del futuro del CETE a 91 días, observado al tiempo t, con vencimiento en T y plazo de inversión $T+91$; $CETE_T$ es el valor nominal del CETE (=10.00 pesos); $r_{t,T+91}$ es la tasa de rendimiento estimada de CETES en el intervalo $[t, T+91]$; y $r_{t,T}$ es la tasa de rendimiento estimada de CETES en $[t, T]$. En el caso de MexDer el valor nocional es el valor al vencimiento de 10,000 CETES.

4.1.3 Futuro de la TIIE a 28 días

La valuación teórica para el futuro de TIIE, a 28 días, se estima como sigue:

$$F_{t,T,T+28}^{TI28} = TIIE_T \left[\frac{1 + R_{t,T}\left(\frac{T-t}{360}\right)}{1 + R_{t,T+28}\left(\frac{T+28-t}{360}\right)} \right], \tag{14}$$

donde $F_{t,T,T+28}^{TI28}$ es el precio del futuro de TIIE a 28 días, observada al tiempo t, con vencimiento en T y plazo de inversión $T+28$; $TIIE_T$ es el valor nominal de un depósito que paga tasa de interés TIEE al tiempo T, $R_{t,T+28}$ es la tasa anual de rendimiento estimada de aceptaciones bancarias y pagarés en $[t, T+91]$, y $R_{t,T}$ es la tasa anual de rendimiento estimada de aceptaciones bancarias y pagarés en $[t, T]$. Las tasas $R_{t,T+28}$ y $R_{t,T}$ se publican en el boletín bursátil de la BMV, en la sección de análisis y valuación de instrumentos de deuda.

4.1.4 Futuro de la UDI

La cotización de la UDI a futuro se estima a través de la paridad entre las tasas de inflación nominal y real:

$$F_{t,T}^{UDI} = S_t^U \left(\frac{1 + i\left(\frac{T-t}{360}\right)}{1 + r\left(\frac{T-t}{360}\right)} \right), \tag{15}$$

donde $F_{t,T}^{UDI}$ es el precio del futuro de la UDI al tiempo t con vencimiento en T, S_t^U es el valor *spot* de la UDI (reportado por Banco de México en el DOF); i es la tasa de interés que se estima con la tasa CETES, o la tasa de rendimiento derivada del vector de precios PREVAL de la BMV, r es la tasa de interés real que se estima con la tasa de los AJUSTABONOS a 1092 o 1820 días, expresada como tasa de rendimiento de un bono equivalente cupón cero para el plazo correspondiente.

4.2 Modelo de simulación Monte Carlo

A continuación se describe en detalle el algoritmo en el que se basa el modelo de simulación para estimar la tasa equivalente:

0)Precios diarios y trimestrales. Para simular las condiciones del mercado se generan precios diarios (del 13 II de 1996 al 19 VI de 1998, 600 fechas) de 13 series de futuros: dólar con vencimientos a uno, tres, seis, nueve y doce meses; UDI con vencimientos a uno, tres, seis y doce meses; THE a 28 días con vencimientos a uno, tres y seis meses; CETES a 91 días con vencimientos a tres y seis meses. Una vez generadas las matrices de precios diarios, $F_t^j, t = 1, 2, ..., 600$, $j = 1, 2, ..., 13$, y de precios trimestrales, $F_s^j, s = 1, 2, ..., 9$, $j = 1, 2, ..., 13$, se calculan la matrices de cambios diarios, $\Delta F_t^j (t > 1)$, y cambios trimestrales, ΔF_s^j. Obsérvese que la serie j está determinada por el subyacente y el tiempo de vencimiento T, razón por la que se omite de la notación esta última variable.

1) Generación del cierre diario y trimestral de posiciones

$k := 1$

si $k <$ *número de iteraciones* (10,000 iteraciones) **entonces**

  para $t = 1$ **hasta** *número de días*

    para $j = 1$ **hasta** *número de series*

   se genera un número aleatorio z_t^j de una distribución $\mathbf{N}(0,1)$

      si $z_t^j > 0$ **entonces** se cierra una posición larga de la serie j en t

        si $\Delta F_t^j > 0$ **entonces** se obtienen ganancias;

        en caso contrario se generan pérdidas,

    en caso contrario se cierra una posición corta de la serie j en t

        si $\Delta F_t^j < 0$ **entonces** se obtienen ganancias;

        en caso contrario se generan pérdidas

$j := j + 1$
$t := t + 1$
en caso contrario ir a 7)

Nota: las variables aleatorias z_t^j y z_t^i son independientes para toda $j \neq i$. Cualquier distribución de probabilidad simétrica respecto al origen sería igualmente útil para generar cancelaciones de posiciones largas y cortas.

2) Generación de posiciones abiertas trimestrales
$s := 0$
para $s = 1$ **hasta** *número de trimestres*
se genera un número aleatorio w_s^j de una distribución $\mathbf{N}(0,1)$
si $w_s^j > 0$ **entonces** la posición es larga;
en caso contrario la posición es corta
$s := s + 1$

Nota: las variables aleatorias w_s^j y w_s^i son independientes para toda $j \neq i$.

3)Ganancias y pérdidas (brutas) diarias y trimestrales. Las ganancias diarias son calculadas como:

$$g_t = \sum_{j=1}^{13} \max\ (\Delta F_t^j N_{t,j}(z_t^j), 0). \tag{16}$$

donde

$$N_t^j(z_t^j) = \begin{cases} 1, & si\ \mathrm{z}_t^j > 0, \\ -1, & si\ \mathrm{z}_t^j < 0. \end{cases} \tag{17}$$

Las pérdidas diarias se calculan, de manera similar, como

$$q_t = -\sum_{j=1}^{13} \min\ (\Delta F_t^j N_{t,j}(z_t^j), 0). \tag{18}$$

Las ganancias y pérdidas trimestrales por posiciones cerradas se calculan respectivamente a partir de (2) mediante:

$$G_s = \sum_{u \in s} G_u \quad \text{y} \quad Q_s = \sum_{u \in s} Q_u. \tag{19}$$

4) Ganancias totales (brutas) trimestrales. La ganancia total y bruta por posiciones cerradas y abiertas se calcula como

$$H_s + G_s = \sum_{j=1}^{13} \max\ (\Delta F_s^j M_{s,j}(w_s^j), 0) + \sum_{u \in s} G_u, \tag{20}$$

donde

$$M_t^j(w_{sj}) = \begin{cases} 1, & si \ \mathrm{w}_{sj} > 0, \\ -1, & si \ \mathrm{w}_{sj} < 0. \end{cases} \tag{21}$$

5)Bases anuales. Las bases gravables anuales para los dos regímenes, $\Re_0$ y $\Re_d$, se calculan, respectivamente, mediante

$$\sum_s \sum_{u \in s} (G_u - Q_u) \quad \text{y} \quad \sum_s \left(\sum_{u \in s} G_u + H_s \right). \tag{22}$$

6) Valores de la tasa de retención definitiva. Calcular a partir de (9), para α y θ dados, un valor $\overline{\tau}_d = \overline{\tau}_d(\alpha, \theta, k)$, **regresar a 1)** con $k := k + 1$.

7) Tasa equivalente. Para estimar la tasa, $\tau_d^* = E[\tau_d]$, de un régimen alterno que genere la misma captación esperada para la autoridad fiscal, con α y θ dados, se promedian los valores $\overline{\tau}_d = \overline{\tau}_d(\alpha, \theta, k)$, $k = 1, 2, ..., n = 10,000$. Es decir,

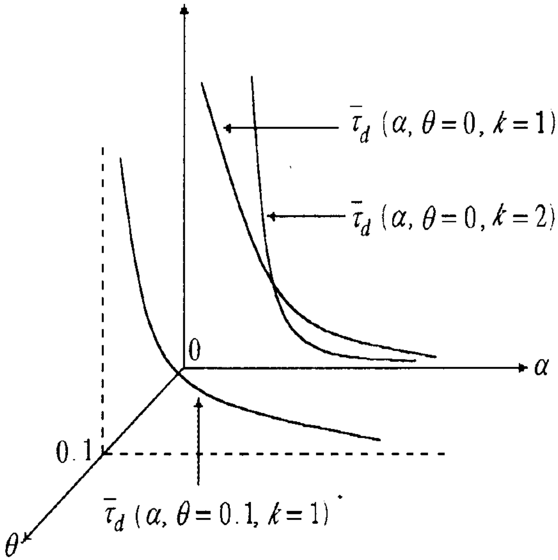
$$\tau_d^* \approx \frac{1}{n} \sum_{k=1}^{n} \overline{\tau}_d(\alpha, \theta, k). \tag{23}$$

El modelo considera $\tau_0 = 0.35$ y se concentra en los escenarios correspondientes a θ igual a 0%, 10%, y 20%. El valor extremo $\theta = 0.2$ se ha incluido sólo para fines de medir la sensibilidad del modelo a cambios en los parámetros. Así, para cada uno de estos valores de θ, $\overline{\tau}_d$ es vista como una función de α. El parámetro α toma, por simplicidad y para efectos de exposición, valores discretos de 1 a 10 puntos. Una representación gráfica de los resultados de la simulación se presenta en la gráfica 4.

Los resultados de la simulación para $\tau_d^*(\alpha, \theta)$, se presentan en el cuadro 1. Se observa que para $\theta = 0.1$, el cual es un valor representativo del comportamiento autoselectivo del mercado, los valores $\tau_d^*(\alpha, \theta = 0.1)$, para toda $\alpha > 0$, son menores al 2.55%, y conforme el valor de θ aumenta, la desviación de los valores de la tasa equivalente también crece. Sin embargo, la probabilidad de ocurrencia de dichos valores es muy baja.

Se puede observar en el cuadro 1, que en tanto θ se hace más grande, mayor es la tasa aplicable. Este resultado es completamente intuitivo ya que, mientras el número de agentes que se retiran sin deducir sus pérdidas aumenta, mayor es la captación fiscal, lo que a su vez conlleva a un crecimiento en la tasa equivalente. Por otro lado, se puede observar que, conforme α se incrementa, la tasa equivalente disminuye debido a que, al no obtenerse ganancias la captación fiscal se reduce. En las gráficas 4 y 5 se presentan algunas de las trayectorias simuladas de la tasa equivalente.

Gráfica 4
Representación gráfica del ejercicio de simulación

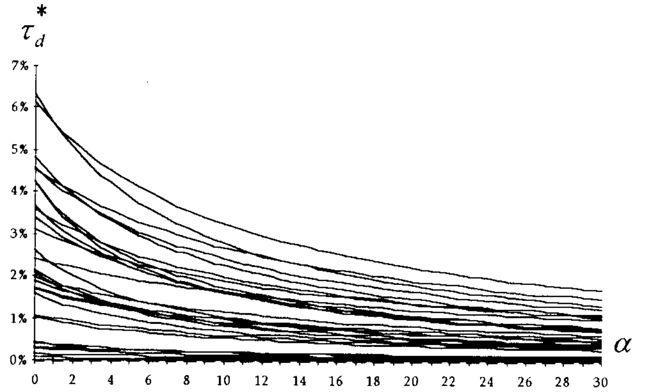


Cuadro 1
Resultados de la simulación para $\tau_d^*(\alpha, \theta)$

α	$\tau_d^*(\alpha)$	$\theta = 0.0$	$\theta = 0.1$	$\theta = 0.2$
1	$\tau_d^*(1)$	0.0070	0.0255	0.0558
2	$\tau_d^*(2)$	0.0064	0.0234	0.0513
3	$\tau_d^*(3)$	0.0060	0.0217	0.0475
5	$\tau_d^*(5)$	0.0052	0.0189	0.0415
10	$\tau_d^*(10)$	0.0039	0.0143	0.0316

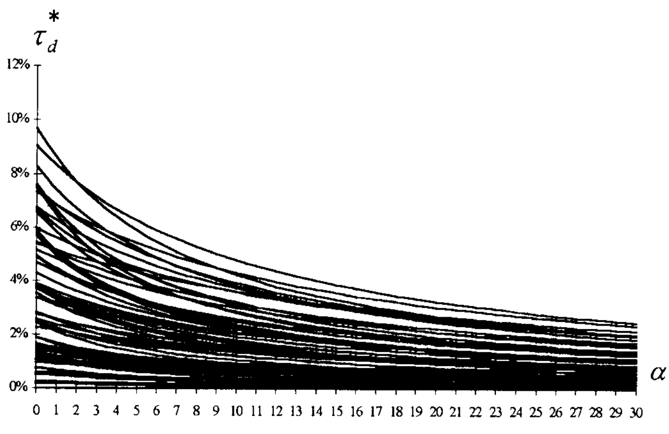
Gráfica 5 a

Tasa equivalente como función de α $(\theta = 0\%)$



Gráfica 5 b

Tasa equivalente como función de α $(\theta = 10\%)$



En la siguiente sección se desarrolla un modelo binomial que refleja en forma más adecuada las condiciones del mercado. En este modelo se incorpora la volatilidad de los subyacentes y se permite la endogeneización de algunos de los parámetros. Asimismo, se presenta una extensión del modelo que incluye el efecto inflacionario.

5. Un modelo binomial para estimar la tasa equivalente

Se utiliza una variante del modelo binomial[16] para estimar la tasa equivalente. Por el momento se supone que no hay inflación; este supuesto se relajará en la siguiente sección. En este modelo, a diferencia del de la sección anterior, el valor de α se determina endógenamente. Esta característica hace del modelo binomial un modelo más robusto para estimar la tasa equivalente.

La captación fiscal se define ahora en términos de una variable aleatoria, N, que representa el número de operaciones ganadoras en un trimestre de K días. Así, si $X_1, X_2, \ldots, X_t, \ldots, X_K$, son variables aleatorias independientes e idénticamente distribuidas, que representan los resultados de las operaciones de cada día t con

$$\begin{cases} \Pr\{\text{posición ganadora en } t\} = \Pr\{X_t = 1\} = p, \\ \Pr\{\text{posición perdedora en } t\} = \Pr\{X_t = 0\} \\ = 1 - p, \quad t = 1, 2, \ldots, K. \end{cases} \tag{24}$$

Entonces, el total de posiciones ganadoras, N, al final del trimestre está dado por la variable aleatoria

$$N = \sum_{t=1}^{K} X_t, \tag{25}$$

la cual tiene distribución binomial con parámetros K y p, es decir,

$$\Pr\{N = n\} = \binom{K}{n} p^n (1-p)^{K-n}, \; n = 1, 2, \ldots, K. \tag{26}$$

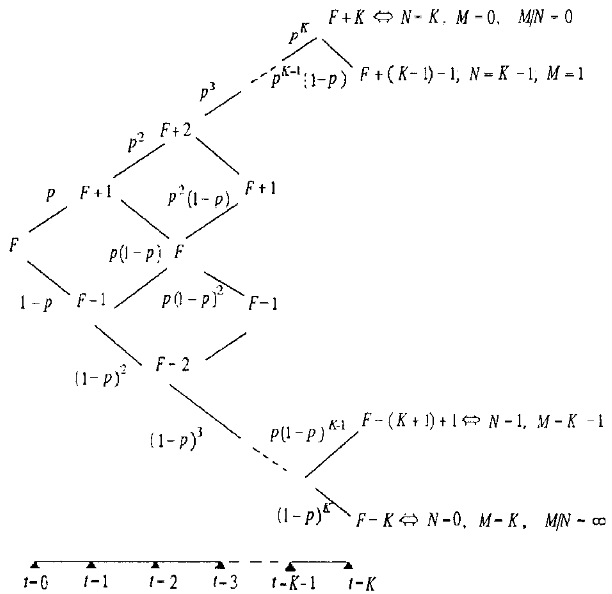
Al final del trimestre el número de posiciones perdedoras, M, cumple con la condición: $M = K - N$. Para adaptar el modelo de árboles binomiales a nuestro objetivo, se supone sin pérdida de genera

[16] Este modelo es ampliamente conocido en la literatura sobre valuación de productos derivados; véase, por ejemplo, Boyle (1988), Hull y White (1988), y Cox, Ross y Rubinstein (1979).

lidad que el cambio diario en precios, ΔF_t, en una posición ganadora es igual a 1 y en una perdedora igual a -1, entonces el cambio en precios para un trimestre completo coincide con $N - M$. La gráfica 6 ofrece una descripción de los posibles valores del futuro, así como de sus probabilidades. Por ejemplo, la probabilidad de un valor $F + K$ al final del trimestre, *i.e.*, $\Delta F_t = 1$ para toda t, es la misma que la probabilidad del evento $N = K$(o $M = 0$). De la misma forma, la probabilidad de un valor $F + (K - 1) - 1$ al final del trimestre, *i.e.*, $\Delta F_t = -1$ para un solo t, es la misma que la del evento $N = K - 1$(o $M = 1$). Por otro lado, si K es suficientemente grande, entonces la distribución de N se aproxima a una distribución $\mathbf{N}(K_p, K_p(1-p))$; la misma afirmación es cierta para M pero con media $K(1-p)$. Finalmente, note que si[17] $p = 1 - p = 0.5$, entonces la distribución de la diferencia $N - M$ se aproxima a una distribución $\mathbf{N}(0, 2Kp^2 + 2K^2p^2 - 2\mathrm{E}[NM])$. El valor $\mathrm{E}[NM]$ se calcula como:

Gráfica 6

Modelo de árboles binomiales



[17] El supuesto $p = 0.5$ en el modelo binomial para valuar productos derivados es muy común, y se justifica en términos de la volatilidad de los rendimientos de los activos subyacentes y la tasa de interés (Véase Hull, 1997).

$$\begin{aligned}\mathrm{E}[NM] &= \mathrm{E}[N(K-N)] = K\mathrm{E}[N] - \mathrm{E}[N^2] \\ &= K\mathrm{E}[N] - \mathrm{Var}[N] - \mathrm{E}^2[N] \\ &= K^2p - Kp^2 - K^2p^2.\end{aligned} \tag{27}$$

Por lo tanto, $N - M \sim \mathbf{N}(0, 4Kp^2 + 4K^2p^2 - 2K^2p)$. Además, para $p = 1 - p = 0.5$ se cumple

$$\Pr\{N = n\} = \binom{K}{n} p^K = \frac{\binom{K}{n}}{\sum_{j=1}^{k} \binom{K}{j}}, n = 0, 1, 2, ..., K. \tag{28}$$

El modelo considera $K = 65$ días hábiles que, en promedio, tiene un trimestre, como un periodo representativo de un ciclo fiscal completo. Suponemos además que $Q_0 = 0$ en $\Re_0 = (B_0, \tau_0, Q_0)$. En este caso, la base gravable del RL se define como la variable aleatoria:

$$B_0 = \max(N - \theta M, 0), \tag{29}$$

donde el parámetro θ se toma como antes, es decir, como el porcentaje de operaciones perdedoras que no deducen el pago de impuestos.

Para el régimen alternativo, la base gravable está dada por

$$B_d = N + H, \tag{30}$$

en donde la ganancia no realizada con corte trimestral, H, se define como $H = \alpha N$ a partir de las siguientes premisas:

1) Existe una relación γ entre el número de posiciones abiertas al final del trimestre y el volumen promedio diario. Esta relación se estima para bolsas de derivados de otros países, y puede emplearse como referencia para el caso de México. Por ejemplo, para el Mercado Español de Futuros Financieros, [18] MEFF, la relación es de 30.3, para el Mercado Francés de Derivados, MATIF, de 4.5, mientras que en Estados Unidos el *Chicago Board of Trade*, CBOT, tiene una relación de 4.7 y el *Chicago Mercantile Exchange*, CME, de 5.7.

2) Las operaciones que se abren y cierran en un mismo día, las cuales son objeto de gravamen, están sujetas a cambios en precios sólo por una fracción del cambio del precio de un día, digamos $\Delta F_{t/2}$. Para simplificar los cálculos, también se define λ como el producto del parámetro γ, multiplicado por el cociente de los cambios en precio en un día y los cambios en los precios intradía. Es decir,

[18] Estas observaciones corresponden a diciembre de 1998.

$\lambda = \gamma \Delta F_t / \Delta F_{t/2}$. Se supone que $\Delta F_t / \Delta F_{t/2} = 0.5$; probablemente este es un valor conservador para el promedio de las transacciones.

3) Finalmente, en toda posición abierta cuando aumenta o disminuye el precio del futuro, hay un agente que gana y otro que pierde. Esto es cierto ya que el mercado de futuros es, por diseño, un juego de suma cero.

De lo anterior, es posible definir α = ganancia al final del trimestre/ganancia diaria promedio $= \lambda(N - M)/N$. Si suponemos que los complementos y las compensaciones trimestrales de los pagos provisionales y la compensación anual de la declaración son insignificantes-iguales a cero-, es posible definir la tasa equivalente implícita, sin actualizar por inflación, como la variable aleatoria:

$$\begin{aligned} \tau_d &= \tau_0 \frac{N - \theta M}{N + A} \\ &= \tau_0 \left(\frac{1}{1 + \alpha} \right) \left(1 - \theta \frac{M}{N} \right) \qquad (31) \\ &= \tau_0 \frac{\left(1 - \theta \frac{M}{N} \right)}{1 + \lambda \left(1 - \frac{M}{N} \right)} \end{aligned}$$

la cual es homogénea de grado cero en ΔF_t. Se debe hacer notar que, como antes, esta tasa produce la misma contribución esperada en ambos regímenes.

La media de esta variable aleatoria se utiliza para estimar la tasa equivalente a partir del esquema de árboles binomiales. Observe que las probabilidades de los posibles valores de la variable M/N se pueden calcular a través de la distribución de N, como sigue:

$$\Pr \left\{ \frac{M}{N} = j \right\} = \Pr \left\{ \frac{K - N}{N} = j \right\} = \Pr \left\{ N = \frac{K}{1 + j} \right\},$$

$$j = 0, \frac{1}{K - 1}, \frac{2}{K - 2}, \ldots K - 1, \infty. \qquad (32)$$

Nótese también que la distribución de M/N no es simétrica y que $\mathrm{E}[M/N] = \infty$. A partir de (32), $\mathrm{E}[\tau_d | \theta, \gamma]$ se puede calcular como:

$$\mathrm{E}[\tau_d | \theta, \gamma] = \tau_0 \sum_j \frac{(1 - \theta j)}{1 + \frac{1}{2}\gamma(1 - j)} \Pr \left\{ \frac{M}{N} = j \right\}$$

$$= \tau_0 \sum_j \frac{(1-\theta j)}{1+\frac{1}{2}\gamma(1-j)} \Pr\left\{N = \frac{K}{1+j}\right\}. \tag{33}$$

El cálculo de $\mathrm{E}[\tau_d|\theta,\gamma]$ para diferentes valores de θ y γ se resumen en el cuadro 2.

Los resultados del modelo binomial para $\mathrm{E}[\tau_d|\theta = 0.1,\gamma]$, sin actualizar por inflación, muestran que con respecto a la tasa equivalente máxima del 2.5% que se obtuvo con el modelo de simulación Monte Carlo, se tiene aumento, hasta del 0.95%, para mercados más desarrollados, CBOT y CME, y una reducción importante, del 1.44%, para mercados menos desarrollados, MEFF, comparables, toda proporción guardada, con el mercado mexicano. Vale la pena destacar que en el caso extremo de $\theta = 0.2$, la referencia del MEFF en cuanto a la proporción de contratos operados y abiertos al cierre del trimestre, la reducción es del 0.95%. Obsérvese, además, que en el cuadro 2 se muestran las tasas que con un nivel de confianza del 95% producen los mismos ingresos para la autoridad fiscal.

El modelo también permite determinar endógenamente valores para el parámetro α, el cual fue definido exógenamente en el modelo de simulación Monte Carlo, dado que ahora se cuenta con la relación $\alpha = \lambda(N-M)/N$.

Los resultados que se presentan en el cuadro 3 proporcionan un punto de referencia para que la autoridad fiscal tenga mayor información respecto a la tasa equivalente, en caso de instrumentar el régimen de retenciones definitivas.

La regulación actual permite que los contribuyentes puedan realizar ajustes inflacionarios. En la siguiente sección se presenta una extensión del modelo binomial, que permite reconocer y estudiar los efectos del componente inflacionario.

6. Extensiones del modelo binomial

Extendemos el modelo binomial en varias direcciones. Primero, se incluirá en $\Re_0$ la deducción por concepto de inflación de los ingresos obtenidos por OFD. Bajo los supuestos del modelo, en el Régimen de Ley se grava el diferencial, ΔF_t, entre el precio pactado al abrir una posición en futuros y el precio de liquidación al cierre o vencimiento de las operaciones efectuadas. Ahora, se permitirá deducir la inflación acumulada de la tasa de rendimiento obtenida por OFD. Esto nos lleva expresar la tasa equivalente como:

$$\tau_d = \tau_0 \frac{\left(1-\theta\frac{M}{N}\right)\left[\frac{\Delta F_t}{F_t} - \pi_t^e\right]}{\left[1+\lambda\left(1-\frac{M}{N}\right)\right]\frac{\Delta F_t}{F_t}}, \tag{34}$$

Cuadro 2

Resultados del modelo binomial

	$CBOT$			CME			$MEFF$		
	$\gamma = 4.5$			$\gamma = 5.4$			$\gamma = 30.3$		
	$\theta = 0$	$\theta = 0.1$	$\theta = 0.2$	$\theta = 0$	$\theta = 0.1$	$\theta = 0.2$	$\theta = 0$	$\theta = 0.1$	$\theta = 0.2$
$\mathrm{E}[\tau_d \mid \theta, \gamma]$	2.04	3.50	4.96	1.75	3.08	4.40	0.46	1.11	1.75
Percentil 95%	3.04	3.50	3.96	2.52	2.90	3.27	0.55	0.64	0.72

Cuadro 3

Relación entre γ y α en el modelo binomial

	α, número de veces
$\gamma = 4.7$ que corresponde al CBOT	6.04
$\gamma = 5.4$ que corresponde al CME	8.93
$\gamma = 30.3$ que corresponde al MEFF	11.93

donde $\Delta F_t/F_t$ es el cambio porcentual en el precio del futuro (por unidad de tiempo, $\Delta_t = 1$), con el cual se determina el rendimiento nominal de la OFD, y π_t^e es la inflación esperada definida por:

$$\pi_t^e = \frac{INPC_t^e - INPC_{t-1}^e}{INPC_{t-1}^e} = \frac{INPC_t^e}{INPC_{t-1}^e} - 1, \tag{35}$$

donde $INPC_t^e$ es el nivel general esperado de precios. Si suponemos que $\pi_t^e = \pi$, y utilizamos el hecho de que $\ln(x) \approx x - 1$ para toda $x > 1$ (ver gráfica 7), se tiene que:

$$\pi = \frac{INPC_t^e}{INPC_{t-1}^e} - 1 = \ln\left(\frac{INPC_t^e}{INPC_{t-1}^e}\right), \tag{36}$$

de donde $\pi_t^e = e^{\pi} - 1$. El supuesto $INPC_t^e/INPC_{t-1}^e \approx 1$ es realista ya que los futuros son instrumentos de corto plazo, y la tenencia media de posiciones ocurre por plazos todavía menores.

El cambio porcentual en el precio del futuro se puede escribir, con base en el modelo binomial,[19] como $\Delta F_t/F_t = u - 1 = e^{\sigma\sqrt{\Delta t}} - 1$, donde σ representa la volatilidad diaria. En este caso podemos escribir

$$\tau_d(\sigma, \pi) = \tau_0 \frac{\left(1 - \theta\frac{M}{N}\right)}{\left[1 + \lambda\left(1 - \frac{M}{N}\right)\right]}\left[\frac{e^{\sigma} - e^{\pi}}{e^{\sigma} - 1}\right]. \tag{37}$$

Obsérvese que el factor de actualización por inflación satisface

$$\kappa(\sigma, \pi) = \frac{e^{\sigma} - e^{\pi}}{e^{\sigma} - 1} < 1 \tag{38}$$

y, obviamente,

$$\lim_{\pi \to 0} \kappa(\sigma, \pi) = 1. \tag{39}$$

En consecuencia, los cálculos en los ejercicios anteriores sobreestiman el valor de la tasa equivalente, como era de esperarse. El cuadro 4 muestra el valor del factor de corrección κ para cada subyacente con su correspondiente volatilidad y con $\pi = 0.0335$ (13% anual).

La segunda extensión al modelo binomial considera posiciones ganadoras y perdedoras después del corte trimestral, y antes del cierre o vencimiento de posiciones. Con este propósito se introducen dos

---

[19] Véase Hull, 1998.

nuevas variables aleatorias $N_{K/2}$ y $M_{K/2}$ las cuales se generan, en forma similar a las variables N y M, pero con parámetros $p = 0.5$ y $K/2 = N_{K/2} + M_{K/2}$ (*i.e.*, con 32 días, es decir, medio trimestre). De esta manera, N y M son el número de cambios en precios que conducen a posiciones ganadoras y perdedoras, respectivamente, desde que se abre una posición hasta el momento del corte trimestral, y $N_{K/2}$ y $M_{K/2}$ son el número de cambios en precios que conducen a posiciones ganadoras y perdedoras, respectivamente, después del corte trimestral, y antes del cierre o vencimiento de posiciones. La variables aleatorias N y $N_{K/2}$ se suponen independientes. En este caso

$$\frac{A}{N} = \frac{\lambda(M_{K/2} - N_{K/2})}{N} = \alpha. \tag{40}$$

El cuadro 5 examina en forma exhaustiva el posible comportamiento de N y $N_{K/2}$, a fin de identificar aquellas posiciones abiertas en donde se generan ganancias espurias (comparar con las gráficas 1-3).

La definición de A, en esta segunda extensión, reconoce que sólo en uno de los nueve casos previstos, en el cuadro 5, existe realmente captación excedente (espuria o extraordinaria). En consecuencia, después de tomar en consideración la definición de A en (40) y de deducir la componente inflacionaria, es posible replantear un tercer modelo, en donde la tasa equivalente queda ahora representada como:

$$\tau_d = \tau_0 \frac{1 - \theta\left(\frac{M}{N}\right)}{1 + \lambda\left(\frac{N_k}{N}\right)\left(1 - \frac{M_K}{N_K}\right)} \left[\frac{e^\sigma - e^\pi}{e^\sigma - 1}\right]. \tag{41}$$

Por lo tanto, dada la independencia de N y $N_{K/2}$, se sigue que

$$\begin{aligned} &\mathrm{E}[\tau_d \mid \theta, \gamma, \kappa] \\ &= \tau_0 \sum_n \sum_q \sum_j \sum_l \frac{(1 - \theta j)}{1 - \frac{1}{2}\gamma(n/q)(1-l)} \left[\frac{e^\sigma - e^\pi}{e^\sigma - 1}\right] \mathrm{P}(j, l|n, q), \end{aligned} \tag{42}$$

donde

$$\mathrm{P}(j, l|n, q) = \Pr\left\{ \frac{M}{N} = j,\ \frac{M_{K/2}}{N_{K/2}} = l \,\middle|\, N = n,\ N_{K/2} = q \right\}$$

$$\Pr\{N = n,\ N_{K/2} = q\},$$

$$= \Pr\left\{ \frac{M}{N} = j \,\middle|\, N = n \right\} \Pr\{N = n\}$$

$$\Pr\left\{ \frac{M_{K/2}}{N_{K/2}} = l \,\middle|\, N_{K/2} = q \right\} \Pr\{N_{K/2} = q\},$$

con

$$\begin{cases} \Pr\left\{ \frac{M}{N} = j \,\middle|\, N = n \right\} \ = \ \Pr\{M = nj\} = \begin{pmatrix} K \\ K-n \end{pmatrix} (1-p)^{K-n} p^n, \\ \Pr\left\{ \frac{M_{K/2}}{N_{K/2}} = l \,\middle|\, N_{K/2} = q \right\} \ = \ \Pr\{M_{K/2} = ql\} \\ \quad = \begin{pmatrix} K/2 \\ (K/2) - q \end{pmatrix} (1-p)^{(K/2)-q} p^q, \\ n = \frac{K}{j+1},\ j = 0, \frac{1}{K-1}, \frac{2}{K-2}, \ldots, K-1, \infty, \\ q = \frac{K/2}{l+1},\ l = 0, \frac{1}{(K/2)-1}, \frac{2}{(K/2)-2}, \ldots, (K/2)-1, \infty. \end{cases}$$

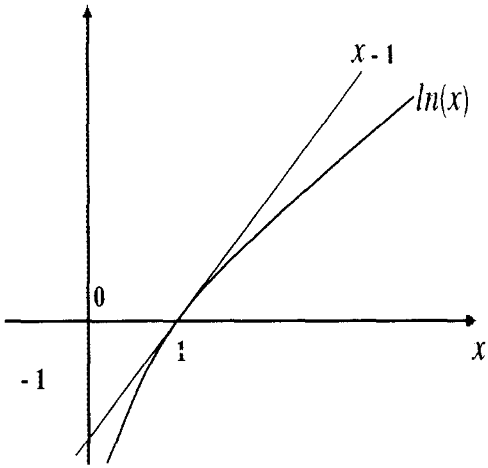
Antes de calcular $\mathrm{E}[\tau_d|\theta, \gamma]$, observe primero que el modelo permite determinar endógenamente valores para el parámetro α. Los cuales son, una vez más, significativamente menores a los que se obtuvieron con el modelo binomial de la sección anterior, como lo muestra el cuadro 6.

Los principales resultados del modelo binomial extendido tomando como referencia los valores del parámetro γ para el MEFF, y una volatilidad diaria de σ=0.09 (que corresponde al futuro sobre el CETE) se resumen en los cuadros 7a y 7b. Asimismo, se observa en ellos el impacto de la presencia de inflación

A partir del cuadro 7b, en el último recuadro, se observa que la actualización por inflación y el reconocimiento de las ganancias espurias, reduce en forma importante la tasa equivalente $\mathrm{E}[\tau_d|\theta = 0.1, \gamma]$. De hecho, en este caso, para todos los valores de α, la tasa equivalente es menor o igual al 2.54%.

Gráfica 7

Ilustración gráfica de $\ln(x) \approx x - 1$ *para toda* $x > 1$



Cuadro 4

Valores del factor de corrección por inflación

Subyacente	α	$\kappa(\sigma, \pi)$
CETE	0.090%	62.81%
TIIE	0.190%	82.39%
Dólar	0.065%	48.49%
UDI	0.050%	33.04%

Cuadro 5

Generación de ganancias espurias

		$N > M$	$N = M$	$N < M$
		El corte trimestral lleva a un gravamen sobre las utilidades generadas por $N - M$.	La posición no es ganadora y no está sujeta a gravamen por corte trimestral.	La posición es perdedora y no está sujeta a gravamen por corte trimestral.
$N_{K/2} > M_{K/2}$	La posición gana después del corte trimestral.	$A = 0$ No hay ganancia espuria, la posición gana antes del corte trimestral y sigue creciendo.	$A = 0$ No hay ganancia espuria, la posición es neutra antes del corte trimestral y sólo crece después del corte.	$A = 0$ No hay ganancia espuria, la posición pierde antes del corte trimestral y sólo se recupera después del corte.
$_{K/2} = M_{K/2}$	La posición mantiene su valor después del corte trimestral.	$A = 0$ No hay ganancia espuria, la posición gana antes del corte trimestral y mantiene su valor después del corte.	$A = 0$ No hay ganancia espuria, la posición es neutra antes y después del corte trimestral.	$A = 0$ No hay ganancia espuria, la posición pierde antes del corte trimestral y es neutra después del corte.

Cuadro 5 (*continuación*)

Generación de ganancias espurias

$N_{K/2} < M_{K/2}$	La posición pierde después del corte trimestral.	$A > 0$ Si hay ganancia espuria, la posición gana antes del corte trimestral pero pierde valor después del corte.	$A = 0$ No hay ganancia espuria, la posición gana antes del corte trimestral y mantiene su valor.	$A = 0$ No hay ganancia espuria, la posición pierde antes del corte trimestral y sólo se recupera después del corte.

Cuadro 6

Análisis comparativo del parámetro α en los modelos estudiados

	α, número de veces modelo binomial	α, número de veces binomial extendido
$\gamma = 4.7$ que corresponde al CBOT	6.04	0.50
$\gamma = 5.4$ que corresponde al CME	8.93	0.60
$\gamma = 30.3$ que corresponde al MEFF	11.93	3.42

Cuadro 7a

Resultados del modelo binomial extendido

(%)

	α *original*			α *corregida*		
	con inflación			*con inflación*		
	$\theta = 0$	$\theta = 0.1$	$\theta = 0.2$	$\theta = 0$	$\theta = 0.1$	$\theta = 0.2$
Media	0.29	0.69	1.10	0.82	1.59	2.37
90.00	0.34	0.42	0.49	0.82	1.00	1.18
95.00	0.35	0.39	0.44	0.76	0.86	0.96
99.00	0.36	0.36	0.37	0.70	0.71	0.73
Extrem.	0.36	0.36	0.36	0.69	0.69	0.69

Cuadro 7b

Resultados del modelo binomial extendido

(%)

	sin α			*sin* α			α *corregida*		
	con inflación			*sin inflación*			*sin inflación*		
	$\theta = 0$	$\theta = 0.1$	$\theta = 0.2$	$\theta = 0$	$\theta = 0.1$	$\theta = 0.2$	$\theta = 0$	$\theta = 0.1$	$\theta = 0.2$
Media	3.79	5.61	7.43	6.04	8.93	11.83	1.31	2.54	3.77
90.00	6.94	8.45	9.95	11.05	13.45	15.84	1.31	1.60	1.88
95.00	9.65	10.88	12.12	15.37	17.33	19.29	1.21	1.37	1.52
99.00	17.91	18.32	18.73	28.52	29.17	29.81	1.11	1.14	1.16
Extrem.	21.98	21.98	21.98	35.00	35.00	35.00	1.09	1.09	1.09

7. Conclusiones

Se han utilizado dos modelos estocásticos para determinar la tasa de retención definitiva, que garantiza la misma recaudación esperada que la del régimen fiscal vigente aplicable a personas físicas residentes en México y sin actividad empresarial. Los dos modelos tienen ventajas comparativas y absolutas. Mientras que el modelo de simulación Monte Carlo es robusto en sus supuestos probabilísticos, el modelo binomial, una vez extendido, incorpora inflación y permite determinar endógenamente el parámetro α . En ambos modelos los resultados obtenidos para $\theta = 0.1$ y $\gamma = 30.3$, los cuales son valores representativos del comportamiento esperado de un mercado en desarrollo, conducen a establecer un intervalo de tasas equivalentes entre el 1.11% y el 2.55%, en lugar de la especificación de una tasa equivalente única. El límite inferior es determinado por el modelo binomial, y el límite superior por el modelo de simulación Monte Carlo. Este último posiblemente sobreestimado en términos reales, ya que se suponen $Q_0 = 0$ y $\pi = 0$. Intuitivamente, observamos que si aplica la tasa impositiva máxima especificada para personas físicas del 40.0%, a una tasa de interés real anual del 6.0%, la tasa conjunta resultante es del 2.4%, lo que está de acuerdo con el límite superior del intervalo sugerido por esta investigación.

Nótese también que la restricción sobre la tasa impositiva, que se aplica en países que han celebrado convenios fiscales con México para evitar doble tributación, es satisfecha con amplia holgura, a saber, 2.45% (diferencia entre la tasa del 4.9% que se aplica a países con convenio fiscal y la tasa del 2.55% que determina el límite superior del intervalo de tasas equivalentes). La selección de un valor dentro de dicho intervalo, por parte de la autoridad fiscal, tiene que hacerse con vistas a generar los incentivos adecuados para el desarrollo del mercado.

Existen importantes ventajas en el régimen alterno propuesto, con respecto al régimen vigente, entre las cuales destacan: 1) establece una tasa impositiva equivalente a la del régimen actual sin ser un subsidio; 2) no deduce pérdidas dentro un ejercicio fiscal; 3) elimina para el contribuyente los procedimientos de alta en el capítulo aplicable a otros ingresos, de pagos provisionales trimestrales y de registro y contabilidad para fines de acumulación en la declaración anual del ISR; 4) proporciona una recaudación oportuna y estable; y 5) reduce los costos de fiscalización.

Finalmente, se mencionan algunas de líneas de investigación para explorar en el futuro: 1) el aspecto de neutralidad merece más atención que la que en esta investigación se le ha dado, la propuesta planteada aquí con $\theta > 0$, tiene un efecto compensatorio con el fisco en cuanto al número esperado de causantes que retiran, lo cual abre otras posibilidades de regímenes alternos; 2) es conveniente extender el modelo de simulación Monte Carlo, con subyacentes que sigan un proceso mixto de difusión con saltos (Merton, 1976), en este caso los precios de los contratos futuros tendrían un comportamiento similar al de los subyacentes, excepto por la tendencia, y 3) es importante incluir una estructura de plazos en las tasas de interés determinada por un proceso de Ornstein-Uhlenbeck, en el marco del modelo de Vasicek (1977), a fin de obtener una mejor valuación de los derivados sobre títulos de deuda. Sin duda, esto contribuirá a reducir significativamente el tamaño del intervalo de tasas equivalentes sugerido por esta investigación.

Bibliografía

Arrow, K. L. (1964). "The Role of Securities in the Optimal Allocation of Risk Bearing", *Review of Economic Studies*, 31, pp. 91-96.

Auerbach, A. J. (1991). "Retrospective Capital Gains Taxation", *The American Economic Review*, 81, pp. 167-178.

Auerbach, A. J., L. E. Burman y J. M. Siegel (1998). *Capital Gains Taxation and Tax Avoidance: New Evidence from Panel Data*, NBER, Working Paper Series, núm. 6399.

Biondo, G. M. (1998). "Using Derivatives to Shift Income: Enhancing After-Tax Returns", en F. J. Fabozzi (ed.), F. J. Fabozzi Inc., New Hope, Pennsylvania.

Bolsa Mexicana de Valores (1997-1998). *Boletín bursátil de la Bolsa Mexicana de Valores*, Sección de análisis y valuación de instrumentos de deuda, varios números.

Boyle, P. P. (1988). "A Lattice Framework for Option Pricing with Two State Variables", *Journal of Financial and Quantitative Analysis*, 23, pp. 237-251.

Bradford, D. F. (1996). *Fixing Capital Gains: Symmetry, Consistency, and Correctness in the Taxation of Financial Instruments*, NBER, Working Paper Series, núm. 5754.

Cox, J., S. Ross y M. Rubinstein (1979). "Option Pricing: A Simplified Approach", *Journal of Financial Economics*, 7, pp. 229-264.

Diario Oficial de la Federación (1999). *Resolución miscelánea fiscal*, (3 de marzo).

Díaz Tinoco, J. y F. Hernández Trillo (1998). *Futuros y opciones financieras: Una introducción*, 2da. ed., Limusa, México.

González-Aréchiga, B. y J. Díaz Tinoco (1999). *Break Even para el régimen fiscal de retenciones definitivas para personas físicas*, MexDer, Reporte Técnico (marzo).

——— (1999). *Retenciones definitivas, neutralidad y experiencia internacional en el trato fiscal de personas físicas*, MexDer, Reporte Técnico (abril).

Hull, J. (1997). *Options, Futures, and Other Derivatives Securities*, 3a. ed., Prentice-Hall.

—— y A. White (1988). "The Use of Control Variate Techniques in Option Pricing", *Journal of Financial and Quantitative Analysis*, 23, pp. 237-251.

Keyes, K. M. (1997). *Federal Income Taxation of Financial Instruments and Transactions*, Warren, Gorman y Lamont.

Merton, R. C. (1976). "Option Pricing when Underlying Stock Returns are Discontinuous", *Journal of Financial Economics*, 3, pp. 125-144.

Miller, D. S. (1998). "Tax Treatment o Notional Principal Contracts", en F. J. Fabozzi (ed.), F. J. Fabozzi Inc., New Hope, Pennsylvania.

Rodríguez de Castro, J. (1995). *Introducción al análisis de productos financieros derivados (futuros, opciones, forwards y swaps)*, Limusa, México.

SHCP (1999). *Ley del ISR*. Legislación fiscal, tomo I, Servicio de Administración Tributaria.

Steinberg, L. R. (1998). "Using OTC Equity Derivatives for High-Net-Worth individuals", en F. J. Fabozzi (ed.) F. J. Fabozzi Inc., New Hope, Pennsylvania.

Thomsett, M. C. (1997). *Getting Started in Options*, 3a. ed., John Wiley and Sons, New York.

Vasicek, O. (1977). "An Equilibrium Characterization of the Term Structure", *Journal of Financial Economics*, 5, pp. 177-188.

Wilmott, P. (1998). *Derivatives: The Theory and Practice of Financial Engineering*, John Wiley and Sons, New York.