

PRONÓSTICOS RESTRINGIDOS CON MODELOS DE SERIES DE TIEMPO MÚLTIPLES Y SU APLICACIÓN PARA EVALUAR METAS DE POLÍTICA MACROECONÓMICA EN MÉXICO*

Víctor M. Guerrero

*Instituto Tecnológico Autónomo de México
Instituto Nacional de Estadística, Geografía e Informática*

Resumen: Se utiliza el método de pronósticos restringidos para monitorear el cumplimiento de las metas anunciadas por el gobierno mexicano para algunas variables de importancia macroeconómica. El método proporciona escenarios acordes con el futuro esperado, según las metas planteadas. Aquí se construyen primero varios modelos del tipo VAR, VEC y BVAR, y se analiza su capacidad predictiva. La metodología emplea entonces el modelo que produce los mejores pronósticos, que resultó ser un modelo BVAR. Con los escenarios de los pronósticos restringidos es posible determinar si las metas son viables, así como el momento en el que se presente evidencia de que las metas dejan de ser factibles.

Abstract: This work applies the restricted forecasting methodology to monitor the attainment of targets announced by the Mexican Government for some relevant macroeconomic variables. This method yields scenarios that are in line with the expectations underlying the proposed targets. Some multiple time series models of the VAR, VEC and BVAR type are first built and their predictive abilities are analyzed. The method is then applied with the best forecasting model, which was found to be a BVAR model. With the scenarios so derived it is possible to decide whether the targets are feasible or not and the moment when statistically significant evidence has arisen to declare the targets unfeasible.

Clasificación JEL: C32, C53, E52

Palabras clave: modelos BVAR, VAR y VEC, monitoreo estadístico, compatibilidad de restricciones con registro histórico, statistical monitoring, compatibility between restrictions and historical record

Fecha de recepción: 13 VII 2005

Fecha de aceptación: 24 IV 2007

* Agradezco al INEGI, en particular a B. Sainz y F. Pérez, su hospitalidad para realizar este trabajo. Así como, el apoyo de la Asociación Mexicana de Cultura y los comentarios de tres dictaminadores anónimos que ayudaron a mejorar la presentación del artículo, guerrero@itam.mx.

Estudios Económicos, vol. 22, núm. 2, julio-diciembre 2007, páginas 241-311

1. Introducción

En México, se ha vuelto común que los analistas de la coyuntura económica deseen verificar la viabilidad de las metas por lograr anunciadas por las autoridades económicas correspondientes. El análisis de la situación económica del país requiere de bases de comparación para poder concluir si ésta se comporta en un momento determinado como era de esperarse, de acuerdo con los planes económicos, o si se ha presentado alguna desviación significativa de tales planes. Para poder realizar un análisis formal del comportamiento de las variables económicas consideradas de mayor importancia, para las cuales existen metas oficiales por alcanzar, se requiere contar con modelos de tipo econométrico que produzcan información de referencia para juzgar los valores observados de dichas variables.

La información de referencia más explícita contra la cual se pueden comparar los valores observados de variables clave de la economía, como son el Producto Interno Bruto (PIB), la inflación, el desempleo, etc., son los pronósticos que surgen de modelos del sistema económico. Mientras mejor sea el modelo, en términos de los pronósticos que genere, mejor será la idea de lo que ocurrirá en el futuro. Sin embargo, eso no es suficiente para decidir si las metas por lograr serán satisfechas o no. Se requiere utilizar otra herramienta analítica que combine los pronósticos irrestrictos con las metas por lograr, ya que éstas restringen el comportamiento futuro de las variables para que satisfagan los objetivos planteados. Al imponer las metas como restricciones que deben cumplir los valores futuros de las variables, se generan trayectorias compatibles con las metas. A partir de tales trayectorias, y de sus correspondientes límites de probabilidad, puede monitorearse a las variables en estudio y concluir si existen desviaciones importantes de las metas planteadas. La herramienta de análisis estadístico que se utiliza para este fin es la de pronósticos restringidos.

Si sólo hubiera una variable sobre la cual existiera una meta por alcanzar, y fuera razonable considerar a esta variable de manera aislada, se le podría representar mediante un modelo del tipo autorregresivo integrado y de promedios móviles (ARIMA). En tal caso, se podría monitorear el cumplimiento de la meta con el método univariado de pronósticos restringidos, según se describe en Guerrero (2002), donde se dio seguimiento a la meta del PIB de México durante el año 2001. En general, la metodología permite incorporar información adicional en forma de restricciones lineales, posiblemente sujetas a incertidumbre, que pueden representar metas por lograr, valores ya observados, conjeturas o pronósticos provenientes de otros modelos.

El método de pronósticos restringidos considera como parte fundamental la realización de una prueba de significancia estadística que permita validar la compatibilidad entre los pronósticos irrestrictos (basados en la información histórica) y las metas que se desea alcanzar (que constituyen la información externa al modelo). Respecto al uso específico de pronósticos restringidos con series múltiples, se recomienda ver Guerrero, *et al.* (2002), en donde se citan los trabajos existentes, se desarrolla un estadístico para verificar la compatibilidad de la información externa con la histórica y se muestra el uso de la metodología para el monitoreo del cumplimiento de metas por lograr.

El contenido del presente artículo es el siguiente. En la sección dos se presenta el tipo de modelos de series de tiempo a utilizar, así como la formulación del método para obtener pronósticos restringidos con dichos modelos. Acto seguido, se presenta la construcción de un modelo para seis variables consideradas relevantes dentro del sistema económico mexicano. En particular, se enfatiza la capacidad predictiva del modelo y se brinda evidencia de la misma, la cual condujo al uso de un modelo de tipo bayesiano, sin pretender realizar un análisis bayesiano completo y formal. Después, se muestra la aplicación propiamente dicha del método de pronósticos restringidos, para monitorear las metas por lograr en el año 2004. En la última sección se concluye con algunos comentarios y recomendaciones prácticas.

2. Aspectos metodológicos

Los sistemas económicos suelen representarse mediante modelos para series de tiempo múltiples, ya que así se capturan las relaciones e interacciones existentes entre las variables involucradas. Aquí se hará uso de estos modelos con el fin de representar el comportamiento dinámico de un vector (columna) de k variables, observadas en forma de una serie de tiempo múltiple $Z_t = (Z_{1t}, \dots, Z_{kt})'$, donde el apóstrofe denota transposición y $t = 1, \dots, N$.

2.1. Modelos para series de tiempo múltiples

El tipo general de modelos a considerar es lineal, con lo cual se abarcan modelos de las siguientes clases: a) estructurales de ecuaciones simultáneas o de función de transferencia (ver Wallis, 1977 y Judge, *et al.* 1980), b) de espacio de estados (véase Shumway y Stoffer, 2000), c) de vector auto-regresivo y de promedios móviles (VARMA) estudiados

por Tiao y Box (1981) y por Lütkepohl (1991) y d) de vector autorregresivo (VAR) puro, también presentados por Lütkepohl (1991).

En este trabajo se hace énfasis en el uso de los modelos VAR de orden finito, los cuales pueden interpretarse de diversas maneras: *i*) como la forma reducida, ya sea de un modelo econométrico estructural o de una función de transferencia, *ii*) como una aproximación a la representación autorregresiva pura de un modelo VARMA y *iii*) como una representación sencilla, que permite capturar las regularidades empíricas observadas en la serie múltiple. Sims (1980, 1982) se basó en esta última interpretación del modelo VAR para sustentar la construcción de dichos modelos econométricos, cuando la teoría económica no es lo suficientemente explícita o completa para conducir a un modelo econométrico estructural. La representación VAR de orden finito corresponde al modelo

$$\Pi(B)(Z_t - \mu) = a_t \quad (2.1)$$

donde $\Pi(B) = I_k - \Pi_1 - \dots - \Pi_p B^p$ es un polinomio matricial de orden $p < \infty$, con I_k la matriz identidad de orden k y Π_j una matriz de dimensión $k \times k$ con elementos $\pi_{j,if}$ para $i, f = 1, \dots, k$ y $j = 1, \dots, p$. Este modelo involucra también al vector $\mu = (\mu_1, \dots, \mu_k)'$ que contiene los valores medios $E(Z_{it}) = \mu_i$, para $i = 1, \dots, k$, cuando tales valores existen y, en caso contrario, constituye solamente un vector de niveles de referencia para las series. Además, la sucesión de vectores $\{a_t\}$ se considera generada por un proceso de ruido blanco gaussiano con media cero, esto es, son vectores aleatorios independientes e idénticamente distribuidos, con $a_t \sim N_k(0_k, \Sigma_a)$, donde 0_k es el vector cero de dimensión k y Σ_a es la matriz de varianzas - covarianzas contemporáneas de los errores

$$\Sigma_a = \begin{pmatrix} \sigma_1^2 & \sigma_{12} & \dots & \sigma_{1k} \\ \sigma_{12} & \sigma_2^2 & \dots & \sigma_{2k} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \sigma_{1k} & \sigma_{2k} & \dots & \sigma_k^2 \end{pmatrix} \quad (2.2)$$

en la cual $\sigma_{ij} = Cov(a_{it}, a_{jt})$ para $i \neq j = 1, \dots, k$ y $\sigma_i^2 = Var(a_{it})$ para $i = 1, \dots, k$.

Una forma equivalente de escribir el modelo (2.1) es como un vector de promedios móviles (VMA) puro, o sea como

$$Z_t - \mu = \Psi(B)a_t \quad (2.3)$$

donde $\Psi(B) = I_k + \Psi_1(B) + \Psi_2(B)^2 + \dots$ es un polinomio de retraso matricial, teóricamente infinito, que cumple con la igualdad

$\Pi(B)\Psi(B) = I_k$. De esta manera, a partir de la representación VAR(p) se puede obtener la representación VMA pura, igualando los coeficientes de las potencias de B en la ecuación que relaciona a los dos polinomios. Cuando $|\Pi(x)| = 0$ tiene sus raíces fuera del círculo unitario, se dice que la serie $\{Z_t\}$ es estacionaria y la expresión (2.3) está bien definida. En cambio, cuando alguna raíz se encuentra sobre o dentro del círculo unitario, se dice que la serie no es estacionaria. En tal caso se supondrá que el proceso generador de los datos inició en algún punto finito del pasado con condiciones iniciales fijas. Con este supuesto el modelo VMA puro queda bien definido.

Para que el modelo VAR incluya efectos de carácter determinístico en general, y no sólo al vector μ de la expresión (2.1), se escribe

$$\Pi(B)Z_t = \mu + \Lambda D_t + a_t \tag{2.4}$$

con $D_t = (D_{1t}, \dots, D_{kt})'$ un vector de variables que se consideran fijas o predeterminadas, mediante el cual se desea capturar los posibles efectos de la estacionalidad, de intervenciones y de una factible tendencia lineal. Para mayores detalles respecto a modelos VAR, VMA y VARMA, consultar Lütkepohl (1991).

Cuando la serie de tiempo múltiple no es estacionaria, porque algunas series que la conforman son integradas de orden uno o mayor, conviene realizar análisis de cointegración. Con ello se puede verificar la existencia de relaciones de largo plazo entre las variables expresadas en niveles, las cuales pudieran tener sentido de acuerdo con alguna teoría económica. En caso de existir cointegración en el sistema, tanto los efectos de corto plazo de las variables expresadas en diferencias, como los de largo plazo que corresponden a las relaciones de cointegración de las variables en niveles, pueden incorporarse en un modelo VAR con corrección de errores (VEC), el cual toma la forma

$$\Gamma(B)\nabla Z_t = \Pi(1)Z_{t-1} + \mu + \Lambda D_t + a_t \tag{2.5}$$

con $\Gamma(B)$ un polinomio de retraso de orden p , $\nabla = 1 - B$ el operador diferencia y $\Pi(1) = \alpha\beta'$, donde β es una matriz que define las relaciones de cointegración y α es otra matriz que contiene los coeficientes de ajuste.

El modelo VEC es útil principalmente para realizar análisis económico, aunque también puede usarse para obtener pronósticos de valores futuros de las variables. De hecho, es este último uso del modelo el que se intenta resaltar en nuestro trabajo. Debe notarse que, una vez estimados los parámetros del modelo (2.5), es factible deducir los valores estimados del modelo (2.4). Esto es importante

subrayarlo, porque en la práctica es aconsejable estimar el modelo VEC por máxima verosimilitud (para lograr la máxima eficiencia estadística posible), pero con fines de pronóstico es preferible utilizar la forma VAR (para aprovechar la recursividad en el cálculo de los pronósticos sucesivos). Así pues, aquí se supondrá que existe una representación de tipo VAR o de tipo VEC para las variables en estudio y, en ambos casos, se hará uso de la forma VAR para aplicar la metodología de pronósticos restringidos.

Para no entrar en esta sección en consideraciones respecto a la especificación o validación del modelo, supóngase que tanto el modelo como sus parámetros son conocidos. En la aplicación práctica que se muestra en la siguiente sección sí se tendrán en cuenta la especificación y validación del modelo de manera explícita. El vector de información $Z = (Z'_1, \dots, Z'_N)'$ contiene todos los datos disponibles de las series en estudio, mientras que $Z_F = (Z'_{N+1}, \dots, Z'_{N+H})'$ denota al vector de $H \geq 1$ valores futuros que se desea pronosticar para cada serie, con origen en el tiempo N . Conocida solamente la información histórica, el pronóstico lineal óptimo de Z'_{N+h} , en el sentido de error cuadrático medio (ECM) mínimo, está dado por

$$E(Z_{N+h}|Z) = \Pi_1 E(Z_{N+h-1}|Z) \quad (2.6)$$

$$+ \dots + \Pi_p E(Z_{N+h-p}|Z) + \mu + \Lambda D_{N+h}$$

y produce el vector de errores de pronóstico

$$Z_{N+h} - E(Z_{N+h}|Z) = \sum_{j=0}^{h-1} \Psi_j a_{N+h-j} \text{ para } h = 1, \dots, H \quad (2.7)$$

Es de subrayar que esta expresión es válida tanto para series estacionarias como para no-estacionarias. Además, el conjunto de errores de pronóstico puede resumirse mediante la expresión

$$Z_F - E(Z_F|Z) = \Psi a_F \quad (2.8)$$

donde Ψ es una matriz diagonal inferior por bloques de dimensión $kH \times kH$, con elementos matriciales I_k en la diagonal, Ψ_1 en la primera subdiagonal, Ψ_2 en la segunda subdiagonal, y así sucesivamente. El vector de errores $a_F = (a'_{N+1}, \dots, a'_{N+H})'$ se distribuye como $N(0_{kH}, I_H \otimes \Sigma_a)$, donde \otimes denota al Producto Kronecker.

2.2. Fórmulas de cálculo de los pronósticos restringidos

Para obtener pronósticos restringidos se supondrá que existe un vector de observaciones $Y = (Y_1, \dots, Y_M)'$, el cual proviene de una fuente externa al modelo de series de tiempo. Dicho vector está relacionado con el vector de valores futuros mediante la siguiente combinación lineal estocástica

$$Y = CZ_F + u \tag{2.9}$$

donde $u = (u_1, \dots, u_M)'$ es un vector aleatorio, que se supone tiene $E(u|Z) = 0$, de forma tal que las restricciones impuestas por Y son condicionalmente insesgadas, pero posiblemente inciertas, pues tienen asociada la matriz de varianza - covarianza $Var(u|Z) = \Sigma_u$, aunque se permite que $\Sigma_u = 0$. La matriz C es conocida, su dimensión es $M \times kH$ y es de rango M , con $M \leq H$. Dicha matriz contiene como filas las expresiones de las M combinaciones lineales que definen las restricciones. Por ejemplo, si el modelo es bivariado ($k = 2$) y sólo se desea imponer una restricción dada por y , del tipo de un promedio de H valores futuros de la segunda variable, entonces $C = (0, 1/H, 0, 1/H, \dots, 0, 1/H)$ y $Y = y$. Otro ejemplo es el siguiente: se desea imponer dos restricciones, la primera, del tipo de valor aislado, para que la primera variable tome el valor y_1 en el tiempo $N + H$, la segunda, se refiere a que la suma de los H valores futuros de la segunda variable sean iguales a y_2 . Las dos restricciones se representan con los vectores fila $c_1 = (0, 0, \dots, 1, 0)$ y $c_2 = (0, 1, \dots, 0, 1)$, que forman la matriz $C = (c'_1, c'_2)'$, mientras que $Y = (y_1, y_2)'$.

A partir de las expresiones (2.4) y (2.9), y del supuesto de que $E(a_F u' | Z) = 0$, Pankratz (1989) obtuvo el resultado que sigue, aunque previamente Doan, Litterman y Sims (1984) habían empleado un algoritmo para obtener en esencia igual resultado, en tanto que Sánchez (1988) usó el método de expectativas iteradas para concluir lo mismo. El pronóstico restringido óptimo de Z_F está dado por

$$\hat{Z}_F = E(Z_F|Z) + A [Y - CE(Z_F|Z)] \tag{2.10}$$

con $A = \Psi(I_H \otimes \Sigma_a) \Psi' C' [C \Psi(I_H \otimes \Sigma_a) \Psi' C' + \Sigma_u]^{-1}$. Además, la matriz de ECM de este pronóstico es

$$ECM(\hat{Z}_F) = (I_{kH} - AC) \Psi(I_H \otimes \Sigma_a) \Psi' \tag{2.11}$$

El pronóstico \hat{Z}_F es más preciso que el pronóstico irrestricto $E(Z_F|Z)$, pues tiene menor ECM, como lo demuestra la igualdad

$ECM [E (Z_F|Z)] = ECM (\hat{Z}_F) + AC\Psi (I_H \otimes \Sigma_a) \Psi'$, donde $AC\Psi (I_H \otimes \Sigma_a) \Psi'$ es una matriz semidefinida positiva.

La bondad de combinar la información histórica con la adicional, mediante el pronóstico restringido, debe juzgarse principalmente desde un punto de vista empírico, pues no tendría sentido combinar fuentes de información que señalen comportamientos contradictorios de los valores futuros de la serie. Por ello es indispensable verificar la compatibilidad entre las dos fuentes de información, mediante la prueba estadística que se derivó en Guerrero, *et al.* (2002) y que fue estudiada acuciosamente por Gómez y Guerrero (2006). Para esto se utiliza el estadístico calculado

$$K_{calc} \quad (2.12)$$

$$= [Y - CE (Z_F|Z)]' [C\Psi (I_H \otimes \Sigma_a) \Psi' C' + \Sigma_u]^{-1} [Y - CE (Z_F|Z)],$$

el cual debe compararse con valores de la distribución χ_{kM}^2 . Esta distribución surge de un resultado asintótico y en el supuesto de que los parámetros son conocidos, por lo tanto, debe considerarse como una aproximación a la verdadera distribución del estadístico K .

Cuando el estadístico no produce un valor significativo, se llega a la conclusión de que ambas fuentes de información son compatibles. En contraste, cuando se rechaza la compatibilidad se debería considerar, como una posible causa de ello, el que ocurrirá un cambio estructural en la serie durante el horizonte de pronóstico en consideración. Además, debe destacarse que se permite que las restricciones no estén sujetas a incertidumbre, es decir, que se tenga $\Sigma_u = 0$ en las expresiones del pronóstico restringido, así como en el estadístico de compatibilidad. Si eso se hubiera planteado desde el principio, entonces otra alternativa viable en caso del rechazo de la hipótesis de compatibilidad, es que $\Sigma_u \neq 0$.

Por otro lado, el rechazo de la compatibilidad puede ser ocasionado porque sólo algunas de las restricciones impuestas sobre los valores futuros sean incompatibles con los pronósticos irrestrictos correspondientes. Esta idea conduce a realizar pruebas parciales o individuales de compatibilidad, las cuales se basarían en estadísticos calculados que son de la forma

$$K_{m,calc} \quad (2.13)$$

$$= [Y_m - c_m E (Z_F|Z)]^2 [c_m \Psi (I_H \otimes \Sigma_a) \Psi' c_m' + \Sigma_{u,m}]^{-1}$$

y que deben compararse con una distribución χ_1^2 . Desde luego, Y_m, c_m y $\Sigma_{u,m}$ deben seleccionarse de manera apropiada, donde $m = 1, \dots, M$

corresponde a cada una de las restricciones originalmente planteadas, pero consideradas de manera individual.

3. Modelo de pronóstico para algunas variables macroeconómicas de México

Las variables que serán utilizadas en este trabajo para construir el modelo que permita pronosticar sus valores futuros son las mismas que consideraron Guerrero, *et al.* (2002), excepto por el hecho de que ahora su periodicidad será mensual y no trimestral, como en aquel estudio. Es de subrayar el hecho de que el modelo contempla tres de las variables más comúnmente monitoreadas (aunque de manera informal) por los analistas en los medios de comunicación, el PIB, la inflación y la tasa de desempleo. Así pues, las variables a estudiar son (en el anexo se presentan los datos correspondientes):

- Producto Interno Bruto en logaritmos ($LPIB$), en millones de pesos de 1993. Esta serie se construye, para uso interno del INEGI, a partir del índice global de la actividad económica (IGAE) y del PIB trimestral, mediante el método de desagregación temporal propuesto en Guerrero (2003).
- Tasa de desempleo abierto general (TDA), medida como porcentaje de la población económicamente activa y expresada como proporción al dividirla entre 100.
- Déficit de la balanza comercial (DEF), calculada como diferencia de exportaciones menos importaciones, expresada originalmente en millones de dólares y transformada a millardos de dólares al dividirla entre 1000.
- Base monetaria real en logaritmos ($LBASE$), obtenida como cociente de la base monetaria (en millones de pesos) entre el índice nacional de precios al consumidor.
- Índice nacional de precios al consumidor en logaritmos ($LINPC$) con base en la 2a. quincena de junio de 2002 = 100.
- Índice de precios al consumidor de Estados Unidos en logaritmos ($LCPI$), medida con el *Consumer Price Index* (CPI), base 1982-1984 = 100.

Adicionalmente, por necesidades que se mencionarán más adelante, fue necesario considerar como variables alternativas de $LINPC$ y $LCPI$ a las siguientes:

- Inflación en los precios al consumidor de México en logaritmos ($LINFMX$), calculada como $LINFMX_t = \log(1 + INFMX_t/100)$ donde se define $INFMX_t = 100(INPC_t - INPC_{t-1})/INPC_{t-1}$.

- Inflación en los precios al consumidor de Estados Unidos en logaritmos ($LINF EU$), calculada de manera similar a $LINF MX$.

Conviene mencionar que, la transformación logarítmica usada en las variables indicadas se aplicó, esencialmente, para estabilizar la varianza de la serie correspondiente.

3.1. *Análisis preliminar de los datos*

Los datos usados cubren el periodo de diciembre de 1996 a diciembre de 2003, debido en particular a que la serie $\{TDA_t\}$ sólo contiene datos para ese periodo con la misma cobertura de ciudades en la encuesta. Las series en primeras diferencias son, por lo tanto, de tamaño $N = 84$ meses. En la gráfica 1 se presentan las series $\{PIB_t\}$, $\{TDA_t\}$, $\{DEF_t\}$ y $\{BASE_t\}$, correspondientes a las variables originales que, a simple vista, no muestran nivel constante. En cambio, las series transformadas y diferenciadas $\{DLPIB_t\}$, $\{DTDA_t\}$, $\{DDEF_t\}$ y $\{DLBASE_t\}$ ya parecen ser estacionarias en nivel, lo cual se corrobora con las pruebas de raíces unitarias reportadas en el cuadro 1. Las pruebas de raíces unitarias que se aplicaron son del tipo Dickey-Fuller aumentada (ADF), con la siguiente regresión genérica

$$\nabla Z_t = \alpha + \beta t + \sum_{i=1}^{12} \gamma_i d_{it} + \delta_0 Z_{t-1} + \sum_{j=1}^p \delta_j \nabla Z_{t-j} + a_t \quad (3.1)$$

donde Z representa a cada una de las variables en consideración y las variables artificiales para capturar los efectos estacionales, d_{it} , están centradas, *i.e.* toman los valores $-1/12, \dots, -1/12, 11/12$, para sumar cero cada año. Debido a esto último, la inferencia asintótica asociada con las pruebas ADF no se ve alterada por la presencia de las variables artificiales (el lector interesado puede consultar Johansen, 1995, p. 84, para ver un argumento similar aplicable a las pruebas de cointegración). De esta manera, la significancia estadística reportada en los cuadros 1 y 2 surge al comparar los valores del estadístico ADF con los valores de tablas que no tienen en cuenta los efectos estacionales. En todos los casos, el número de retrasos de la regresión

(3.1) se eligió de manera tal que el coeficiente del mayor retraso (p) fuera significativo, al menos al nivel del 10%.

Cuadro 1
Pruebas ADF para las series del modelo VAR
Periodo 1996:12 - 2003:12

<i>Variable</i>	<i>p</i>	<i>Deterministas</i>	<i>ADF</i>	<i>Significancia (%)</i>
LPIB	6	Estacionalidad	1.6016	> 10
TDA	1	Estacionalidad y constante	-2.1587	> 10
DEF	4	Estacionalidad y constante	-3.1052	> 2.5
LBASE	2	Estacionalidad	4.4257	> 10
LINPC	3	Estacionalidad	1.2055	> 10
LCPI	2	Estacionalidad	5.5862	> 10
DLPIB	1	Estacionalidad y constante	-10.3045	< 1
DTDA	1	Estacionalidad y tendencia	-9.1445	< 1
DDEF	1	Estacionalidad	-8.5528	< 1
DLBASE	5	Estacionalidad	-1.9119	< 10
DLINPC	3	Estacionalidad	-1.4261	> 10
DLCPI	10	Estacionalidad	-0.4494	> 10

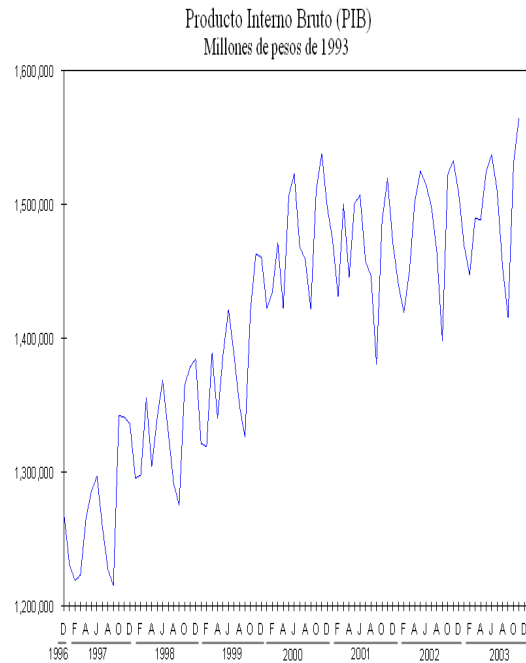
En lo que toca a las variables de precios ($INPC$ y CPI), la gráfica 2 permite apreciar que incluso las series expresadas como diferencias logarítmicas $\{DLINPC_t\}$ y $\{DLCPI_t\}$, que podrían interpretarse como inflaciones en los precios al consumidor, no son tan claramente estacionarias como debiera esperarse. Esto parece deberse a un cambio de nivel que se presentó en ambas series a finales del año 2000. Una manera de verificar si se presentó dicho cambio estructural, que pudo haber afectado el nivel de las series, y por lo tanto su estacionariedad, es con la aplicación de dos pruebas de raíces unitarias del tipo de Dickey - Fuller, una para el periodo completo de estudio y otra para un periodo reducido que no abarque el cambio estructural (la intuición que sustenta este enfoque es básicamente la que sustenta a la prueba de Chow para cambio estructural).

Otra alternativa para determinar el grado de diferenciación apropiado para volver estacionarias las series pudo haber sido la aplicación

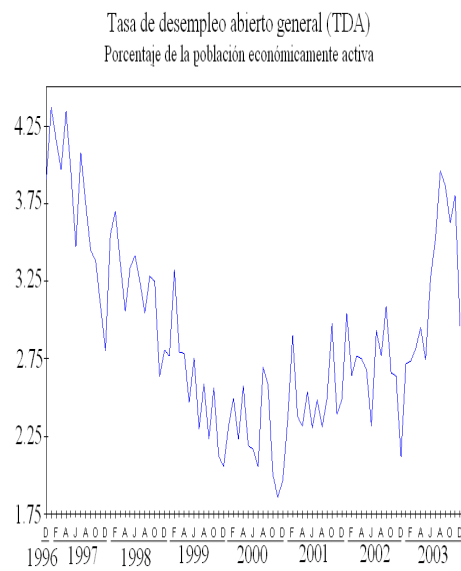
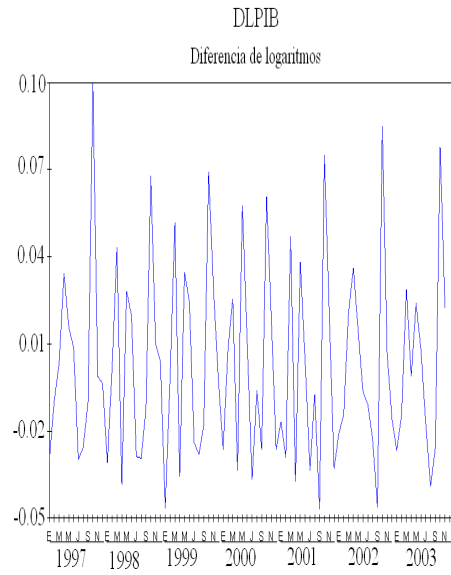
de la prueba de Perron (1989), pero ésta no se aplicó por considerarla innecesaria, después de ver los resultados de las pruebas anteriores. Además, conviene notar que no se hicieron pruebas de raíces unitarias estacionales, ya que la idea es construir modelos de pronóstico, y para ello es preferible usar variables artificiales que capturen los efectos estacionales, en lugar de aplicar diferencias estacionales (véase al respecto Osborn, 1990). Los resultados de las pruebas de raíces unitarias que se muestran en el cuadro 2 para las variables *LPIB*, *TDA*, *DEF*, *LBASE* y *LCPI*, concuerdan con los mostrados en el cuadro 1, en tanto que las conclusiones a las que se llega son las mismas. En cambio, hay discordancia respecto al orden de integración de la variable *LINPC*, pues al considerar el periodo completo, se concluye que sí es necesaria una diferencia más para volver estacionaria la serie $\{DLINPC_t\}$, mientras que con el periodo reducido no ocurre así.

Gráfica 1

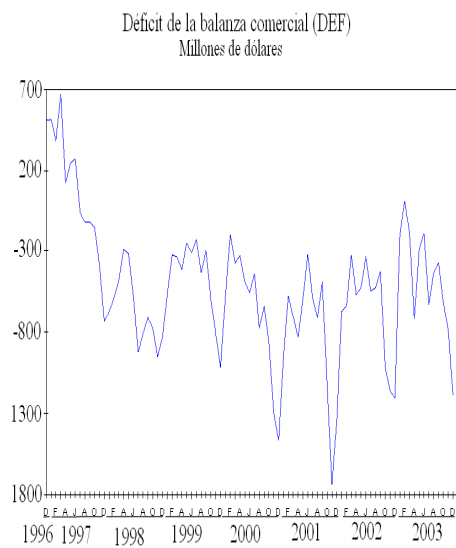
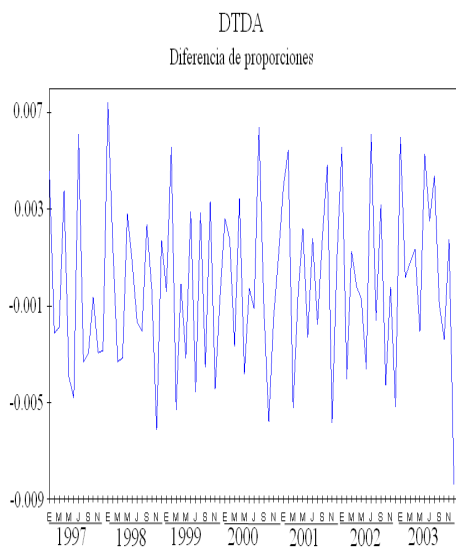
Series originales y transformadas: PIB, TDA, DEF y BASE



Gráfica 1
(continuación)

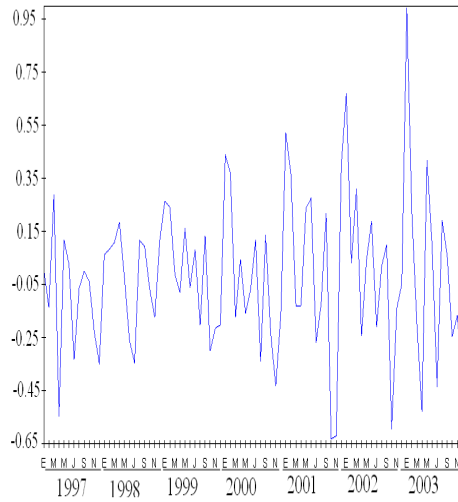


Gráfica 1
(continuación)

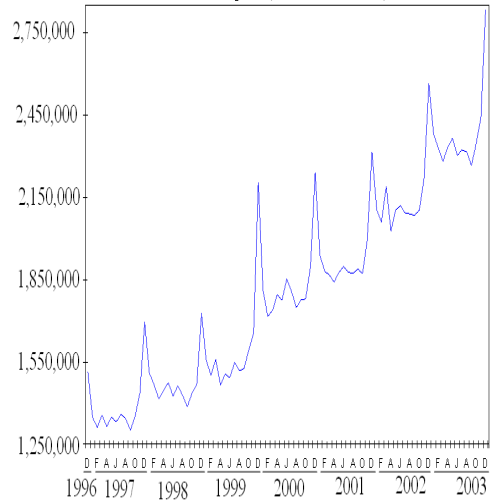


Gráfica 1
(continuación)

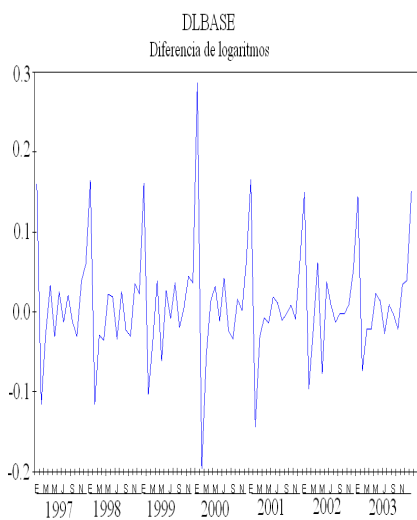
DDEF
Diferencias en millardos de dólares



Base monetaria real (BASE)
Miles de pesos (deflactada con INPC)



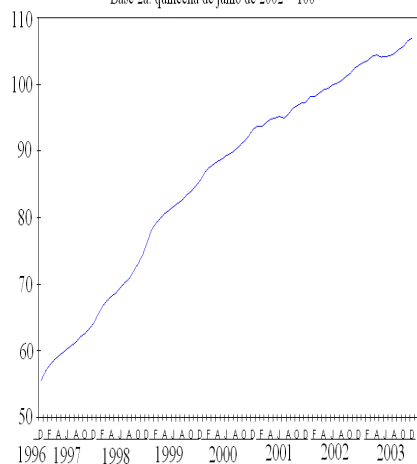
Gráfica 1
(continuación)



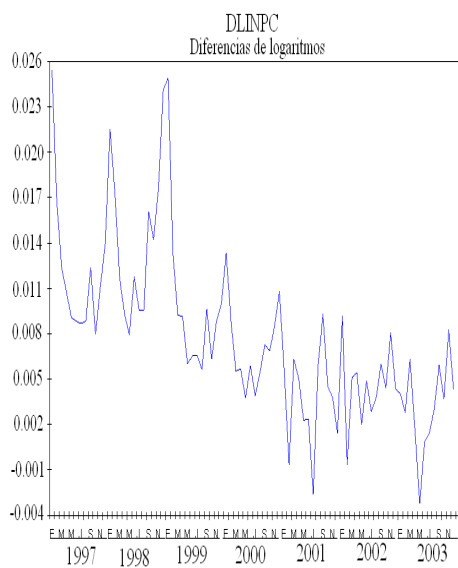
Gráfica 2

Series originales y transformadas: INPC, CPI, INFMX e INFEU

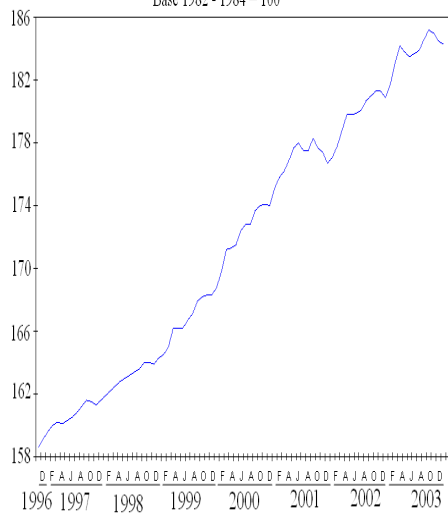
Indice nacional de precios al consumidor (INPC)
Base 2a. quincena de junio de 2002 = 100



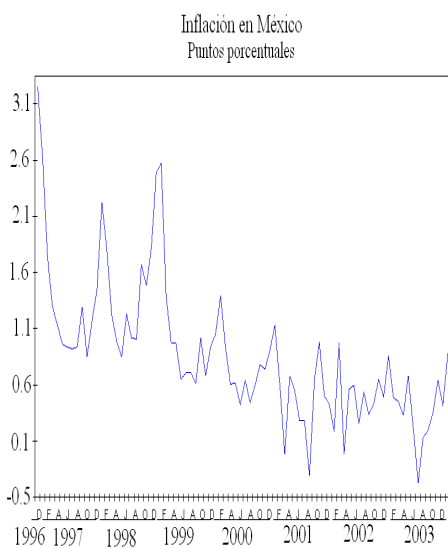
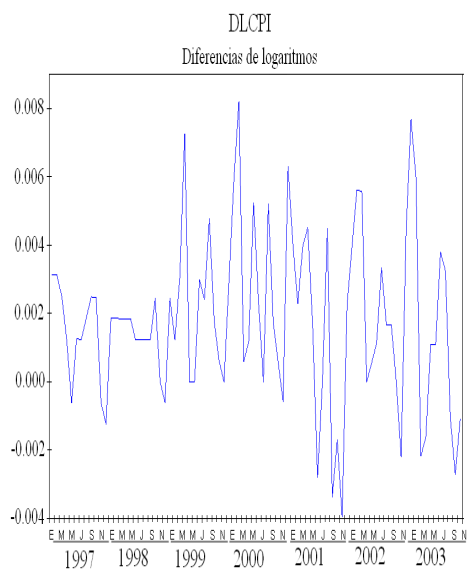
Gráfica 2
(continuación)



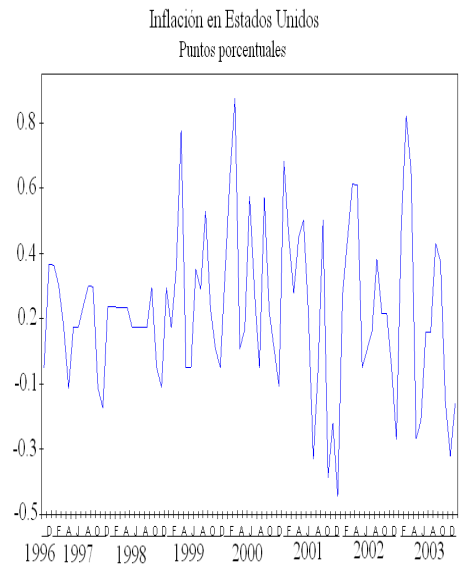
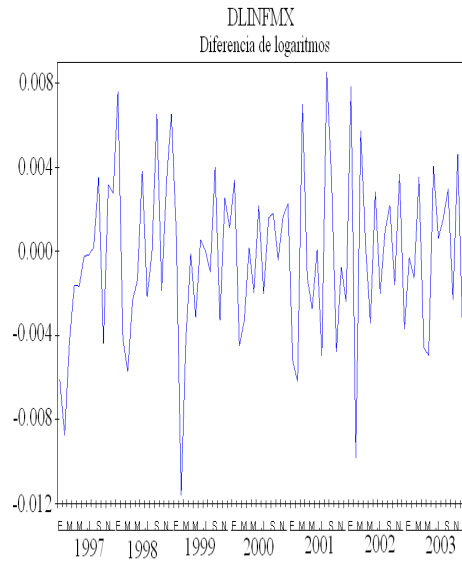
Indice de precios al consumidor de Estados Unidos (CPI)
Base 1982-1984 = 100



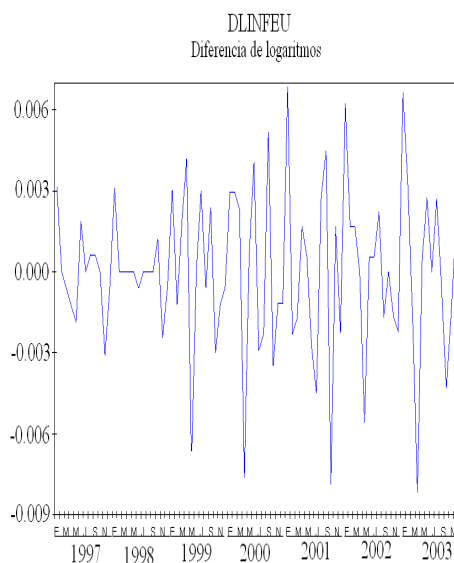
Gráfica 2
(continuación)



Gráfica 2
(continuación)



Gráfica 2
(continuación)



Cuadro 2
Pruebas ADF para las series del modelo VAR
Periodo 1996:12 - 2000:12

<i>Variable</i>	<i>p</i>	<i>Deterministas</i>	<i>ADF</i>	<i>Significancia (%)</i>
LPIB	6	Estacionalidad y tendencia	-2.5292	> 10
TDA	1	Estacionalidad	-1.7965	> 5
DEF	4	Estacionalidad y constante	-1.4841	> 10
LBASE	1	Estacionalidad	2.6848	> 10
LINPC	1	Estacionalidad	1.1244	> 10
LCPI	3	Estacionalidad	2.2780	> 10
DLPIB	1	Estacionalidad y constante	-7.2080	< 1
DTDA	2	Estacionalidad y constante	-7.4908	< 1
DDEF	4	Estacionalidad	-2.2106	< 5
DLBASE	5	Estacionalidad	-1.2460	≤ 10
DLINPC	11	Estacionalidad y tendencia	-4.1930	< 1
DLCPI	10	Estacionalidad y constante	-2.1281	> 10

Ya que en el periodo completo la serie $\{DLCPI_t\}$ requiere de otra diferencia para alcanzar la estacionariedad, y que $\{DLINPC_t\}$ necesita tendencia determinística, se decidió considerar también la posibilidad de trabajar con las series de inflación, en lugar de usar los índices de precios respectivos. Esto motivó la definición de las variables $LINFMX$ y $LINFEU$ descritas previamente. Para este caso, las pruebas de raíces unitarias correspondientes se muestran en el cuadro 3, donde resulta claro que es necesario aplicar una diferencia más a $\{DLINFMX_t\}$ y $\{DLINFEU_t\}$ para lograr la estacionariedad. Como consecuencia de esto surgió la necesidad de trabajar con dos especificaciones distintas del modelo VAR, que se denominarán A y B.

La especificación A incluye las variables $DLPIB$, $DTDA$, $DDEF$, $DLBASE$, $DLINPC$ y $DLCPI$, junto con variables artificiales para capturar la estacionalidad, así como la constante y una variable indicadora denominada *cambio*, que toma el valor 1 de diciembre de 2000 en adelante, y es cero en otro caso. De esta forma, el modelo A considera los cambios de $LPIB$, TDA , DEF , $LBASE$, $LINPC$ y $LCPI$ como variables potencialmente endógenas, así como la existencia de un cambio de nivel en diciembre de 2000. Por su lado, la especificación B tiene en cuenta las variables $DLPIB$, $DTDA$, $DDEF$, $DLBASE$, $DLINFMX$ y $DLINFEU$, junto con variables artificiales para la estacionalidad y la constante. Por este motivo, las variables consideradas potencialmente endógenas, además de los cambios en $LPIB$, TDA , DEF y $LBASE$ (igual que en A) son los cambios en las inflaciones $LINFMX$ y $LINFEU$. Debe subrayarse que ninguna de las dos especificaciones considera a las series en niveles. Además, podría parecer que hay una contradicción al usar en B una diferencia para que $\{DLINFMX_t\}$ sea estacionaria, porque $\{LINFMX_t\}$ no lo es, mientras que A usa a $\{DLINPC_t\}$ como serie estacionaria, y se sabe que $LINFMX = \log(1 + INFMX/100) \approx DLINPC$. Esta aparente contradicción es ocasionada por el cambio de nivel en las series de inflación. De hecho, la compatibilidad entre ambas especificaciones se logra al incluir la variable indicadora *cambio* en A. En cuanto a la especificación B, sólo fue necesario realizar las pruebas ADF con el periodo completo, pues no se observó ningún cambio estructural. Los resultados están en el cuadro 3, donde se observa con claridad que no es necesario aplicar más de una diferencia a $DLINFMX$ y $DLINFEU$ para lograr la estacionariedad.

3.2. Estimación de modelos VAR

Una vez decidido que el orden de integración de las variables debía ser

1 para ambas especificaciones, A y B, se determinó el orden del VAR(p) mediante pruebas de razón de verosimilitudes, que produjeron los resultados contenidos en el cuadro 4. Ahí se aprecia que es hasta que se reduce el número de retrasos de 3 a 2 que se obtiene un estadístico significativo, lo cual conduce a emplear el orden $p = 3$.

Cuadro 3
Pruebas ADF para las series del modelo B
Periodo 1996:12 - 2003:12

<i>Variable</i>	<i>p</i>	<i>Deterministas</i>	<i>ADF</i>	<i>Significancia (%)</i>
LINFMX	5	Estacionalidad y tendencia	-3.0140	> 10
LINFEU	10	Estacionalidad	-0.5063	> 10
DLINFMX	5	Estacionalidad	-4.8536	< 1
DLINFEU	9	Estacionalidad	-5.4319	< 1

Cuadro 4
Elección del orden del modelo VAR con la especificación A
Pruebas de razón de verosimilitudes de p vs. $p-1$ retrasos

<i>Orden p</i>	<i>6</i>	<i>5</i>	<i>4</i>	<i>3</i>	<i>2</i>
Estadístico χ^2 (36)	35.13	45.17	37.64	47.98	79.55
Significancia	0.51	0.14	0.39	0.09	0.00

Al estimar el modelo VAR(3) se obtuvieron los resultados del cuadro 5. En él se observa que la variable externa *DLCPI* se puede considerar exógena respecto al resto de las variables del sistema, ya que no se explica por ninguna de las variables consideradas, excepto por sí misma, lo cual era de esperarse que ocurriera. En cambio, sus valores retrasados ayudan a explicar de manera significativa el comportamiento de *DLPPIB* y, al ser esta última una de las variables más importantes del estudio, justifica la presencia de *DLCPI* en el modelo. Por su lado, *DTDA* tampoco se explica por los retrasos de otras variables del sistema, aunque sí ayuda a explicar la variabilidad de *DDEF*. Es por esto que se obtuvieron valores pequeños para el

coeficiente de determinación ajustado por grados de libertad (\bar{R}^2) en estas dos ecuaciones.

En contraste, las variables *DLPIB* y *DLBASE* son las que mejor se explican dentro del sistema, y les sigue, en este sentido, *DLINPC* y *DDEF*, lo que brinda soporte empírico al modelo. También sobresale el hecho de que todas las variables, excepto *DDEF*, muestran una marcada inercia, ya que tienden a explicarse a sí mismas a través de sus valores pasados. Además, la variable asociada con el cambio de nivel resulta ser estadísticamente significativa en las ecuaciones de *DLBASE*, *DLINPC* y *DLCPI*, lo cual se anticipaba que debía ocurrir en estas dos últimas. Asimismo, la estacionalidad se detecta con significancia en todas las variables, excepto en *DTDA*, y la constante sólo es significativa en las variables para las que el cambio estructural también es significativo.

Para la especificación B, las pruebas de razón de verosimilitudes del cuadro 6 conducen a usar $p = 5$, pero los resultados de la estimación del modelo que se obtuvieron con esta elección no fueron aceptables (en particular *DLINFEU* resultaba explicada por las variables *DDEF* y *DLINFMX*). Por ello, se decidió usar nuevamente $p = 3$.

Los resultados de la estimación del modelo VAR(3) con la especificación B se presentan en el cuadro 7. De nuevo la inflación externa se puede considerar exógena al sistema, y sólo sirve para explicar a *DLPIB*, los valores más pequeños del coeficiente \bar{R}^2 se presentan en las ecuaciones de *DTDA* y *DLINFEU*, en general los valores de estos coeficientes son parecidos a los del cuadro 5. Una excepción importante ocurre en la ecuación de *DLINFMX*, para la que se observa una baja sensible en explicación, aunque las variables explicativas de esta ecuación siguen siendo esencialmente las mismas que en la especificación A; debe recordarse que la especificación A usa diferencias de los índices de precios, mientras que la B usa diferencias de las inflaciones. Además, algo interesante por subrayar es que ahora *DTDA* aparece con efectos significativos para explicar a *DLPIB* y, a su vez, es explicada por esta variable.

3.3. Análisis de cointegración y estimación de modelos VEC

Para determinar posibles relaciones de cointegración en las variables expresadas en niveles, se llevaron a cabo las pruebas de Johansen, basadas en los estadísticos de la traza y del máximo eigenvalor (véase Johansen, 1995). Los resultados de estas pruebas para las variables

Cuadro 5

*Significancia de las variables dentro de cada ecuación del VAR(3) con la especificación A
Periodo 1997:04 - 2003:12 (50 grados de libertad por ecuación)*

<i>Ecuación</i>	<i>Variable explicativa</i>						<i>Deterministas</i>			<i>R²</i>
	<i>DLPIB</i>	<i>DTDA</i>	<i>DDEF</i>	<i>DLBASE</i>	<i>DLINPC</i>	<i>DLCPI</i>	<i>Estac.</i>	<i>Cte.</i>	<i>Cambio</i>	
<i>DLPIB</i>	0.00	-	-	0.00	-	0.03	0.00	-	-	0.91
<i>DTDA</i>	-	0.00	-	-	-	-	-	-	-	0.38
<i>DDEF</i>	0.00	0.06	-	0.01	-	-	0.00	-	-	0.64
<i>DLBASE</i>	-	-	-	0.00	0.04	-	0.00	0.00	0.05	0.87
<i>DLINPC</i>	-	-	0.09	-	0.00	-	0.03	0.05	0.09	0.73
<i>DLCPI</i>	-	-	-	-	-	0.10	0.10	0.00	0.05	0.41

Nota: - = No significativo al 10%

Cuadro 6

*Elección del orden del modelo VAR con la especificación B
Pruebas de razón de verosimilitudes de p vs. p-1 retrasos*

<i>Orden p</i>	<i>6</i>	<i>5</i>	<i>4</i>	<i>3</i>	<i>2</i>
Estadístico χ^2 (36)	27.60	58.76	40.59	53.36	80.67
Significancia	0.84	0.01	0.28	0.03	0.00

Cuadro 7

*Significancia de las variables dentro de cada ecuación del VAR(3) con la especificación B
Periodo 1997:04 - 2003:12 (51 grados de libertad por ecuación)*

<i>Ecuación</i>	<i>Variable explicativa</i>						<i>Deterministas</i>		\bar{R}^2
	<i>DLPIB</i>	<i>DTDA</i>	<i>DDEF</i>	<i>DLBASE</i>	<i>DLINFMX</i>	<i>DLINFEU</i>	<i>Estac.</i>	<i>Cte.</i>	
<i>DLPIB</i>	0.00	0.07	-	0.00	-	0.05	0.00	-	0.90
<i>DTDA</i>	0.03	0.00	-	-	-	-	0.07	-	0.33
<i>DDEF</i>	0.00	0.03	-	0.03	0.01	-	0.00	-	0.67
<i>DLBASE</i>	-	-	0.10	0.00	-	-	0.00	0.00	0.86
<i>DLINFMX</i>	-	-	0.06	-	0.04	-	0.07	-	0.48
<i>DLINFEU</i>	-	-	-	-	-	0.00	0.10	-	0.47

Nota: - = No significativo al 10%

de la especificación A se muestran en el cuadro 8. Este presenta los percentiles del caso II considerado por Maddala y Kim (1998, p. 214), es decir, cuando hay cointegración estocástica, de manera que los niveles de las variables pueden tener diferentes patrones de crecimiento, aunque presenten un patrón común de crecimiento estocástico. De aquí se concluye que, con nivel de significancia del 5%, sólo existe una relación de cointegración.

La relación de cointegración se presenta en la gráfica 3, donde se aprecia su comportamiento estacionario. Cabe aclarar que esta relación no necesariamente admite una interpretación económica, pero conviene tenerla en cuenta para evitar la confusión entre los efectos de corto y de largo plazo, e incorporarla en el modelo a través de un mecanismo de corrección de errores. Dicho mecanismo está dado por $e_t = LPIB_t - 5.71TDA_t + 0.17DEF_t + 1.09LBASE_t + 0.10LINPC_t - 6.46LCPI_t$. El modelo VEC que incorpora la relación de cointegración es de la forma (2.5), o sea

$$\nabla Z_t = \sum_{i=1}^p \Gamma_i \nabla Z_{t-i} + \alpha e_{t-1} + \mu + \Lambda D_t + \varepsilon_t \quad (3.2)$$

Este modelo implica que las variables en diferencias no tienen la misma media, y por ello las variables en niveles pueden tener diferentes patrones de crecimiento.

Los resultados de la estimación del modelo VEC para la especificación A aparecen resumidos en el cuadro 9. Ahí se observa que el mecanismo de corrección de errores ayuda a explicar el comportamiento de *DTDA*, *DDEF* (y de *DLCPI*, aunque esto último no sea relevante). Además, en comparación con el cuadro 5 se tienen las siguientes cambios, *DLPIB* sirve ahora para explicar a *DTDA*, ésta pierde su poder explicativo sobre *DDEF*, que a su vez adquiere significancia para explicar a *DLBASE* y a sí misma; *DLBASE* ya no explica a *DDEF* y ahora *DLINPC* sí explica a *DDEF*.

Para la especificación B, los resultados de las pruebas de Johansen se resumen en el cuadro 10. Con nivel de significancia del 5%, es claro que sólo existen dos relaciones de cointegración en el sistema, mismas que se muestran en la gráfica 4. Esas relaciones son:

$$e_{1t} = LPIB_t - 37.26TDA_t + 1.10DEF_t - 0.13LBASE_t \\ + 12.58LINFMX_t - 94.04LINF EU_t$$

y

$$e_{2t} = 0.58LPIB_t - 1.80TDA_t + 0.02DEF_t - 0.09LBASE_t \\ + LINFMX_t - 29.63LINF EU_t$$

Cuadro 8

Pruebas de cointegración, especificación A

Eigenvalores	H_0	Estadístico traza	Percentiles*		Estadístico Max	Percentiles*	
			95%	99%		95%	99%
0.4973	$r = 0$	123.83	94.15	103.18	55.71	39.37	45.1
0.3045	$r \leq 1$	68.12	68.52	76.07	29.41	33.46	38.77
0.1950	$r \leq 2$	38.71	47.21	54.46	17.57	27.07	32.24
0.1455	$r \leq 3$	21.14	29.68	35.65	12.73	20.97	25.52
0.0875	$r \leq 4$	8.41	15.41	20.04	7.42	14.07	18.63
0.0121	$r \leq 5$	0.99	3.76	6.65	0.99	3.76	6.65

Nota: *Tomados de Maddala y Kim (1998, cuadro 6.5, p. 213). Estos valores son sólo aproximados debido a que el modelo incluye la variable indicadora *cambio*

Cuadro 9

*Significancia de las variables dentro de cada ecuación del VEC(3) con la especificación A
Periodo 1997:05 - 2003:12 (48 grados de libertad por ecuación)*

Ecuación	Variable explicativa						Deterministas				\bar{R}^2
	DLPIB	DTDA	DDEF	DLBASE	DLINPC	DLCPI	e	Estac.	Cte.	Cambio	
DLPIB	0.00	-	-	0.00	-	0.05	-	0.00	-	-	0.91
DTDA	0.07	0.00	-	-	-	-	0.03	-	0.03	0.03	0.42
DDEF	0.02	-	0.04	-	0.06	-	0.04	0.00	0.04	-	0.66

Cuadro 9
(continuación)

Ecuación	Variable explicativa						Deterministas				R^2
	DLPB	DTDA	DDEF	DLBASE	DLINPC	DLCPI	e	Estac.	Cte.	Cambio	
DLBASE	-	-	0.08	0.00	0.05	-	-	0.00	-	-	0.87
DLINPC	-	-	0.08	-	0.00	-	-	-	-	-	0.72
DLCPI	-	-	-	-	-	0.10	0.08	-	0.06	-	0.43

Nota: - = No significativo al 10%

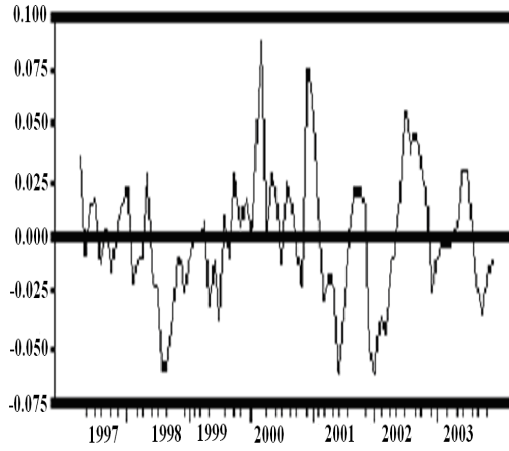
Cuadro 10
Pruebas de cointegración, especificación B

Eigenvalores	H_0	Estadístico traza	Percentiles*		Estadístico Max	Percentiles*	
			95%	99%		95%	99%
0.4531	$r = 0$	136.55	94.15	103.18	48.88	39.37	45.1
0.4067	$r \leq 1$	87.67	68.52	76.07	42.28	33.46	38.77
0.2400	$r \leq 2$	45.39	47.21	54.46	22.23	27.07	32.24
0.1736	$r \leq 3$	23.16	29.68	35.65	15.44	20.97	25.52
0.0860	$r \leq 4$	7.72	15.41	20.04	7.28	14.07	18.63
0.0054	$r \leq 5$	0.44	3.76	6.65	0.44	3.76	6.65

Nota: *Tomados de Maddala y Kim (1998, cuadro 6.5, p. 213).

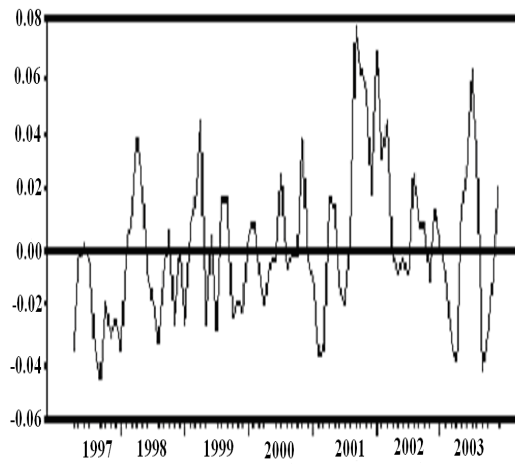
Gráfica 3

Relación de cointegración de la especificación A

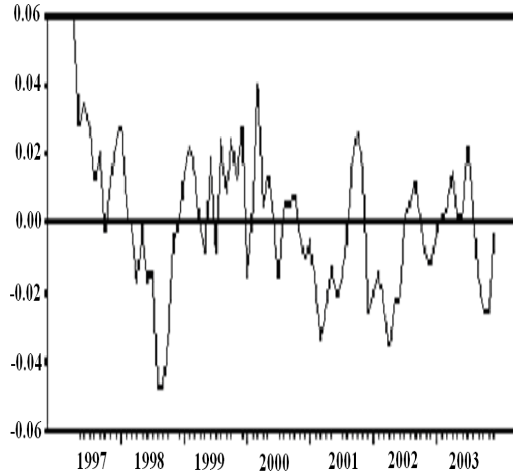


Gráfica 4

Relaciones de cointegración con la especificación B



Gráfica 4
(continuación)



En el cuadro 11 se presenta el resumen de resultados de la significancia de las variables del modelo VEC(3) con especificación B. Ahí se observa que los mecanismos de corrección de errores contribuyen a la explicación de distintas variables, el primero a *DDEF* y *DLBASE*, y el segundo a *DLPIB* y *DLINFEU*, de manera que no concuerda con el efecto del mecanismo que aparece en la especificación A. Adicionalmente, en comparación con los resultados del cuadro 9 (modelo VEC con especificación A) se aprecian valores relativamente parecidos de los coeficientes \bar{R}^2 , excepto para *DLINFMX*, que reduce su valor de 0.72 a 0.48 con la especificación B.

Otra comparación que debe realizarse es la del cuadro 11 con los resultados del cuadro 7, ya que ahí se tiene la especificación B sin mecanismos de corrección de errores. En esta comparación se observa que los coeficientes \bar{R}^2 son muy parecidos en general, y sólo es ligeramente mayor ahora para la variable *DLINFEU* que, básicamente, es útil para explicarse a sí misma. Además, *DTDA* deja de explicar a y de ser explicada por *DLPIB*; *DDEF* cambia la explicación de *DLBASE* por su propia inercia y *DLBASE*, prácticamente, se vuelve exógena al sistema, ya que sólo le afecta significativamente el primer mecanismo de corrección de errores.

Cuadro 11

*Significancia de las variables dentro de cada ecuación del VEC(3) con la especificación B
Periodo 1997:05 - 2003:12 (48 grados de libertad por ecuación)*

Ecuación	Variable explicativa						Deterministas				\bar{R}^2
	DLPIB	DTDA	DDEF	DLBASE	DLINFMX	DLINFEU	e_1	e_2	Estac.	Cte.	
DLPIB	0.00	-	-	0.00	-	-	-	0.02	0.00	0.04	0.91
DTDA	-	0.00	-	-	-	-	-	-	-	-	0.31
DDEF	0.01	0.06	0.05	-	0.02	-	0.01	-	0.00	-	0.69
DLBASE	-	-	-	0.00	-	-	0.04	-	0.00	-	0.87
DLINFMX	-	-	0.04	-	0.02	-	-	-	-	-	0.48
DLNFEU	-	-	-	-	-	0.00	-	0.00	0.07	0.00	0.54

Nota: - = No significativo al 10%

3.4. *Análisis de la capacidad predictiva de los modelos*

El uso fundamental que se pretende dar al modelo es el de pronóstico, es por este motivo que se realizó un estudio de la capacidad predictiva de las diversas alternativas en consideración. Las cuatro alternativas fueron: modelos VAR con especificaciones A y B, y modelos VEC con especificaciones A y B. El mejor modelo es el que proporciona los mejores pronósticos, de acuerdo con criterios estadísticos. Es de esperar entonces que dicho modelo produzca también los mejores escenarios de pronósticos restringidos.

Se realizó un análisis de los errores de pronóstico de las alternativas mencionadas, sin incluir a la variable inflación externa, pues no interesaba obtener pronósticos de la misma. En todos los casos los pronósticos se obtuvieron con un origen inicial ubicado en 2002:6, para pronosticar desde ahí con horizontes de 1 hasta 12 meses por delante. Después se adelantó el origen un mes, se reestimó el modelo y se volvió a pronosticar con el mismo horizonte. Esto se hizo así hasta llegar al último origen de pronóstico, ubicado en 2003:11 y desde donde sólo se produjo el pronóstico de un mes hacia delante. Se tuvieron entonces 18 pronósticos de un mes hacia delante, 17 de dos meses por delante, y así sucesivamente, hasta 7 pronósticos de 12 meses por delante. Los errores de pronóstico respectivos surgieron al comparar los pronósticos con los datos observados de las variables, es decir, el error se definió como

$$e_{\tau}(h) = \hat{Z}_{\tau}(h) - Z_{\tau+h} \quad (3.3)$$

donde $\hat{Z}_{\tau}(h)$ es el pronóstico de la variable $Z_{\tau+h}$ con origen en τ .

Se calcularon entonces las siguientes medidas resumen de los errores, para un horizonte fijo de h periodos y con diferentes orígenes

$$\text{Error medio : } EM_h = \sum_{\tau=1}^{N_h} e_{\tau}(h)/N_h, \quad (3.4a)$$

$$\text{Raíz del error cuadrático medio: } RECM_h = \sqrt{\sum_{\tau=1}^{N_h} e_{\tau}^2(h)/N_h} \quad (3.4b)$$

y

$$\text{U de Theil : } U_h = RECM_{1h}/RECM_{0h} \quad (3.4c)$$

donde $RECM_{1h}$ corresponde al modelo en consideración y $RECM_{0h}$ al modelo que se usa como base de comparación, el cual pronostica los valores futuros con la regla de “no cambio”, esto es, el pronóstico h periodos por delante es el último valor observado de la serie en diferencias respectiva. Así se obtuvieron los valores de los cuadros 12

a 15, para las cuatro alternativas que se comparan. También se calculó el error absoluto medio (EAM), y su comportamiento fue muy similar al de la *RECM*, por lo cual se decidió no reportarlo. Esta decisión es congruente con la sugerencia de Granger (1996) de no reportar la *RECM* junto con el EAM, porque estas medidas son redundantes.

Conviene recordar que EM es una medida de exactitud de los pronósticos, con la cual se observa si hay sub o sobre-estimación de los pronósticos. Valores positivos de EM indican que los pronósticos son mayores, en promedio, que los valores observados, y valores negativos indican lo contrario. Por su lado, la *RECM* es una medida de precisión absoluta, que sólo toma valores no-negativos, y mientras más cercana a cero sea indica que los pronósticos son mejores. Finalmente, la U de Theil es una medida de precisión relativa que toma valores no-negativos, y que debería mostrar valores menores a 1 para señalar que hay ganancia en la precisión del modelo propuesto, respecto a la del modelo de “no cambio”. El esfuerzo de construir el modelo para pronosticar se podría considerar inútil si los valores de la U de Theil son mayores o iguales que 1.

Los resultados de los cuadros 12 y 13 permiten concluir que, en términos de exactitud, el modelo VAR brinda los mejores pronósticos para *DLPIB* en el corto plazo. El modelo VEC permite obtener pronósticos más exactos para *DLINPC* y, en el corto plazo, para *DLBASE*, mientras que los resultados son similares para *DTDA*. En términos de precisión relativa, el VAR pronostica mejor a *DLPIB*, *DLBASE* y *DLINPC*, mientras que el VEC genera mejores pronósticos para *DTDA*, y para *DDEF* en el largo plazo. Con base en estos resultados *para la especificación A, el modelo que se consideró preferible es el VAR*, principalmente por la precisión relativa de los pronósticos de las dos variables más relevantes del sistema, que son el *PIB* y la inflación.

Los cuadros 14 y 15 permiten concluir con claridad que *en la especificación B, el mejor modelo, tanto en términos de exactitud como de precisión es el VAR*.

3.5. Construcción de modelos bayesianos

Con el fin de incrementar la capacidad predictiva de los modelos previamente elegidos se aplicó un enfoque bayesiano, lo cual dio origen a modelos del tipo BVAR. Este enfoque requiere de la asignación de una distribución *a priori* para los valores de los parámetros. La justificación para la distribución *a priori* en este contexto radica en que

Cuadro 12*Resumen de los errores de pronóstico. Modelo VAR (especificación A)*

Variable	<i>Horizonte en meses (y número de pronósticos)</i>					
	1 (18)	2 (17)	3 (16)	6 (13)	9 (12)	12 (7)
<i>Error medio</i>						
DLPPIB	0.0026	0.0024	0.0021	0.0034	0.0052	0.0055
DTDA	0.0009	0.0000	0.0000	0.0001	0.0007	0.0007
DDEF	0.0134	-0.0351	-0.0393	-0.0143	-0.0727	-0.0443
DLBASE	0.0023	-0.0025	-0.0010	-0.0005	-0.0048	-0.0068
DLINPC	-0.0002	-0.0004	-0.0005	-0.0009	-0.0003	-0.0002
<i>Raíz del error cuadrático medio</i>						
DLPPIB	0.0101	0.0108	0.0124	0.0111	0.0112	0.0125
DTDA	0.0042	0.0046	0.0046	0.0043	0.0042	0.0045
DDEF	0.2202	0.2616	0.2900	0.2934	0.2655	0.2142
DLBASE	0.0177	0.0237	0.0255	0.0275	0.0224	0.0182
DLINPC	0.0026	0.0026	0.0025	0.0034	0.0025	0.0015
<i>U de Theil</i>						
DLPPIB	0.21	0.19	0.23	0.25	0.20	0.79
DTDA	0.69	1.16	0.76	0.77	0.78	0.94
DDEF	0.43	0.43	0.48	0.49	0.56	0.97
DLBASE	0.26	0.32	0.31	0.32	0.25	0.90
DLINPC	0.86	0.80	0.66	0.70	0.64	0.89

Cuadro 13*Resumen de los errores de pronóstico. Modelo VEC (especificación A)*

Variable	<i>Horizonte en meses (y número de pronósticos)</i>					
	1 (18)	2 (17)	3 (16)	6 (13)	9 (12)	12 (7)
	<i>Error medio</i>					
DLPIB	0.0029	0.0028	0.0021	0.0029	0.0048	0.0051
DTDA	0.0008	0.0000	-0.0002	0.0001	0.0006	0.0008
DDEF	0.0404	-0.0191	-0.0214	-0.0278	-0.0553	-0.0484
DLBASE	0.0021	-0.0021	0.0001	-0.0020	-0.0050	-0.0085
DLINPC	-0.0001	-0.0002	0.0000	-0.0004	0.0002	0.0003
	<i>Raíz del error cuadrático medio</i>					
DLPIB	0.0081	0.0070	0.0103	0.0109	0.0120	0.0111
DTDA	0.0032	0.0038	0.0038	0.0031	0.0031	0.0036
DDEF	0.1816	0.2134	0.2046	0.2143	0.1762	0.1493
DLBASE	0.0157	0.0192	0.0197	0.0243	0.0208	0.0164
DLINPC	0.0021	0.0025	0.0027	0.0018	0.0017	0.0016
	<i>U de Theil</i>					
DLPIB	0.21	0.19	0.24	0.30	0.25	0.86
DTDA	0.64	1.12	0.78	0.75	0.75	0.91
DDEF	0.45	0.44	0.44	0.46	0.48	0.85
DLBASE	0.27	0.33	0.31	0.36	0.28	0.94
DLINPC	0.90	0.89	0.80	0.48	0.57	1.31

Cuadro 14*Resumen de los errores de pronóstico. Modelo VAR (especificación B)*

Variable	<i>Horizonte en meses (y número de pronósticos)</i>					
	1 (18)	2 (17)	3 (16)	6 (13)	9 (12)	12 (7)
	<i>Error medio</i>					
DLPIB	-0.0009	0.0008	-0.0029	-0.0004	0.0013	0.0018
DTDA	0.0015	0.0005	0.0005	0.0003	0.0010	0.0010
DDEF	0.0443	-0.0337	-0.0183	0.0209	-0.0502	-0.0150
DLBASE	-0.0015	-0.0031	0.0005	0.0005	-0.0049	-0.0075
DLINFMX	-0.0004	-0.0004	-0.0004	-0.0004	0.0000	0.0003
	<i>Raíz del error cuadrático medio</i>					
DLPIB	0.0094	0.0103	0.0134	0.0103	0.0106	0.0126
DTDA	0.0043	0.0048	0.0048	0.0041	0.0042	0.0046
DDEF	0.2171	0.2561	0.2937	0.3042	0.2686	0.2145
DLBASE	0.0183	0.0240	0.0264	0.0282	0.0243	0.0187
DLINFMX	0.0027	0.0028	0.0031	0.0037	0.0030	0.0026
	<i>U de Theil</i>					
DLPIB	0.19	0.18	0.25	0.23	0.19	0.79
DTDA	0.72	1.20	0.79	0.73	0.78	0.96
DDEF	0.42	0.42	0.49	0.50	0.56	0.97
DLBASE	0.27	0.32	0.32	0.33	0.27	0.93
DLINFMX	0.53	0.67	0.72	0.70	0.68	2.12

Cuadro 15*Resumen de los errores de pronóstico. Modelo VEC (especificación B)*

Variable	<i>Horizonte en meses (y número de pronósticos)</i>					
	1 (18)	2 (17)	3 (16)	6 (13)	9 (12)	12 (7)
	<i>Error medio</i>					
DLPiB	-0.0024	0.0015	-0.0027	0.0028	0.0033	0.0083
DTDA	0.0017	0.0005	0.0005	0.0005	0.0011	0.0006
DDEF	0.0585	-0.0433	-0.0250	0.0101	-0.0647	-0.0335
DLBASE	-0.0014	-0.0044	0.0035	-0.0018	-0.0055	-0.0082
DLINFMX	-0.0004	-0.0005	-0.0003	-0.0003	0.0000	0.0007
	<i>Raíz del error cuadrático medio</i>					
DLPiB	0.0122	0.0111	0.0166	0.0195	0.0201	0.0217
DTDA	0.0044	0.0048	0.0049	0.0044	0.0044	0.0049
DDEF	0.2088	0.2729	0.2996	0.2865	0.2580	0.1929
DLBASE	0.0174	0.0229	0.0314	0.0307	0.0315	0.0280
DLINFMX	0.0030	0.0031	0.0046	0.0044	0.0036	0.0036
	<i>U de Theil</i>					
DLPiB	0.25	0.20	0.30	0.44	0.36	1.37
DTDA	0.73	1.20	0.81	0.78	0.81	1.03
DDEF	0.41	0.45	0.50	0.47	0.54	0.88
DLBASE	0.26	0.31	0.38	0.36	0.36	1.39
DLINFMX	0.58	0.75	1.09	0.83	0.82	2.90

comúnmente los modelos VAR se encuentran sobreparametrizados, y con la distribución *a priori* se pueden asignar ponderaciones pequeñas a los parámetros que se consideren menos importantes. Por otro lado, debe subrayarse que el enfoque de imponer restricciones sobre los parámetros con una distribución *a priori*, sólo es válido para sistemas que admitan la representación de modelo VAR, y no para sistemas donde aparezca la cointegración en el modelo (véase al respecto Hamilton, 1994, cap. 19). En el presente caso, esta condición no es demasiado restrictiva ya que, como se vio al analizar la capacidad predictiva, los mejores modelos resultaron ser los VAR, de manera que no se pierde en este sentido al no considerar los modelos VEC en lo sucesivo. Sin embargo, sí se pierde en términos de explicación del fenómeno, al no distinguir entre efectos de corto y largo plazo y, por lo tanto, se debe aceptar explícitamente esta pérdida de explicación, en aras de ganancia en los pronósticos, que es lo que más importa en este trabajo.

Para entender cómo se elige la distribución *a priori*, considérese la *i*-ésima ecuación del modelo VAR de la expresión (2.4), esto es

$$Z_{i,t} = \sum_{j=1}^k \sum_{r=1}^p \pi_{i,j,r} Z_{j,t-r} + \mu_i + \mathbf{d}'_{i,t} \lambda_i + a_{i,t} \quad (3.5)$$

donde *i* es el índice de la ecuación en turno, *j* el de la variable explicativa y *r* el del retraso. Los $\pi_{i,j,r}$ son los coeficientes de la matriz de polinomios de retraso $\Pi(B)$, \mathbf{d} es el vector de variables deterministas y λ es su respectivo vector de coeficientes, que corresponden al término ΛD_t de (2.4). Los coeficientes son ahora aleatorios, con distribuciones $\pi_{i,j,r} \sim N(M_{i,j,r}, S_{i,j,r}^2)$ e independientes entre sí. La selección de los hiperparámetros $M_{i,j,r}$ y $S_{i,j,r}$ se debe realizar de manera muy simple, pues existen pk^2 medias y otras tantas desviaciones estándar por elegir. En Doan, Litterman y Sims (1984) se describe con detalle la manera en que pueden elegirse estos valores. El ejemplo más conocido de distribuciones que ha sido utilizado es el llamado "*a priori* de Minnesota", el cual parte del supuesto de que las variables del sistema se comportan en esencia como caminatas aleatorias, por ello, solamente el primer retraso de cada variable en su respectiva ecuación deberá tener media igual a 1, y los demás coeficientes deberán tener media cero.

Para elegir los hiperparámetros se aplica la regla de que a las variables deterministas se les asigna una *a priori* no-informativa y a las otras variables se les asigna una desviación estándar definida como

$$S_{i,j,r} = [\gamma g(r) f(i, j)] s_i / s_j \quad (3.6)$$

donde s_i es la desviación estándar residual de una autorregresión univariada de la variable i . Los elementos γ , $g(r)$ y $f(i, j)$ determinan la desviación estándar como sigue: γ permite asignar incertidumbre de manera global, $g(r)$ controla la incertidumbre relativa del r -ésimo retraso respecto al primero y $f(i, j)$ es una función que asigna incertidumbre a la j -ésima variable en la i -ésima ecuación. Por su lado, el cociente s_i/s_j sirve para controlar el efecto de diferentes unidades de las variables. Se eligió entonces la siguiente función de decaimiento armónico, que refleja la intuición de que los coeficientes serán más cercanos a cero conforme el retraso sea de orden mayor

$$g(r) = r^{-d} \tag{3.7}$$

con d una constante que debe ser elegida. Asimismo, por sencillez, se decidió usar la siguiente función que define a una distribución *a priori* simétrica,

$$f(i, j) = 1 \text{ si } i = j \text{ y } f(i, j) = w \text{ en otro caso,} \tag{3.8}$$

con w una constante por ser elegida. Con esta función se representa la incertidumbre de las variables distintas de la i -ésima en la ecuación i . Determinar la distribución *a priori* se reduce a decidir los valores de γ , d y w . Para cada una de estas constantes se ensayaron dos distintos valores, buscando mejorar la capacidad predictiva de los dos modelos VAR previamente construidos. Así se generó el diseño experimental del cuadro 16.

Cuadro 16
Combinaciones de las constantes de la distribución a priori simétrica

Combinación	Valores de las constantes		
	γ	d	w
1	0.1	1.0	0.5
2	0.2	1.0	0.5
3	0.1	0.5	0.5
4	0.2	0.5	0.5
5	0.1	1.0	0.8
6	0.2	1.0	0.8
7	0.1	0.5	0.8
8	0.2	0.5	0.8

Los valores de las constantes que forman las combinaciones son los usados típicamente en los ejemplos del paquete RATS versión 5 (distribuido por Estima, www.estima.com), con el cual se realizó el trabajo computacional de este trabajo. Los cuadros 17 y 18 resumen los resultados de los pronósticos de los ocho modelos BVAR con la especificación A. Por brevedad, solamente se muestran ahí los resultados para las dos variables de mayor interés.

En estos cuadros se usó el supraíndice a para indicar la combinación que brindó el mejor resultado y b para la segunda mejor combinación, en los tres plazos considerados: corto, medio y largo. De acuerdo con el cuadro 17, y dando preferencia al plazo corto sobre el medio, y al medio sobre el largo, el ordenamiento de las tres mejores combinaciones fue 8, 6 y 5. El correspondiente ordenamiento del cuadro 18 condujo a las combinaciones 8, 4, y 6. Así, tanto en exactitud como en precisión, la mejor combinación de valores para la distribución *a priori* fue la 8 (o sea, $\gamma = 0.2$, $d = 0.5$ y $w = 0.8$).

En los cuadros 19 y 20 se presentan los resultados obtenidos para la especificación B. De manera similar a como se compararon los resultados con los cuadros previos, ahora se encontró que el ordenamiento de las mejores combinaciones del cuadro 19 es 3, 7, 1, 5, 8 y 4, el ordenamiento que surge del cuadro 20 es 4, 8, 2, 6, 3 y 5. En este caso no estaba claro cuál era la mejor combinación para generar pronósticos con buena exactitud y buena precisión. Por lo mismo, se mantuvieron como viables las combinaciones mostradas, y los resultados que se obtuvieron de la bondad de los pronósticos para las demás variables ayudaron a discriminar entre ellas. Por tal motivo, fue necesario analizar varios resúmenes similares a los del cuadro 21.

El cuadro 21 corresponde a la combinación 8 ($\gamma = 0.2$, $d = 0.5$ y $w = 0.8$) y la especificación A, la cual fue elegida como la mejor, aunque no había una especificación que fuera claramente buena, tanto en exactitud como en precisión, para todas las variables. El modelo elegido produjo los resultados del cuadro 22. En contraste con el cuadro 5 para el modelo VAR(3) de la especificación A, los coeficientes \bar{R}^2 mejoraron ligeramente para *DLCPI*, *DTDA* y *DLINPC*, y son prácticamente iguales para las otras variables. Sólo *DLPPIB* y *DDEF* presentan efectos significativos de otras variables y, con excepción de *DDEF* y *DLBASE*, todas muestran una clara inercia, atribuible a la distribución *a priori* utilizada. Finalmente, el cambio estructural sólo muestra efectos significativos en las variables de precios, como se intuía desde el inicio del estudio.

El ajuste logrado se puede visualizar en las gráficas 5 y 6, las cuales se presentan de manera ilustrativa sólo para las dos variables

Cuadro 17

Errores medios de pronóstico. Modelo BVAR (especificación A)

Variable y combinación	Horizonte en meses (y número de pronósticos)							
	1(18) <i>Corto plazo</i>	2(17)	3(16)	Promedio de corto plazo	6(13) 9(10) <i>Medio plazo</i>	Promedio de medio plazo	12(7) <i>largo</i>	
DLPiB								
1	.0028	.0019	.0021	.0023	.0033	.0043	.0038	.0056
2	.0026	.0019	.0018	.0021 ^b	.0031	.0042	.0036 ^a	.0051 ^a
3	.0027	.0019	.0021	.0022	.0033	.0043	.0038	.0056
4	.0025	.0019	.0018	.0021 ^b	.0031	.0042	.0037 ^b	.0051 ^a
5	.0026	.0018	.0021	.0022	.0033	.0043	.0038	.0056
6	.0024	.0019	.0018	.0020 ^a	.0031	.0042	.0037 ^b	.0052 ^b
7	.0025	.0019	.0020	.0021 ^b	.0033	.0043	.0038	.0056
8	.0023	.0020	.0018	.0020 ^a	.0031	.0043	.0037 ^b	.0052 ^b
DLINPC								
1	-.0002	-.0002	-.0003	-.0003 ^b	-.0007	.0000	-.0004 ^a	.0001 ^b
2	-.0002	-.0002	-.0004	-.0003 ^b	-.0008	-.0001	-.0005 ^b	.0001 ^b
3	-.0002	-.0002	-.0003	-.0003 ^b	-.0007	-.0001	-.0004 ^a	.0001 ^b
4	-.0002	-.0003	-.0004	-.0003 ^b	-.0008	-.0002	-.0005 ^b	.0001 ^b
5	-.0002	-.0002	-.0003	-.0002 ^a	-.0007	-.0001	-.0004 ^a	.0001 ^b
6	-.0002	-.0002	-.0004	-.0003 ^b	-.0008	-.0002	-.0005 ^b	.0001 ^b
7	-.0002	-.0002	-.0003	-.0003 ^b	-.0007	-.0001	-.0004 ^a	.0001 ^b
8	-.0002	-.0003	-.0004	-.0003 ^b	-.0008	-.0002	-.0005 ^b	.0000 ^a

Cuadro 18

Raíces de los errores cuadráticos medios. Modelo BVAR (especificación A)

Variable y combinación	Horizonte en meses (y número de pronósticos)							
	1(18) Corto plazo	2(17)	3(16)	Promedio de corto plazo	6(13) Medio plazo	9(10)	Promedio de medio plazo	12(7) largo
DLPB								
1	.0122	.0099	.0103	.0108	.0102	.0114	.0108 ^a	.0133
2	.0090	.0086	.0098	.0092	.0102	.0115	.0108 ^a	.0131 ^a
3	.0116	.0094	.0101	.0103	.0102	.0114	.0108 ^a	.0133
4	.0086	.0083	.0096	.0088 ^a	.0102	.0115	.0108 ^a	.0131 ^a
5	.0120	.0095	.0103	.0106	.0101	.0115	.0108 ^a	.0133
6	.0093	.0083	.0097	.0091	.0102	.0116	.0109	.0131 ^a
7	.0114	.0088	.0100	.0101	.0102	.0116	.0109	.0133
8	.0091	.0082	.0095	.0089 ^b	.0103	.0115	.0109	.0132 ^b
DLINPC								
1	.0028	.0036	.0030	.0031	.0032	.0022	.0027	.0014 ^a
2	.0027	.0033	.0028	.0029 ^b	.0029	.0021	.0025 ^a	.0015
3	.0028	.0035	.0030	.0031	.0031	.0022	.0026 ^b	.0014 ^a
4	.0026	.0032	.0028	.0029 ^b	.0030	.0021	.0026 ^b	.0015
5	.0028	.0035	.0030	.0031	.0032	.0022	.0027	.0014 ^a
6	.0027	.0032	.0028	.0029 ^b	.0030	.0021	.0025 ^a	.0015
7	.0028	.0035	.0029	.0031	.0031	.0022	.0026 ^b	.0014 ^a
8	.0026	.0031	.0027	.0028 ^a	.0030	.0022	.0026 ^b	.0015

Cuadro 19

Errores medios de pronóstico. Modelo BVAR (especificación B)

Variable y combinación	Horizonte en meses (y número de pronósticos)							
	1(18) Corto plazo	2(17)	3(16)	Promedio de corto plazo	6(13) 9(10) Medio plazo	Promedio de medio plazo	12(7) largo	
DLPB								
1	.0002	-.0012	-.0011	-.0007 ^b	-.0001	.0009	.0004 ^a	.0022 ^b
2	-.0013	-.0008	-.0010	-.0010	.0002	.0012	.0007 ^b	.0022 ^b
3	.0004	-.0009	-.0009	-.0005 ^a	-.0001	.0008	.0004 ^a	.0021 ^a
4	-.0011	-.0006	-.0010	-.0009	.0002	.0012	.0007 ^b	.0021 ^a
5	.0000	-.0012	-.0011	-.0008	.0000	.0009	.0004 ^a	.0022 ^b
6	-.0013	-.0006	-.0011	-.0010	.0002	.0012	.0007 ^b	.0022 ^b
7	.0002	-.0008	-.0009	-.0005 ^a	.0000	.0008	.0004 ^a	.0021 ^a
8	-.0010	-.0004	-.0012	-.0008	.0002	.0012	.0007 ^b	.0021 ^a
DLINFMX								
1	-.0003	-.0002	-.0002	-.0002 ^a	-.0003	-.0001	-.0002 ^a	.0003 ^a
2	-.0002	-.0002	-.0002	-.0002 ^a	-.0003	-.0001	-.0002 ^a	.0003 ^a
3	-.0003	-.0002	-.0002	-.0002 ^a	-.0003	-.0001	-.0002 ^a	.0003 ^a
4	-.0002	-.0002	-.0002	-.0002 ^a	-.0003	-.0001	-.0002 ^a	.0003 ^a
5	-.0003	-.0002	-.0002	-.0002 ^a	-.0003	-.0001	-.0002 ^a	.0003 ^a
6	-.0002	-.0002	-.0002	-.0002 ^a	-.0003	-.0001	-.0002 ^a	.0003 ^a
7	-.0003	-.0003	-.0002	-.0003 ^b	-.0003	-.0001	-.0002 ^a	.0003 ^a
8	-.0003	-.0003	-.0003	-.0003 ^b	-.0003	-.0001	-.0002 ^a	.0003 ^a

Cuadro 20

Raíces de los errores cuadráticos medios. Modelo BVAR (especificación B)

Variable y combinación	Horizonte en meses (y número de pronósticos)							
	1(18) Corto plazo	2(17)	3(16)	Promedio de corto plazo	6(13) Medio plazo	9(12)	Promedio de medio plazo	12(7) largo
DLPB								
1	.0121	.0099	.0104	.0108	.0097	.0107	.0102 ^a	.0124 ^a
2	.0089	.0088	.0100	.0092	.0098	.0109	.0103 ^b	.0124 ^a
3	.0115	.0094	.0101	.0103	.0097	.0108	.0102 ^a	.0124 ^a
4	.0084	.0083	.0097	.0088 ^a	.0098	.0108	.0103 ^b	.0124 ^a
5	.0119	.0096	.0104	.0106	.0097	.0108	.0102 ^a	.0124 ^a
6	.0091	.0084	.0098	.0091	.0099	.0109	.0104	.0124 ^a
7	.0112	.0088	.0100	.0100	.0098	.0108	.0103 ^b	.0124 ^a
8	.0090	.0082	.0096	.0089 ^b	.0099	.0109	.0104	.0124 ^a
DLINFMX								
1	.0034	.0037	.0033	.0035	.0035	.0028	.0032 ^b	.0025 ^a
2	.0029	.0030	.0032	.0030 ^b	.0035	.0028	.0031 ^a	.0025 ^a
3	.0033	.0037	.0033	.0034	.0035	.0029	.0032 ^b	.0025 ^a
4	.0028	.0029	.0032	.0029 ^a	.0035	.0028	.0032 ^b	.0025 ^a
5	.0034	.0037	.0033	.0035	.0035	.0028	.0032 ^b	.0025 ^a
6	.0029	.0030	.0032	.0030 ^b	.0035	.0028	.0032 ^b	.0025 ^a
7	.0033	.0036	.0033	.0034	.0035	.0029	.0032	.0025
8	.0028	.0029	.0032	.0029 ^a	.0036	.0028	.0032	.0025

Cuadro 21*Resumen de los errores de pronóstico**Modelo BVAR (especificación A con combinación de constantes 8)*

<i>Variable</i>	<i>Horizonte en meses (y número de pronósticos)</i>					
	<i>1(18)</i>	<i>2(17)</i>	<i>3(16)</i>	<i>6(13)</i>	<i>9(12)</i>	<i>12(7)</i>
<i>Error medio</i>						
DLPIB	0.0023	0.0020	0.0018	0.0031	0.0043	0.0052
DTDA	0.0004	0.0000	0.0001	0.0000	0.0007	0.0006
DDEF	-0.0138	-0.0242	-0.0290	-0.0121	-0.0680	-0.0426
DLBASE	-0.0007	-0.0002	-0.0009	-0.0013	-0.0044	-0.0067
DLINPC	-0.0002	-0.0003	-0.0004	-0.0008	-0.0002	0.0000
<i>Raíz del error cuadrático medio</i>						
DLPIB	0.0091	0.0082	0.0095	0.0103	0.0115	0.0132
DTDA	0.0037	0.0042	0.0042	0.0039	0.0040	0.0045
DDEF	0.2430	0.2644	0.2801	0.2770	0.2597	0.2170
DLBASE	0.0214	0.0248	0.0254	0.0282	0.0229	0.0180
DLINPC	0.0026	0.0031	0.0027	0.0030	0.0022	0.0015
<i>U de Theil</i>						
DLPIB	0.19	0.15	0.17	0.23	0.21	0.83
DTDA	0.61	1.04	0.70	0.71	0.73	0.94
DDEF	0.47	0.44	0.47	0.46	0.54	0.99
DLBASE	0.32	0.33	0.31	0.33	0.26	0.89
DLINPC	0.85	0.95	0.72	0.63	0.57	0.90

Cuadro 22

Significancia de las variables dentro de cada ecuación del BVAR(3) con la especificación A y combinación de constantes 8. Periodo 1997:04 - 2003:12

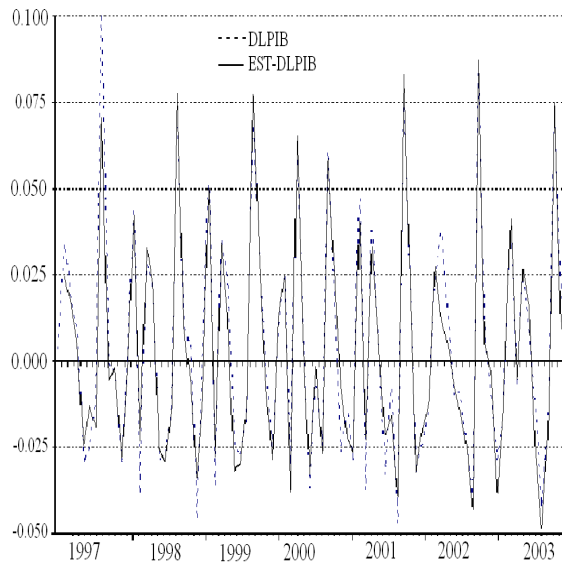
Ecuación	Variable explicativa						Deterministas			\bar{R}^2
	DLPIB	DTDA	DDEF	DLBASE	DLINPC	DLCPI	Estac.	Cte.	Cambio	
DLPIB	0.09	0.05	-	0.02	-	-	0.00	-	-	0.90
DTDA	-	0.07	-	-	-	-	-	-	-	0.43
DDEF	0.01	-	-	-	-	-	0.00	-	-	0.63
DLBASE	-	-	-	-	-	-	0.00	0.08	-	0.88
DLINPC	-	-	-	-	0.00	-	0.02	0.01	0.03	0.78
DLCPI	-	-	-	-	-	0.00	0.01	0.00	0.08	0.51

Nota: - = No significativo al 10%

más importantes y complementan la medición del ajuste que brindan los coeficientes \bar{R}^2 . Además, es interesante notar que hay residuos estandarizados con valores mayores que 3 unidades (lo cual se considera un evento raro) en los meses 1997:04 y 2002:04 en la serie $\{DLPIB_t\}$, y en 1999:12 en $\{DLBASE_t\}$ (no mostrada gráficamente). La causa de esto es atribuible a que la *Semana Santa* de 1997 y 2002 cayeron en marzo, por lo que el PIB de abril de esos años alcanzó valores mayores que lo esperado, pues regularmente la *Semana Santa* es en abril. Por su lado, la base monetaria creció más de lo esperado en diciembre de 1999 debido al efecto del año 2000, ya que los bancos demandaron dinero en exceso para cubrirse ante posibles fallas en los equipos de cómputo, que pudieran surgir por el cambio de milenio.

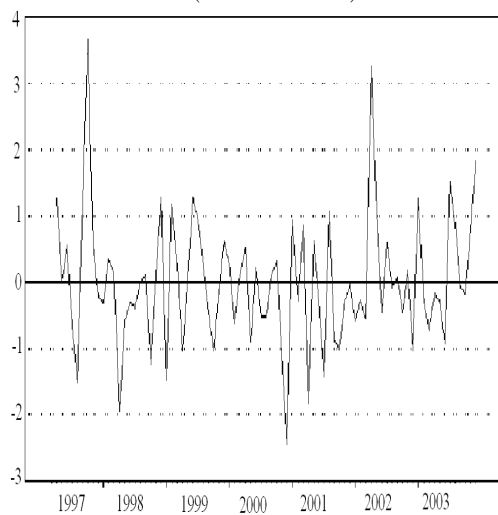
Gráfica 5

Valores observados vs. estimados y residuos (DLPIB)



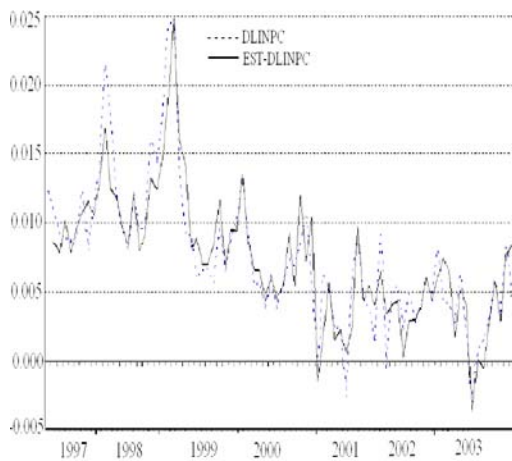
Serie *DLPIB* observada y estimada (escala transformada)

Gráfica 5
(continuación)



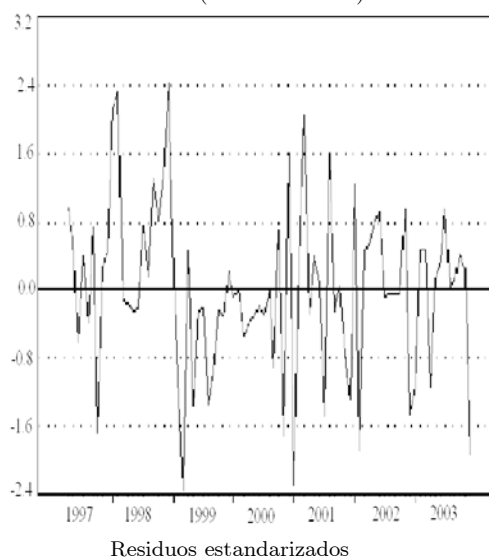
Residuos estandarizados

Gráfica 6
Valores observados vs. estimados y residuos (DLINPC)



Serie *DLINPC* observada y estimada (escala transformada)

Gráfica 6
(continuación)



Una inspección visual de las gráficas 5 y 6 permite apreciar que la varianza residual se comporta razonablemente estable al paso del tiempo, excepto cuando ocurren los residuos con valores mayores a tres desviaciones estándar, ya mencionados. Asimismo, sólo unos cuantos residuos estandarizados están fuera de las bandas de -2 a 2, lo cual ocurriría con una probabilidad cercana al 5% si el supuesto de normalidad de los errores del modelo fuera satisfecho. Esto conduce a esperar que alrededor de 4 residuos estén fuera de dicha banda, de acuerdo con el supuesto de normalidad.

Aun cuando el modelo se usará únicamente con fines de pronóstico, conviene saber hasta qué punto son satisfechos los supuestos estadísticos subyacentes, para validar la inferencia que se realice. Por ello, en el cuadro 23 se presentan algunas estadísticas descriptivas de los residuos, así como la desviación estándar residual ($\hat{\sigma}_a$) de cada ecuación del modelo. Se puede ver que el supuesto de normalidad no se satisface en el caso de *DLPIB* y *DLBASE*, según lo señala la significancia del estadístico de Jarque-Bera, debido a que la kurtosis es demasiado grande, lo cual se debe a la presencia de los datos atípicos de 1997:04 y 2002:04 en *DLPIB* y de 1999:12 en *DLBASE*. No obstante, se decidió no modificar dichas observaciones, pues se considera

que no afectarán a los pronósticos de las variables del sistema. Los estadísticos Q de Ljung y Box toman valores grandes, e indican con ello la presencia de autocorrelación residual en todas las variables, excepto en *DLINPC*. Esto es debido al uso de la distribución *a priori*, que provocó carencia de especificación en las ecuaciones, la cual se refleja como autocorrelación, pero no conviene tratar de corregirla porque ello afectaría la capacidad predictiva del modelo.

Cuadro 23

Estadísticas descriptivas de los residuos del modelo BVAR(3)

<i>Variable</i>	$\hat{\sigma}_a$	<i>Asimetría</i>	<i>Kurtosis</i>	<i>Jarque-Vera</i>	<i>Significancia</i>	<i>Q (18)</i>
DLPB	.0109	.79	2.36	27.30	.00	36.49
DTDA	.0027	-.16	-.67	1.85	.40	29.49
DDEF	.1778	.19	-.57	1.62	.45	33.33
DLBASE	.0246	.79	4.40	73.66	.00	26.06
DLINPC	.0025	.16	.45	1.01	.60	15.60
DLCPI	.0018	-.06	.41	.63	.73	52.01

4. Aplicación de pronósticos restringidos con el modelo BVAR

En esta sección se presenta una aplicación del procedimiento de monitoreo, con apoyo en el modelo BVAR recién desarrollado. Para ello, se hace referencia a las metas propuestas por el Gobierno de México para el año 2004, las cuales aparecen en un documento oficial publicado por la Secretaría de Hacienda y Crédito Público (véase SHCP, 2003). En dicho documento se establecieron, entre otras, las siguientes dos metas: crecimiento real del PIB, 3.1% e inflación dic./dic., 3.0%.

4.1. Escenario con datos hasta diciembre de 2003

Para incorporar las metas en los pronósticos se requiere definir el vector $Z_F = (Z'_{N+1}, \dots, Z'_{N+H})'$ que será pronosticado, con origen en $N =$ diciembre de 2003, y donde $H = 12$ meses será el horizonte de pronóstico a considerar. De esta manera, el vector $Z = (Z'_1, \dots, Z'_N)'$ contiene todos los datos históricos disponibles y el vector

$Y = (Y_1, \dots, Y_M)'$ contiene sólo $M = 2$ elementos, que están asociados con las metas a través de la expresión $Y = CZ_F + u$, en donde el vector de errores será considerado $u = 0$, para asegurar que las metas se alcancen con certidumbre. La matriz C es de dimensión $M \times kH = 2 \times 72$ y se especifica de acuerdo con el tipo de restricciones por imponer.

En el presente caso, en términos de la variable $DLPIB$ y suponiendo que el crecimiento del PIB real se mide de la forma dic./dic., se tiene lo siguiente

$$DLPIB_{Ene04} + \dots + DLPIB_{Dic04} = \log(PIB_{Dic04}) \tag{4.1}$$

$$- \log(PIB_{Dic03}) = \log(PIB_{Dic04}/PIB_{Dic03}) = \log(1+r_{2004}^{PIB})$$

donde r_{2004}^{PIB} es la tasa de crecimiento del PIB durante 2004. Por lo tanto, la primera restricción a imponer sobre los pronósticos es que

$$DLPIB_{Ene04} + \dots + DLPIB_{Dic04} = \log(1 + 0.031) \tag{4.2}$$

De igual manera, para la inflación se tiene que

$$DLINPC_{Ene04} + \dots + DLINPC_{Dic04} \tag{4.3}$$

$$= \log(1 + r_{2004}^{INPC}) = \log(1.030)$$

Estas expresiones pueden escribirse como

$$c_1 Z_F = \tag{4.4}$$

$$(1, 0, 0, 0, 0, 0 \quad 1, 0, 0, 0, 0, 0 \quad \dots \quad 1, 0, 0, 0, 0, 0)(Z'_{N+1}, Z'_{N+2}, \dots, Z'_{N+H})'$$

$$c_2 Z_F =$$

$$(0, 0, 0, 0, 1, 0 \quad 0, 0, 0, 0, 1, 0 \quad \dots \quad 0, 0, 0, 0, 1, 0)(Z'_{N+1}, Z'_{N+2}, \dots, Z'_{N+H})'$$

con $Z'_{N+h} = (DLPIB_{N+h}, DTDAN_{N+h}, DDEF_{N+h}, DLBASE_{N+h}, DLINPC_{N+h}, DLCPI_{N+h})$ para $h = 1, \dots, H$.

Ahora bien, el crecimiento del PIB no se mide como crecimiento de dic. 2004 respecto a dic. 2003, sino como crecimiento promedio (promedio 2004/promedio 2003). Es decir, la fórmula que se debe usar para calcular el crecimiento es

$$[(PIB_{Ene04} + \dots + PIB_{Dic04})/12] \tag{4.5}$$

$$/[(PIB_{Ene03} + \dots + PIB_{Dic03})/12] = 1.031$$

Esta forma de medir el crecimiento, no se puede expresar como combinación lineal de los valores futuros de la variable $DLPIB$ que aparece en el modelo. Por esta razón, fue necesario utilizar un método de aproximación numérica para imponer la meta del PIB como restricción. Es decir, en principio se fijaron las dos metas por alcanzar en términos de (4.2) y (4.3), y se observó que un crecimiento dic. 2004 respecto a dic. 2003 de 3.1% equivalía a un crecimiento promedio de 3.744%. En consecuencia, se redujo la meta de crecimiento medido con la expresión (4.2) por ensayo y error, hasta observar que con 1.905% de crecimiento dic./dic. se alcanzaba el crecimiento promedio de 3.1% buscado.

La prueba de compatibilidad para verificar que las metas son congruentes con la información histórica arrojó como resultado el valor $K_{calc} = 0.72$ que, al compararse con tablas de la distribución Ji -cuadrada con 2 grados de libertad, produjo el nivel de significancia de 70% (el cual es aproximado, según se indicó en la sección anterior, debido a que los parámetros son estimados), de manera que no había razón alguna para dudar de la compatibilidad entre las dos fuentes de información y, por ende, las metas se podían considerar razonables desde un punto de vista estadístico. Los resultados de los pronósticos restringidos para las variables PIB e INPC (en las escalas transformada y original) pueden apreciarse en los cuadros 24 y 25. Se presentan también los errores estándar de los pronósticos, aunque únicamente en la escala transformada, porque ahí es donde el modelo es válido. Los errores estándar de los pronósticos irrestrictos aumentan su valor conforme el horizonte de pronóstico se eleva, cosa que no necesariamente sucede con los de los pronósticos restringidos. Además, se observa que los errores estándar para los pronósticos restringidos son siempre menores o iguales que los de los irrestrictos, debido al uso de la información adicional en forma de las metas económicas. Por otro lado, los pronósticos restringidos cumplen exactamente con las restricciones impuestas por las metas (los crecimientos anuales del PIB y del INPC, respectivamente), como era de esperar, puesto que no hay incertidumbre involucrada en las metas.

Los pronósticos irrestrictos y restringidos de las dos variables más importantes del sistema se muestran en las gráficas 7 y 8. Estas gráficas son importantes porque permiten además apreciar la incertidumbre en los pronósticos, la cual sólo puede ser calculada en la escala transformada y permite obtener las bandas de 90% de probabilidad con la expresión

$$\hat{Z}_{N+h} \pm 1.645\hat{e} \text{ para } h = 1, \dots, H \quad (4.6)$$

Cuadro 24*Pronósticos irrestrictos y restringidos de $\{DLPIB_t\}$ y de $\{PIB_t\}$ para 2004*

Mes	<i>Pronósticos de DLPIB</i>				<i>Pronósticos de PIB</i>	
	<i>Irrestrictos</i>	<i>Error estándar</i>	<i>Restringidos</i>	<i>Error estándar</i>	<i>Irrestrictos</i>	<i>Restringidos</i>
Ene	-0.0541	0.0100	-0.0519	0.0096	1,488,417	1,515,450
Feb	-0.0004	0.0107	0.0013	0.0104	1,487,884	1,519,447
Mar	0.0377	0.0113	0.0395	0.0111	1,545,050	1,582,407
Abr	-0.0209	0.0116	-0.0189	0.0113	1,513,130	1,553,254
May	0.0299	0.0116	0.0318	0.0114	1,559,120	1,603,637
Jun	0.0103	0.0117	0.0123	0.0114	1,575,277	1,623,495
Jul	-0.0303	0.0117	-0.0284	0.0115	1,528,273	1,578,151
Ago	-0.0247	0.0117	-0.0228	0.0115	1,491,002	1,542,576
Sep	-0.0267	0.0117	-0.0245	0.0114	1,451,675	1,504,997
Oct	0.0726	0.0117	0.0741	0.0116	1,560,936	1,621,236
Nov	0.0127	0.0117	0.0145	0.0115	1,580,810	1,644,749
Dic	-0.0108	0.0117	-0.0080	0.0112	1,563,841	1,630,785
Crec.	—	—	—	—	1.8%	3.1%

Cuadro 25*Pronósticos irrestrictos y restringidos de $\{DLINPC_t\}$ y de $\{INPC_t\}$ para 2004*

Mes	<i>Pronósticos de DLINPC</i>				<i>Pronósticos de INPC</i>	
	<i>Irrestrictos</i>	<i>Error estándar</i>	<i>Restringidos</i>	<i>Error estándar</i>	<i>Irrestrictos</i>	<i>Restringidos</i>
Ene	0.0071	0.0023	0.0068	0.0021	107.76	107.72
Feb	0.0026	0.0028	0.0020	0.0025	108.03	107.94
Mar	0.0028	0.0030	0.0022	0.0025	108.34	108.18
Abr	0.0018	0.0031	0.0011	0.0025	108.54	108.30
May	-0.0006	0.0032	-0.0014	0.0024	108.47	108.15
Jun	0.0016	0.0032	0.0008	0.0023	108.65	108.23
Jul	0.0001	0.0032	-0.0008	0.0023	108.65	108.15
Ago	0.0020	0.0033	0.0012	0.0023	108.87	108.28
Sep	0.0056	0.0033	0.0048	0.0024	109.48	108.79
Oct	0.0029	0.0033	0.0022	0.0025	109.80	109.03
Nov	0.0056	0.0033	0.0050	0.0026	110.42	109.57
Dic	0.0064	0.0033	0.0058	0.0028	111.13	110.21
Crec.	—	—	—	—	3.9%	3.0%

donde \hat{Z}_{N+h} es el pronóstico restringido puntual de una de las variables del vector Z , 1.645 es el punto porcentual superior del 95% de la distribución normal estandarizada y \hat{e} es el correspondiente error estándar del pronóstico.

Los pronósticos restringidos en la escala original se obtienen al aplicar la transformación inversa a los pronósticos generados en la escala transformada. Por ejemplo, en el caso de la variable PIB, su transformación consistió en aplicar primero el logaritmo y tomar después la diferencia de los logaritmos para obtener $DLPIB$. La transformación inversa consiste, entonces, en sumar los valores de $DLPIB$ y aplicar la exponencial a dicha suma, para obtener el PIB. En las gráficas en la escala transformada se observa que todos los pronósticos irrestrictos se encuentran dentro de las bandas de 90% de los pronósticos restringidos, lo cual se interpreta como corroboración del resultado obtenido con el estadístico K de compatibilidad conjunta. Que haya compatibilidad en la escala transformada induce a pensar que debe ocurrir lo mismo en la escala original, aunque no hay un mecanismo estadístico formal que permita validar la compatibilidad en la escala original. En consecuencia, tanto las metas como la inferencia, son estrictamente válidas para las variables en la escala transformada.

4.2. Escenario con datos disponibles a fines de abril de 2004

El monitoreo dinámico que surge con la metodología de pronósticos restringidos permite verificar que las metas siguen siendo viables. Ahora se hará uso de los datos disponibles al día 27 de abril de 2004. En el cuadro 26 se muestran los datos originales de las variables.

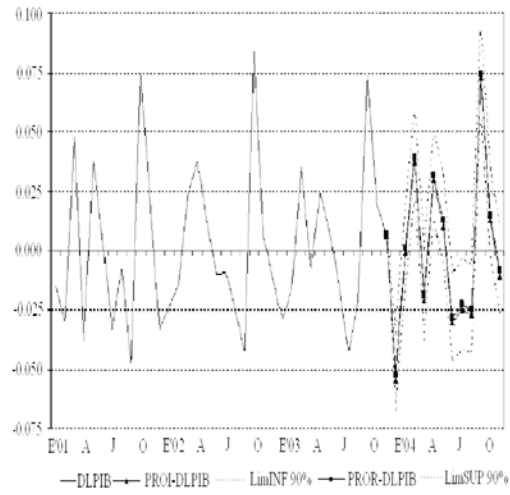
Cuadro 26
Datos disponibles, adicionales a los empleados en la construcción del modelo, 2004

Mes	Variable					
	PIB	TDA	DEF	BASE	INPC	CPI
Ene	1,502,267.201	3.81	-192.9	2,585,644.895	107.661	185.20
Feb	1,496,314.757	3.92	-52.5	2,525,903.495	108.305	186.20
Mar	—	3.86	—	2,460,841.367	108.672	187.40

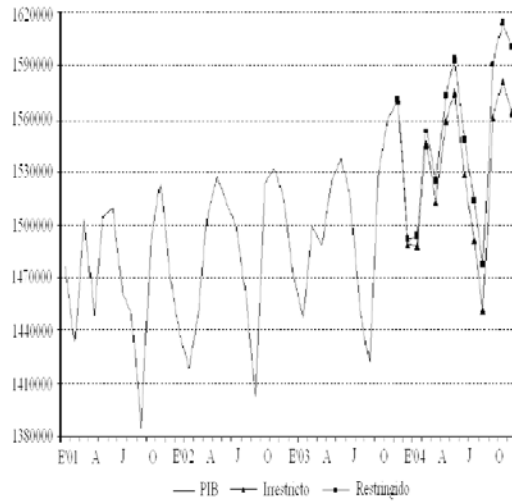
Gráfica 7

Pronósticos irrestrictos y restringidos en las escalas transformada (DLPIB) y original (PIB). Datos hasta diciembre de 2003

Pronósticos irrestrictos y restringidos de DLPIB



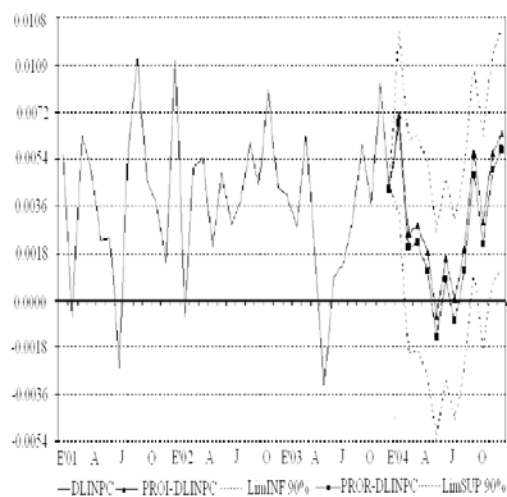
*Pronósticos irrestrictos y restringidos de PIB
Flujos en millones de pesos, a precios de 1993*



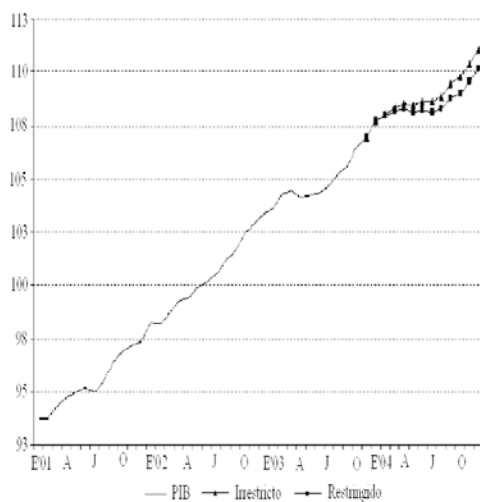
Gráfica 8

Pronósticos irrestrictos y restringidos en las escalas transformada (DLINPC) y original (INPC). Datos hasta diciembre de 2003

Pronósticos irrestrictos y restringidos de DLINPC



*Pronósticos irrestrictos y restringidos de INPC
Índice con base 2a. quincena de junio de 2002 = 100*



Los datos del cuadro 26 fueron empleados como restricciones, no sujetas a incertidumbre, que debían cumplir los valores “futuros” de las variables durante el año 2004. Así, en total se impusieron 18 restricciones: las dos metas del PIB y la inflación, más las 16 restricciones impuestas por los valores observados de las variables. En primer término, se observó que el valor previamente utilizado (1.905% de crecimiento dic./dic. del PIB) producía un crecimiento promedio de 3.327%, mientras que el crecimiento dic./dic. de 1.408% produjo el valor 3.1% como crecimiento promedio equivalente.

Se calculó entonces el estadístico de compatibilidad cuyo resultado, $K_{calc} = 17.06$, produjo significancia (aproximada) de 52% al compararlo contra la distribución Ji -cuadrada con 18 grados de libertad. En consecuencia, no había duda de que las metas seguían siendo estadísticamente viables, aun con los nuevos datos observados de las variables. Los pronósticos restringidos del PIB y del INPC se muestran en el cuadro 27. Los pronósticos irrestrictos no se presentan, ya que no cambian respecto a los de los cuadros 24 y 25. En el cuadro 27 se puede apreciar que los errores estándar son cero para los pronósticos de los meses en que ya se conoce el dato, lo cual asegura que el dato en ambas escalas (transformada y original) permanezca sin cambio.

Con fines de monitoreo, conviene analizar las diferencias entre los valores observados y sus pronósticos restringidos previamente obtenidos. Esto se realiza con los datos que se muestran en el cuadro 28, donde se presentan las estadísticas t para probar las hipótesis individuales H_0 : *la diferencia entre cada valor observado y su correspondiente pronóstico restringido es igual a cero*. Como distribución de referencia asintótica se utilizó la normal estandarizada. De este cuadro se deduce que, ningún dato observado para enero discrepó significativamente de su valor pronosticado.

De la misma forma como se construyó el cuadro 28, se elaboraron los cuadros 29 y 30. En ellos se aprecia que ninguno de los valores observados en febrero o en marzo discrepa de sus pronósticos restringidos de manera significativa, por lo cual se concluye que, el conjunto de variables se comporta de acuerdo con lo esperado, para el cumplimiento de las metas económicas.

De hecho, los cuadros 28, 29 y 30 no proporcionan información adicional relevante, puesto que el estadístico de compatibilidad ya había señalado que existe compatibilidad de la historia con las restricciones impuestas (metas y datos observados hasta el día 27 de abril de 2004). La información adicional que pueden proveer los cuadros del tipo 28, 29 y 30 se puede apreciar cuando el estadístico K conduce al rechazo de la hipótesis de compatibilidad.

Cuadro 27

*Pronósticos restringidos de $\{DLPIB_t\}$, $\{PIB_t\}$ $\{DLINPC_t\}$ e $\{INPC_t\}$ para 2004
 Datos disponibles al 27 de abril*

Mes	<i>DLPIB</i>		<i>PIB</i>	<i>DLINPC</i>		<i>INPC</i>
	<i>Prónósticos</i>	<i>Error estándar</i>	<i>Prónósticos</i>	<i>Prónósticos</i>	<i>Error estándar</i>	<i>Prónósticos</i>
Ene	-0.0448	0.0000	1,502,267	0.0062	0.0000	107.66
Feb	-0.0040	0.0000	1,496,315	0.0060	0.0000	108.31
Mar	0.0414	0.0093	1,559,603	0.0034	0.0000	108.67
Abr	-0.0190	0.0100	1,530,270	0.0015	0.0021	108.83
May	0.0277	0.0100	1,573,326	-0.0022	0.0023	108.60
Jun	0.0128	0.0111	1,593,609	0.0003	0.0023	108.63
Jul	-0.0285	0.0114	1,548,799	-0.0013	0.0022	108.49
Ago	-0.0249	0.0114	1,510,666	0.0006	0.0022	108.55
Sep	-0.0248	0.0113	1,473,601	0.0042	0.0022	109.00
Oct	0.0738	0.0115	1,586,397	0.0015	0.0022	109.17
Nov	0.0134	0.0114	1,607,860	0.0043	0.0024	109.64
Dic	-0.0091	0.0110	1,593,290	0.0052	0.0027	110.21
Crec.	—	—	3.1%	—	—	3.0%

Cuadro 28
*Monitoreo de las variables transformadas
 con datos a enero de 2004*

Valor	DLPIB	DTDA	DDEF	DLBASE	DLINPC	DLCPI
Observado	-.0448	.0085	.9937	-.0930	.0062	.0049
Pronosticado	-.0519	.0065	.6917	-.0971	.0068	.0037
Error estándar.	.0096	.0025	.1627	.0225	.0021	.0016
Estadística <i>t</i>	.74	.80	1.86	.18	-.29	.75

Cuadro 29
*Monitoreo de las variables transformadas
 con datos a febrero de 2004*

Dato	DLPIB	DTDA	DDEF	DLBASE	DLINPC	DLCPI
Observado	-.0040	.0011	.1404	-.0234	.0060	.0054
Pronosticado	.0013	.0018	.2195	-.0464	.0020	.0040
Error estándar.	.0104	.0026	.1734	.0235	.0025	.0017
Estadística <i>t</i>	-.51	-1.12	-.46	.98	1.60	.82

Cuadro 30
*Monitoreo de las variables transformadas
 con datos a marzo de 2004*

Dato	DLPIB	DTDA	DDEF	DLBASE	DLINPC	DLCPI
Observado	—	-.0006	—	-.0261	.0034	.0064
Pronosticado	.0395	-.0008	-.0792	.0151	.0022	.0048
Error estándar.	.0111	.0026	.1764	.0238	.0025	.0018
Estadística <i>t</i>	—	.08	—	1.73	.48	1.33

4.3. Monitoreo en condiciones de incompatibilidad

Con fines meramente ilustrativos, del tipo de situaciones que pudieran presentarse durante el monitoreo dinámico del cumplimiento de las metas, considérese el caso hipotético en que el dato observado de la

variable DEF hubiera sido más extremo que el observado en enero de 2004. Es decir, supóngase que el valor alcanzado por esta variable fue $DEF_{Ene04} = 0.0$, mientras que los demás valores observados son los que se muestran en el cuadro 26. En este caso se obtiene como valor calculado del estadístico de compatibilidad $K_{calc} = 28.71$, cuya significancia alcanzada es de 5%. Este hecho conduciría al rechazo de la compatibilidad conjunta de todas las restricciones con la historia, y a realizar entonces el monitoreo de cada variable de manera individual. Los resultados del cuadro 28 permanecerían intactos, excepto para la variable $DDEF$. El valor observado de esta variable en enero de 2004 sería 1.1866 que, comparado con su pronóstico irrestricto (0.6917) y su correspondiente error estándar (0.1627), produciría como resultado el estadístico $t = 3.04$, que indica una diferencia significativa entre el valor observado y el pronosticado. Con ello se habría encontrado que el valor observado de DEF es la causa de la incompatibilidad conjunta. Desde luego, esto implicaría que algo extraño ocurrió en el sistema económico, que el modelo no logró capturar, y que señalaría la posible necesidad de modificar la especificación del modelo.

Otra situación de incompatibilidad que es previsible pudiera presentarse, es aquella en que las metas económicas sólo se alcanzan en un escenario que discrepa significativamente del que muestran los pronósticos irrestrictos. Para ilustrar este caso, supóngase que los objetivos por alcanzar durante el año 2004 son: crecimiento real del PIB de 5.7% e inflación dic./dic. de 2.0%. Dichas metas son bastante más optimistas que las planteadas por el gobierno de México, y conducirían a obtener el estadístico $K_{calc} = 6.00$ que, al compararse con la distribución Ji -cuadrada con 2 grados de libertad, indicaría rechazar la compatibilidad con nivel de significancia de 5%. La pregunta ahora es si la incompatibilidad conjunta es ocasionada sólo por una de las dos metas, o si son las dos metas las que producen, de manera individual, el rechazo de la compatibilidad.

Para responder a la pregunta planteada se calcularon los estadísticos K_1 y K_2 , correspondientes a los casos en que se impone cada una de las metas por separado, como se indica en la expresión (2.13). Si se impone la meta del PIB (5.7% de crecimiento promedio o, equivalentemente, 6.8% de crecimiento dic./dic.) se obtiene $K_{1,calc} = 5.73$ con 1 grado de libertad, lo que produce significancia de 0.02 e indica rechazo de la compatibilidad. En cambio, si la restricción se impone sobre la inflación únicamente (2% dic./dic.), el estadístico resultante es $K_{2,calc} = 0.65$, cuya significancia de 0.42 no permite rechazar la hipótesis de compatibilidad. En resumen, en este ejemplo la causa de la incompatibilidad es fundamentalmente ocasionada por la meta

de crecimiento del PIB, pero esto no es posible determinarlo sólo con el estadístico K de compatibilidad conjunta, sino con el uso de los estadísticos de compatibilidad de tipo parcial, K_m .

Podría también llegar a presentarse otra situación, en donde las metas planteadas sean incompatibles con la información histórica, por su extrema rigidez, en cuyo caso sería razonable asignar incertidumbre a las restricciones. Tal situación podría ocurrir cuando la autoridad gubernamental correspondiente se refiera a alguna meta propuesta, digamos de inflación, no como de 3% exactamente, sino como de “3% más menos un punto porcentual”. Con ello se establecería como meta un intervalo para la inflación que cubriría los valores de 2% a 4% con alta probabilidad, digamos de 95%. De tal afirmación probabilística podría determinarse, aunque sea de manera aproximada, la varianza asociada con la restricción. Esta varianza se puede incluir entonces como elemento de la matriz \sum_u que se necesita para especificar la restricción incierta. Este tipo de razonamiento aparece ejemplificado en el trabajo de Guerrero (2002).

Finalmente, es previsible también la posibilidad de que las metas sean incompatibles con la información histórica, no porque las metas se puedan considerar inciertas o erróneas, sino porque se prevé una modificación del comportamiento futuro de alguna(s) variable(s) del modelo. Esto podría suceder si se anticipa la ocurrencia de algún cambio en las condiciones económicas durante el horizonte de pronóstico, por ejemplo, ocasionado por una reforma energética. De ser éste el caso que se presente, la incompatibilidad se debe eliminar permitiendo que la(s) trayectoria(s) futura(s) de la(s) variable(s) afectadas por el cambio estructural se modifique(n) de alguna manera preconcebida. En Guerrero (1991) se muestra cómo incorporar el cambio en la trayectoria futura de una variable, ya sea de manera determinística o estocástica, para obtener los pronósticos restringidos.

5. Conclusiones y recomendaciones

El procedimiento de monitoreo que se presenta en este trabajo pretende servir de base para un sistema que permita decidir, desde un punto de vista estadístico formal, si las metas propuestas por las autoridades gubernamentales son razonables y si su cumplimiento se mantiene al paso del tiempo. Para lograr esto se requiere de un modelo que produzca pronósticos confiables, tanto por su exactitud como por su precisión. La metodología parte del modelo en forma reducida, aunque su forma original pudo ser la de un modelo estructural, la de una función de transferencia o la de un modelo VARMA.

El modelo para las variables macroeconómicas consideradas fue originalmente un VAR con dos especificaciones distintas, las cuales difieren respecto al uso de: 1) los índices de precios o 2) las inflaciones, de México y de Estados Unidos. Después de realizar análisis de cointegración se construyeron dos modelos de tipo VEC, para tener en cuenta los mecanismos de corrección de error asociados con las relaciones de cointegración detectadas en los datos. El objetivo no fue realizar análisis económico con tales modelos, sino mejorar la capacidad predictiva de los modelos VAR previamente construidos, al tener en cuenta explícitamente las relaciones de largo plazo.

Al efectuar el análisis de los pronósticos se descartó a los modelos VEC, ya que los pronósticos de los VAR resultaron ser mejores. Después se construyeron modelos de tipo BVAR. Se usó así una distribución *a priori* especificada de manera tal que, produjera pronósticos óptimos en términos de EM y ECM. La especificación obtenida emplea los índices de precios y no las inflaciones de México y de Estados Unidos. Al verificar los supuestos estadísticos que respaldan al modelo, se encontró que había observaciones atípicas en el PIB y en la base monetaria real. De hecho, las atipicidades en el PIB ocurren cuando la *Semana Santa* es en marzo y no en abril. Esto debe subrayarse porque en años futuros se presentará nuevamente esa situación.

El método propuesto se usó para verificar la viabilidad de las metas del PIB y la inflación para el año 2004, anunciadas por el gobierno de México a fines del año 2003. Como un primer resultado se obtuvo que, el crecimiento de 3.1% del PIB y el 3% de inflación sí eran viables, de acuerdo con los datos observados hasta diciembre de 2003 (esta conclusión no refleja la visión que tuvieron las autoridades al proponer las metas, porque los datos disponibles en ese momento no incluían más allá del mes de octubre). Aunque el método está diseñado para combinar los pronósticos irrestrictos con información adicional dada en forma de combinaciones lineales de los valores futuros de las variables, en la presente aplicación la meta sobre el PIB no era del tipo de combinación lineal. Sin embargo, igualmente se pudo incorporar la información adicional mediante un método iterativo de carácter numérico.

Posteriormente, se volvió a utilizar el método para verificar la factibilidad de las metas, con datos observados a fines de abril de 2004. De nueva cuenta se observó que las metas seguían siendo factibles y se confirmó que las variables del modelo no habían sufrido ningún cambio estructural estadísticamente significativo. Por completez de este trabajo, la última sección incluye algunos ejemplos hipotéticos de incompatibilidad entre fuentes de información histórica y adicional,

para ilustrar el monitoreo en diferentes situaciones, y no sólo cuando se mantiene la compatibilidad al paso del tiempo.

La parte más complicada de la aplicación del método consiste en construir un modelo que brinde buenos pronósticos. Cada modelo que se construya es útil exclusivamente para las variables que se haya decidido estudiar desde el inicio, de manera que no es posible generalizar que un modelo BVAR(3) sea útil para generar pronósticos de cualquier grupo de variables macroeconómicas de México.

Bibliografía

- Doan, T., R. Litterman y C. Sims (1984). Forecasting and Conditional Projection Using Realistic Prior Distributions, *Econometric Reviews*, 3, 1-100.
- Gómez, N. y V. M. Guerrero (2006). Restricted Forecasting with VAR Models: An Analysis of a Test for Joint Compatibility between Restrictions and Forecasts, *International Journal of Forecasting*, 22, 751-770.
- Granger, C. W. J. (1996). Can We Improve the Perceived Quality of Economic Forecasts? *Journal of Applied Econometrics*, 11, 455-473.
- Guerrero, V. M. (2003). Monthly Disaggregation of a Quarterly Time Series and Forecasts of Its Unobservable Monthly Values, *Journal of Official Statistics*, 19, 215-235.
- (2002). Pronósticos con restricciones en series de tiempo univariadas: aplicación al seguimiento del PIB de México en 2001, *Revista Mexicana de Economía y Finanzas*, 1, 15-38.
- (1991). ARIMA Forecasts with Restrictions Derived from a Structural Change, *International Journal of Forecasting*, 7, 339-347.
- (1989). Optimal Conditional ARIMA Forecasts, *Journal of Forecasting*, 8, 215-229.
- , et al. (2002). *An Extension of Restricted Forecasting for Monitoring Economic Targets*, DT DE-C02.8, ITAM, Mexico.
- Hamilton, J. D. (1994). *Time Series Analysis*, Princeton University Press.
- Johansen, S. (1995). *Likelihood-Based Inference in Cointegrated Vector Autoregressive Models*, Oxford University Press.
- Judge, G. G., et al. (1980) *The Theory and Practice of Econometrics*, John Wiley & Sons, NY.
- Lütkepohl, H. (1991). *Introduction to Multiple Time Series Analysis*, Springer-Verlag.
- Maddala, G. S. e I. M. Kim (1998). *Unit Roots, Cointegration, and Structural Change*, Cambridge University Press.
- Osborn, D. R. (1990). A Survey of Seasonality in UK Macroeconomic Variables, *International Journal of Forecasting*, 6, 327-336.

- Pankratz, A. (1989). Time Series Forecasts and Extra-Model Information, *Journal of Forecasting*, 8, 75-83.
- Perron, P. (1989). The Great Crash, the Oil Price Shock and the Unit Root Hypothesis, *Econometrica*, 57, 1361-1401.
- Sánchez, G. O. (1988). *La contribución de los pronósticos condicionales al estudio del comportamiento conjunto de cinco variables macroeconómicas*, tesis de licenciatura, ITAM, México.
- SHCP (2003). *Criterios generales de política económica para la iniciativa de ley de ingresos y proyecto de presupuesto de egresos de la Federación correspondiente al año 2004*, México.
- Shumway R. H. y D. S. Stoffer (2000). *Time Series Analysis and Its Applications*, Springer-Verlag, NY.
- Sims, C. A. (1982). Policy Analysis with Econometric Models, *Brookings Papers on Economic Activity*, 11, 107-164.
- (1980). Macroeconomics and Reality, *Econometrica*, 48, 1-48.
- Tiao, G. C. y G. E. P. Box (1981). Modeling Multiple Time Series with Applications, *Journal of the American Statistical Association*, 76, 802-816.
- Wallis, K. F. (1977). Multiple Time Series and the Final Form of Econometric Models, *Econometrica*, 45, 1481-1497.
- Zellner, A. y F. Palm (1974). Time Series Analysis and Simultaneous Equation Econometric Models, *Journal of Econometrics*, 2, 17-54.

Anexo. Datos utilizados

Cuadro A1

Periodo diciembre de 1996 a junio de 2000 (inicia)

<i>Mes</i>	<i>PIB¹</i>	<i>Tasa de desempleo abierto²</i>	<i>Déficit de la balanza comercial³</i>	<i>Base monetaria real⁴</i>	<i>INPC</i>	<i>CPI</i>
<i>1996</i>						
Dic	1,267,700.55	3.91159	510.50	1,512,969.29	55.51	158.60
<i>1997</i>						
Ene	1,230,826.20	4.36884	517.20	1,347,367.60	56.94	159.10
Feb	1,219,209.84	4.15694	382.60	1,312,067.17	57.90	159.60
Mar	1,223,285.33	3.96746	669.80	1,357,055.41	58.62	160.00
Abr	1,265,768.82	4.34543	124.40	1,315,687.06	59.25	160.20
May	1,285,876.31	3.95056	244.60	1,349,382.19	59.79	160.10
Jun	1,297,535.79	3.46951	271.90	1,331,793.17	60.32	160.30
Jul	1,259,246.87	4.07708	-61.30	1,359,814.51	60.85	160.50
Ago	1,227,754.34	3.74459	-124.30	1,342,941.47	61.39	160.80
Sep	1,215,394.10	3.44845	-123.20	1,302,138.22	62.15	161.20
Oct	1,342,907.01	3.38358	-158.60	1,353,224.66	62.65	161.60
Nov	1,341,190.77	3.09016	-386.10	1,437,400.36	63.35	161.50
Dic	1,336,165.12	2.80540	-733.30	1,695,068.69	64.24	161.30
<i>1998</i>						
Ene	1,295,845.55	3.54865	-670.10	1,509,666.93	65.64	161.60

Cuadro A1
(continuación)

<i>Mes</i>	<i>PIB¹</i>	<i>Tasa de desempleo abierto²</i>	<i>Déficit de la balanza comercial³</i>	<i>Base monetaria real⁴</i>	<i>INPC</i>	<i>CPI</i>
Feb	1,298,076.90	3.70194	-586.50	1,466,693.30	66.79	161.90
Mar	1,355,519.19	3.37169	-476.90	1,415,283.48	67.57	162.20
Abr	1,304,453.92	3.05520	-291.30	1,446,927.34	68.20	162.50
May	1,341,796.22	3.33639	-317.40	1,474,632.58	68.74	162.80
Jun	1,368,737.59	3.41525	-576.90	1,425,922.51	69.56	163.00
Jul	1,329,892.79	3.24859	-922.90	1,462,534.57	70.23	163.20
Ago	1,291,559.17	3.04358	-805.30	1,429,645.95	70.90	163.40
Sep	1,275,767.64	3.28210	-710.40	1,386,664.65	72.05	163.60
Oct	1,365,149.63	3.24957	-775.40	1,436,589.26	73.09	164.00
Nov	1,379,185.10	2.63453	-949.10	1,469,831.40	74.38	164.00
Dic	1,384,563.81	2.80708	-831.20	1,726,212.20	76.19	163.90
<i>1999</i>						
Ene	1,321,934.13	2.76771	-565.90	1,556,578.85	78.12	164.30
Feb	1,319,002.84	3.32330	-323.10	1,500,353.47	79.17	164.50
Mar	1,389,180.09	2.79459	-335.60	1,559,929.04	79.90	165.00
Abr	1,340,240.72	2.78366	-412.80	1,466,492.64	80.64	166.20
May	1,387,609.97	2.46797	-251.30	1,506,220.26	81.12	166.20
Jun	1,422,078.65	2.75686	-312.40	1,493,645.17	81.66	166.20
Jul	1,388,238.95	2.30033	-230.60	1,548,483.53	82.20	166.70

Cuadro A1
(continuación)

<i>Mes</i>	<i>PIB</i> ¹	<i>Tasa de desempleo abierto</i> ²	<i>Déficit de la balanza comercial</i> ³	<i>Base monetaria real</i> ⁴	<i>INPC</i>	<i>CPI</i>
Ago	1,350,052.63	2.58704	-433.20	1,518,610.04	82.66	167.10
Sep	1,326,306.27	2.23214	-298.20	1,526,946.78	83.46	167.90
Oct	1,421,465.95	2.56444	-596.90	1,596,023.53	83.99	168.20
Nov	1,463,541.58	2.12121	-811.00	1,655,670.52	84.73	168.30
Dic	1,460,408.87	2.05745	-1012.70	2,205,149.22	85.58	168.30
<i>2000</i>						
Ene	1,422,962.07	2.31945	-572.80	1,812,078.42	86.73	168.80
Feb	1,433,922.37	2.49620	-200.40	1,715,753.73	87.50	169.80
Mar	1,471,356.48	2.22957	-373.40	1,738,888.93	87.98	171.20
Abr	1,422,710.24	2.57435	-327.80	1,795,835.02	88.48	171.30
May	1,507,589.36	2.19223	-485.80	1,775,356.52	88.82	171.50
Jun	1,523,595.71	2.16558	-554.70	1,852,768.13	89.34	172.40

Nota: ¹Millones de pesos de 1993, ²Porcentaje de la PEA, ³Millones de dólares, ⁴Serie deflactada con el INPC

Cuadro A2*Periodo julio de 2000 a diciembre de 2003 (termina)*

<i>Mes</i>	<i>PIB¹</i>	<i>Tasa de desempleo abierto²</i>	<i>Déficit de la balanza comercial³</i>	<i>Base monetaria real⁴</i>	<i>INPC</i>	<i>CPI</i>
<i>2000</i>						
Jul	1,468,367.44	2.05465	-437.30	1,808,491.29	89.69	172.80
Ago	1,459,676.79	2.69508	-774.00	1,748,583.52	90.18	172.80
Sep	1,421,799.72	2.58399	-638.30	1,776,707.18	90.84	173.70
Oct	1,511,283.52	2.00332	-869.70	1,780,119.28	91.47	174.00
Nov	1,538,655.45	1.85712	-1302.00	1,898,247.28	92.25	174.10
Dic	1,498,486.39	1.96610	-1466.70	2,240,721.21	93.25	174.00
<i>2001</i>						
Ene	1,476,117.06	2.35721	-944.30	1,940,478.87	93.77	175.10
Feb	1,433,626.00	2.90070	-573.20	1,881,197.57	93.70	175.80
Mar	1,503,246.39	2.37794	-703.80	1,867,614.62	94.30	176.20
Abr	1,448,024.66	2.31656	-832.80	1,841,999.24	94.77	176.90
May	1,504,325.06	2.53805	-594.80	1,876,725.77	94.99	177.70
Jun	1,509,798.76	2.30658	-319.10	1,898,175.66	95.21	178.00
Jul	1,460,771.08	2.48661	-586.90	1,877,912.81	94.97	177.50
Ago	1,450,062.78	2.31067	-709.30	1,873,381.41	95.53	177.50
Sep	1,383,423.96	2.49336	-490.60	1,889,540.95	96.42	178.30
Oct	1,491,150.19	2.97571	-1120.80	1,872,826.93	96.85	177.70
Nov	1,522,589.37	2.39113	-1739.70	1,994,370.80	97.22	177.40

Cuadro A2
(continuación)

<i>Mes</i>	<i>PIB¹</i>	<i>Tasa de desempleo abierto²</i>	<i>Déficit de la balanza comercial³</i>	<i>Base monetaria real⁴</i>	<i>INPC</i>	<i>CPI</i>
Dic	1,473,746.89	2.48858	-1338.30	2,317,107.01	97.35	176.70
<i>2002</i>						
Ene	1,438,613.50	3.04288	-667.40	2,105,400.66	98.25	177.10
Feb	1,418,121.02	2.64229	-634.70	2,059,931.37	98.19	177.80
Mar	1,451,049.18	2.77000	-323.70	2,191,751.06	98.69	178.80
Abr	1,506,877.37	2.75000	-567.10	2,028,482.34	99.23	179.80
May	1,526,725.53	2.68000	-524.10	2,105,240.26	99.43	179.80
Jun	1,512,148.82	2.32000	-335.20	2,120,683.49	99.92	179.90
Jul	1,498,154.52	2.93000	-543.60	2,093,976.72	100.20	180.10
Ago	1,462,072.82	2.77000	-524.00	2,090,432.01	100.59	180.70
Sep	1,401,502.34	3.09000	-423.10	2,085,123.12	101.19	181.00
Oct	1,523,554.49	2.66000	-1015.90	2,104,979.97	101.64	181.30
Nov	1,532,595.01	2.64000	-1155.70	2,219,999.05	102.46	181.30
Dic	1,514,411.92	2.12000	-1201.70	2,564,884.72	102.90	180.90
<i>2003</i>						
Ene	1,471,023.62	2.71879	-209.20	2,381,939.41	103.32	181.70
Feb	1,446,906.53	2.73597	11.70	2,330,636.21	103.61	183.10
Mar	1,498,945.75	2.81657	-187.90	2,281,289.77	104.26	184.20
Abr	1,488,483.48	2.95136	-714.90	2,333,714.00	104.44	183.80

Cuadro A2
(continuación)

<i>Mes</i>	<i>PIB¹</i>	<i>Tasa de desempleo abierto²</i>	<i>Déficit de la balanza comercial³</i>	<i>Base monetaria real⁴</i>	<i>INPC</i>	<i>CPI</i>
May	1,524,846.70	2.74390	-295.20	2,366,489.35	104.10	183.50
Jun	1,537,578.95	3.27089	-191.60	2,303,696.06	104.19	183.70
Jul	1,514,851.13	3.52332	-625.70	2,324,291.86	104.34	183.90
Ago	1,452,086.38	3.96144	-433.90	2,316,586.06	104.65	184.60
Sep	1,421,444.13	3.86522	-371.10	2,267,418.67	105.28	185.20
Oct	1,529,767.08	3.62651	-616.10	2,346,428.15	105.66	185.00
Nov	1,560,431.83	3.80000	-782.50	2,440,465.72	106.54	184.50
Dic	1,571,168.39	2.96000	-1186.60	2,837,620.93	107.00	184.30

Nota: ¹Millones de pesos de 1993, ²Porcentaje de la PEA, ³Millones de dólares, ⁴Serie deflactada con el INPC