CHEAP TALK CON INCERTIDUMBRE EN LAS PREFERENCIAS DEL EXPERTO*

Juan Eduardo Calderón Sánchez

Universidad Autónoma de San Luis Potosí
Universidad Politécnica de San Luis Potosí

Resumen: Este trabajo emplea la forma de modelar la transmisión estratégica de información empleada por Crawford-Sobel introduciendo una variante al ejemplo principal de Dimitrakas-Sarafidis. El espacio de tipos del experto es bidimensional, el experto posee información privada sobre su sesgo y el estado. El espacio de acciones del tomador de decisiones es unidimensional. Suponemos que el estado se distribuye en el intervalo [0,1], pero el sesgo del experto se distribuye en el intervalo [-1,1]. Encontramos que los equilibrios son en forma de particiones, no existe equilibrio para todo entero positivo, el equilibrio más informativo existe para una partición de tamaño 3.

Abstract: This paper models the strategic information transmission employed by Crawford-Sobel introducing a variant to the lead example of Dimitrakas-Sarafidis. The expert type space has two dimensions; the expert has the private information over two parameters, the state and his bias. The space of actions of the decision maker has only one dimension. We suppose that the state lies in the interval [0,1], but the expert bias lies in the interval [-1,1]. We find that the equilibriums are also in partitions, but there is not equilibrium for all positive integer, the most informative equilibrium exists for a partition of size 3.

Clasificación JEL/JEL Classification: C72, D82

Palabras clave/keywords: tipos del experto, sesgo, partición, Cheap talk, type space, bias, partition.

Fecha de recepción: 15 I 2009 *Fecha de aceptación: 17 XI 2009*

* eduardo.calderon@upslp.edu.mx

1. Introducción

En raras ocasiones la persona que toma decisiones posee toda la información necesaria, por lo que suelen ser asesorados por uno o más expertos. Sin embargo, la divergencia de intereses es común entre el que debe tomar la decisión y el que aconseja sobre cuál acción elegir; también es común que el individuo en el que recae la toma de decisiones no conozca los verdaderos intereses del experto. Lo anterior se convierte *a priori* en un problema, pues el tomador de decisiones debe hacer inferencia sobre varios parámetros, no sólo sobre aquellos que interesan para la toma de decisiones sino, adicionalmente, sobre las preferencias del experto.

Así pues, en este trabajo se presenta un modelo en el que tenemos un tomador de decisiones y un experto. El experto ofrece consejos que sirven al tomador de decisiones para inferir el valor verdadero de una variable de interés, sin embargo, debe también inferir el sesgo del experto, pues suponemos que el tomador de decisiones no conoce ni la magnitud ni el sentido del mismo. Se encuentra que el equilibrio más informativo sólo puede soportar tres mensajes.

En el artículo seminal de Crawford y Sobel (1982), en adelante CS, se analiza la transmisión de información entre un experto perfectamente informado y un tomador de decisiones que no lo está. CS estudian la transmisión de información cuando el experto posee información privada sobre un parámetro de interés. Suponen que el experto consultado está sesgado y el tomador de decisiones conoce dicho sesgo.

Morgan y Stocken (2003), en adelante MS, suponen que el experto tiene información privada sobre la variable de interés y sobre su sesgo. Ellos suponen que el experto puede ser de dos tipos, del tipo bueno cuando el sesgo es igual a cero, o del tipo malo cuando el sesgo del experto es distinto de cero; para cada tipo asignan una probabilidad. Ming Li (2004) (ML) también supone que el espacio de tipos del experto es bidimensional. Él supone que el tomador de decisiones desconoce el sentido del sesgo del experto, es decir, el tomador de decisiones ignora si el experto tiene un sesgo positivo o negativo, pero sí conoce la magnitud del mismo. Levy y Razin (2007), Chakraborty y Harbaugh (2003) y Battaglini (2002) suponen que el espacio de tipos del experto es multidimensional, pero a diferencia de MS y ML, que suponen que el espacio de acciones del tomador de decisiones es unidimensional, ellos suponen que también es multidimensional.

Dimitrakas y Sarafidis (2006) (DS) siguen la línea de MS y ML. Suponen un espacio de tipos del experto bidimensional y un espacio de acciones del tomador de decisiones unidimensional. El tomador de decisiones no sabe la magnitud del sesgo del experto, lo único que conoce es que éste se distribuye en el intervalo [0,1]. Encuentran que existe un equilibrio, en forma de particiones, de tamaño k para cualquier entero positivo,[1] es decir, a diferencia de CS que encuentran que existe un entero positivo $N(b)$ tal que el equilibrio más informativo existe para una partición de tamaño $N(b)$, DS encuentran que no hay límite para el tamaño de la partición. Por otro lado, Li y Madarász (2006) (LM) suponen que el tomador de decisiones no conoce la magnitud ni el sentido del sesgo del experto; el experto puede ser de tres tipos: bajo cuando tiene un sesgo relativamente pequeño, alto positivo cuando tiene un sesgo relativamente grande y positivo y alto negativo cuando el sesgo es relativamente grande pero negativo.

Este trabajo emplea la forma de modelar la transmisión estratégica de la información empleada por CS, introduciendo una variante al ejemplo principal de DS. El espacio de tipos del experto es bidimensional, pues el experto posee información privada sobre dos parámetros, su sesgo y el estado. El espacio de acciones del tomador de decisiones es unidimensional. Igual que DS suponemos que el estado se distribuye en el intervalo [0,1], la diferencia radica en que suponemos que el sesgo del experto se distribuye en el intervalo [-1,1].

En este sentido se incorporan las ideas de ML y DS, ya que es normal que si el tomador de decisiones desconoce los intereses del experto, desconozca tanto la magnitud como el sentido de la divergencia de intereses. Se utiliza el supuesto de que el sesgo se distribuye en el intervalo ya citado, ya que, dado el supuesto sobre la distribución del estado, entonces para cualquier tipo del experto que su sesgo sea -1 querrá que el tomador de decisiones elija la acción más baja posible; y para todo tipo del experto que su sesgo sea 1 querrá que el tomador de decisiones haga la acción más alta posible, independientemente del estado. Como ejemplo, si el tomador de decisiones tiene que elegir entre invertir todo, nada o cualquier fracción de sus ahorros en algún instrumento financiero, los intereses del experto pueden ser tales que siempre prefiera que invierta todo, o siempre elija que no invierta nada, independientemente del estado de la naturaleza.

El presente trabajo se diferencia de Li y Madarász (2006) en el conjunto de tipos del experto, ellos suponen un conjunto discreto, nosotros un conjunto continuo.

Por un lado, DS encuentran que hay un equilibrio en el que

---

[1] k es el entero positivo.

cualquier cantidad de mensajes puede ser enviado y lo asocian con el hecho de que cero está en el soporte de la distribución del sesgo. Por el otro, ML encuentra su equilibrio más informativo cuando la divergencia de intereses es menor a un medio y la probabilidad de cada tipo es un medio ($|b| < 1/2$ y $p = 1/2$), lo que implica que la esperanza del sesgo es cero. Entonces se esperaría que, bajo los supuestos que se emplean en este trabajo, cualquier cantidad de mensajes se puedan enviar en algún equilibrio, sin embargo, esto no es así. Encontramos que los equilibrios son nuevamente en forma de particiones, pero a diferencia de DS, no existe equilibrio para todo entero positivo k, el equilibrio más informativo, como ya se comentó, existe para una partición de tamaño tres, es decir, sólo puede soportar tres mensajes.

En la sección 2 presentamos el modelo y el concepto de equilibrio que se empleará. En la 3 caracterizamos los equilibrios de *no-babbling*, la PROPOSICIÓN 1 es el resultado más importante de este trabajo. Al final presentamos las conclusiones.

2. El Modelo

Hay dos jugadores,[2] un experto (E) y un tomador de decisiones (T) y un parámetro de interés ω (estado). El experto conoce el valor verdadero de ω mientras que el tomador de decisiones conoce sólo su distribución. Suponemos que ω se distribuye con una función de densidad uniforme f en el intervalo [0,1]. El juego procede como sigue: la Naturaleza elige ω, sólo E observa y envía un mensaje $m \in M$ a T, donde supondremos que $M = [0, 1]$, una vez que T escucha el mensaje elige una acción $y \in Y$, donde supondremos que $Y = [0, 1]$; los pagos $u^E(\cdot)$ y $u^T(\cdot)$ para el experto y tomador de decisiones, respectivamente, están dados por las siguientes funciones:

$$u^E(y, \omega, b) = -(y - (\omega + b))^2$$
$$u^T(y, \omega) = -(y - \omega)^2$$

donde b es el sesgo del experto. La acción ideal del tomador de decisiones es $y^*(\omega) = \omega$, mientras que la acción ideal del experto es[3]

[2] Adicionalmente incluimos a la Naturaleza.

[3] Siempre que $(\omega+b) \in Y$, en otro caso 0 ó 1.

$y^*(\omega, b) = \omega + b$. De ahí que b sea un parámetro que mide la divergencia de intereses, si $b = 0$ el experto querrá que el tomador de decisiones elija una acción igual al estado, de lo contrario no.

En CS todo lo anterior es comúnmente conocido,[4] en este trabajo b es información privada del experto, de esta forma, si el sesgo no es conocido tampoco lo son los intereses del experto. Lo que sí conoce el tomador de decisiones es que b se distribuye uniformemente en el intervalo [-1,1]; el experto sabe que el tomador de decisiones conoce la distribución de b, y suponemos que b es independiente de ω.

El concepto de equilibrio que se emplea en este juego es el de equilibrio bayesiano perfecto,[5] el cual requiere que:

• Las creencias $P(\cdot|m)$ sean formadas usando la regla de Bayes,

• La acción $y(m)$, que elige T después de escuchar el mensaje, maximice su utilidad esperada para todo m,

• Dado $y(m)$, el mensaje del experto $m(\omega, b)$ maximiza su utilidad para todo $(\omega, b) \in [0, 1] \text{ x } [-1, 1]$.

Siempre existe equilibrio de *babbling*.[6]

3. Equilibrios

En esta sección caracterizamos los equilibrios de *no-babbling*. Notemos que las dos observaciones hechas por Dimitrakas y Sarafidis (2006) se cumplen. La OBSERVACIÓN 2 tiene una pequeña modificación.

OBSERVACIÓN 1: Si suponemos que para un tipo del experto (ω_1, b_1) el experto envía un mensaje m_1 que induce la acción $y_1 = y(m_1)$, entonces en equilibrio para todo $(\omega, b) \in [0, 1] \text{ x } [-1, 1]$ tal que $\omega + b = \omega_1 + b_1$ el experto enviará mensajes que inducen la acción y_1.

Esto se desprende de la función de utilidad, ya que para dos tipos del experto que cumplen la condición anterior al enviar el mismo mensaje o dos mensajes que inducen al tomador de decisiones a ejecutar

[4] A excepción de ω que también es información privada del experto.

[5] Para más información consultar Mas Colell, Winston y Green (1995).

[6] Equilibrio en el que el experto envía mensajes que no llevan significado y, por lo tanto, son siempre ignorados por el tomador de decisiones. Esto es un equilibrio ya que, si los mensajes son siempre ignorados, el experto no tiene incentivos para mandar alguna información relevante en sus mensajes; y si éstos no proveen información al tomador de decisiones siempre los ignorará.

la misma acción, la utilidad será la misma para cada uno de los dos tipos del experto.

OBSERVACIÓN 2: Para todo tipo del experto $(1, b)$ donde $b \in [0, 1]$ el experto envía mensajes que inducen la acción más alta posible y para todo tipo del experto $(0, b)$ donde $b \in [-1, 0]$ el experto envía mensajes que inducen la acción más baja posible.

Lo anterior se deduce del hecho de que el conjunto de acciones del tomador de decisiones es el intervalo [0,1],[7] de esta forma un experto que observa el estado más alto, es decir $\omega = 1$, y su sesgo es no negativo, querrá que el tomador de decisiones elija la acción más grande posible, ésta es $y(m) = 1$. De manera análoga, si observa $\omega = 0$ y su sesgo es no positivo, entonces enviará mensajes que inducen la acción más baja posible, es decir $y(m) = 0$.

Igual que hacen DS, en este trabajo, sin pérdida de generalidad, restringiremos la atención, sólo para simplificar el análisis, a equilibrios que cumplen lo siguiente:

PROPIEDAD 1: Si m_i y m_j son dos distintos mensajes en la senda de equilibrio entonces $y(m_i) \neq y(m_j)$.

La observación 1 implica que en una recta de pendiente menos uno, en el espacio de tipos del experto, el experto envía el mismo mensaje. De igual manera, el conjunto de tipos del experto cuando sus mensajes inducen distintas acciones está separado por dicha recta, a la derecha todo tipo del experto preferirá una acción más grande que la que se prefiere a la izquierda; por esta razón envía distintos mensajes.

La observación 2 significa que no podemos partir el espacio de tipos del experto de forma arbitraria, es decir, no podemos tener una curva de indiferencia a la derecha de la recta de pendiente menos uno que une los tipos del experto (0,1) y (1,0); tampoco se puede poner una curva de indiferencia a la izquierda de la recta de pendiente menos uno que une los tipos del experto (0,0), (0,-1).

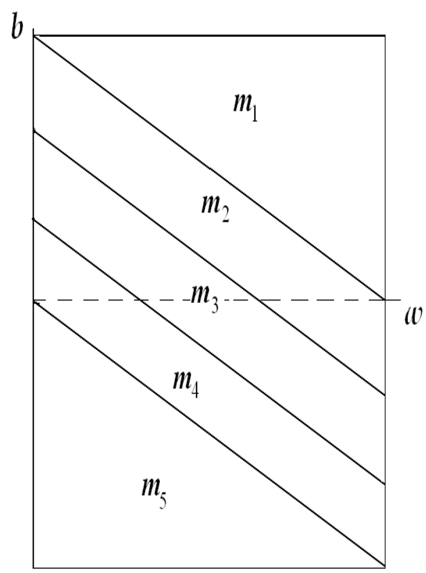
Gráficamente podemos observar un ejemplo donde el experto envía cinco mensajes, el espacio de tipos del experto se parte en cinco. Por la observación 1, para todo tipo del experto a la derecha de la recta de indiferencia, más hacia el noreste, el experto preferirá la acción que se tome cuando se escucha el mensaje uno (m_1), a la izquierda de dicha recta preferirá la acción que se tome cuando el

[7] Si $y \in \Re$, las acciones individualmente racionales están en el intervalo [0, 1], en ese sentido la observación 2 es independiente del espacio de acciones de T.

tomador de decisiones escucha el mensaje dos (m_2). Sobre la misma recta el experto está indiferente entre ambas acciones; con las demás rectas pasa lo mismo.

Por la observación 2 no podemos tener una recta de indiferencia más a la derecha de la recta, más hacia el noreste que se muestra aquí, ni más a la izquierda de la recta de indiferencia, más al suroeste que se muestra en la gráfica 1.

Gráfica 1
Ejemplo de partición



3.1. *Equilibrio de tamaño 2*

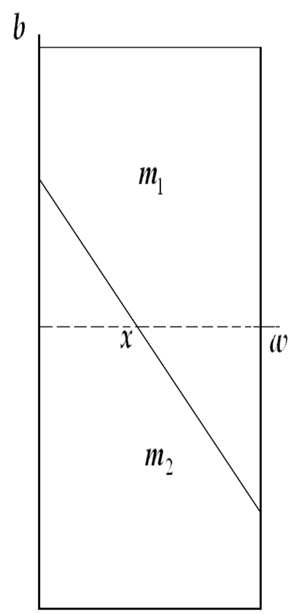
Especificamos la siguiente regla de señalización:

$$m(\omega, b) = \begin{cases} m_1 & \text{si} \quad \omega + b \geq x \\ m_2 & \text{si} \quad \omega + b < x \end{cases} \qquad x \in (0,1)$$

La regla nos dice que para tipos del experto tal que su sesgo es no negativo cuando $b \leq x$, parte el soporte de los estados en $[0, x-b)$ y $[x-b, 1]$; mientras que para tipos del experto cuando el sesgo es no positivo y $|b| \leq |-(1-x)|$, igualmente parte el soporte de los estados en $[0, x-b)$ y $[x-b, 1]$.[8] En cada intervalo el experto envía un mensaje distinto, para este caso m_1 y m_2, respectivamente.[9]

Con la regla de señalización el conjunto de tipos del experto se divide como se muestra en la gráfica 2. Todo tipo del experto sobre la recta de indiferencia o a la derecha enviará el mensaje 1; todo tipo del experto a la izquierda de la recta de indiferencia mandará el mensaje 2.

Gráfica 2
Partición de tamaño 2



[8] Hay que recordar que la segunda parte siempre se refiere a $b \in [-1,0]$.

[9] Para un sesgo no negativo si $b > x$ entonces el experto no parte el soporte de estados. Análogamente para un sesgo no positivo.

Dada la regla de señalización el tomador de decisiones calcula sus creencias que, en este caso, son:[10]

$$f\left(\omega \middle| m_1\right) = \frac{2 - 2x + 2\omega}{3 - 2x}$$

$$f\left(\omega \middle| m_2\right) = \frac{2 + 2x - 2\omega}{1 + 2x}$$

Por la forma de la función de utilidad de T, la esperanza del estado condicionada al espacio de tipos del experto donde escucha el mensaje i es igual a su acción óptima; por lo tanto tenemos:[11]

$$y_1 = E\left[\omega \middle| m_1\right] = \frac{1}{3}\left(\frac{3x - 5}{2x - 3}\right)$$

$$y_2 = E\left[\omega \middle| m_2\right] = \frac{1}{3}\left(\frac{3x + 1}{2x + 1}\right)$$

Para que la regla de señalización y las acciones que elije el tomador de decisiones constituyan un equilibrio, un experto de tipo $(x, 0)$, que llamaremos tipo frontera, debe estar indiferente entre las acciones $y_1 = y(m_1)$ y $y_2 = y(m_2)$.[12]

Lo anterior implica que:

$$x = \frac{1}{2}\left[\frac{1}{3}\left(\frac{3x - 5}{2x - 3}\right) + \frac{1}{3}\left(\frac{3x + 1}{2x + 1}\right)\right]$$

que tiene una sola solución en el intervalo [0,1] y es: $x = 1/2$. Por lo tanto, si $\omega + b \geq 1/2$ el experto enviará un mensaje que induce la acción $y(m_1) = 7/12$; en otro caso mandara el mensaje que induce la acción $y(m_2) = 5/12$.[13]

Así pues, la regla de señalización, las acciones del tomador de decisiones y las creencias forman un equilibrio.

---

[10] Formadas mediante la regla de Bayes. Ver anexo.

[11] Ver anexo.

[12] Condición de indiferencia.

[13] Para todo tipo del experto tal que ω+b=1/2, el experto está indiferente entre las acciones y_1=7/12 y y_2=5/12.

3.2. *Equilibrio de tamaño 3*

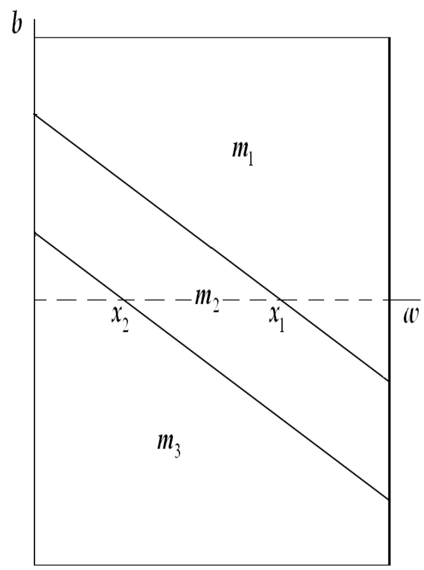
En este caso se especifica la siguiente regla de señalización:

$$m(\omega, b) = \begin{cases} m_1 & \text{si} & \omega + b \geq x_1 \\ m_2 & \text{si} & x_1 > \omega + b \geq x_2 \\ m_3 & \text{si} & \omega + b < x_2 \end{cases}$$

Para tipos del experto tal que su sesgo es no negativo y $b \leq x_1$, el experto estará dispuesto a dividir el soporte de estados en dos, de tal forma que, al menos *ex-ante*, podrá enviar dos distintos mensajes;[14] de manera análoga, para tipos del experto tal que su sesgo es no positivo y $|b| \leq |-(1-x_2)|$, el experto estará dispuesto partir el soporte de estados en dos, lo que implica que, *ex-ante*, por lo menos envía dos mensajes distintos.

La gráfica 3 muestra la forma en que dividimos el conjunto de tipos del experto.

Gráfica 3
Partición de tamaño 3



[14] Si $b \leq x_2$ entonces aseguramos que el experto dividirá el soporte de los estados en tres; de forma análoga para el caso cuando b es negativo.

Al conocer esta regla de señalización el tomador de decisiones computa sus creencias:[15]

$$f(\omega|\, m_1) = \frac{2 - 2x_1 + 2\omega}{3 - 2x_1}$$
$$f(\omega|\, m_2) = 1$$
$$f(\omega|\, m_3) = \frac{2 + 2x_2 - 2\omega}{1 + 2x_2}$$

Con ellas obtiene la esperanza condicional del estado dado que escucha el mensaje i, por lo tanto sus acciones óptimas serán:

$$y(m_1) = \frac{1}{3}\left(\frac{3x_1 - 5}{2x_1 - 3}\right)$$
$$y(m_2) = \frac{1}{2}$$
$$y(m_3) = \frac{1}{3}\left(\frac{3x_2 + 1}{2x_2 + 1}\right)$$

Nuevamente, para que esta regla de señalización y acciones formen un equilibrio debe cumplirse que el tipo frontera $(x_1, 0)$ esté indiferente entre $y(m_1)$ y $y(m_2)$, mientras que el tipo frontera $(x_2, 0)$ esté indiferente entre $y(m_2)$ y $y(m_3)$. Por lo tanto:

$$x_1 = 1 - \frac{1}{12}\sqrt{30} \approx 0.5435$$
$$x_2 = \frac{1}{12}\sqrt{30} \approx 0.4564$$

De esta forma, la regla de señalización, las acciones óptimas y las creencias forman un equilibrio.

3.3. *Equilibrio de tamaño* k[16]

Se especifica la regla de señalización:

---

[15] Ver anexo.

[16] Para $k \geq 3$.

$$m(\omega, b) = \begin{cases} m_1 & \text{si} \quad \omega + b \geq x_1 \\ m_i & \text{si} \quad x_i \leq \omega + b < x_{i-1}, \quad \text{para} \;\; i = 2, 3, ..., k \end{cases}$$

donde $x_k = 0$.

Computamos las creencias del tomador de decisiones, calculamos su esperanza condicional y vemos que las acciones óptimas son:[17]

$$y(m_1) = \frac{1}{3}\left(\frac{3x_1 - 5}{2x_1 - 3}\right)$$
$$y(m_i) = \frac{1}{2} \quad \text{para} \;\; i = 2, ..., k-1$$
$$y(m_k) = \frac{1}{3}\left(\frac{3x_{k-1} + 1}{2x_{k-1} + 1}\right)$$

Por la condición de indiferencia debe cumplirse que:

$$x_1 = 1 - \frac{1}{12}\sqrt{30}$$
$$x_i = \frac{1}{2} \quad \text{para} \;\; i = 2, ..., k-2$$
$$x_{k-1} = \frac{1}{12}\sqrt{30}$$

Gráficamente partimos el conjunto de tipos del experto de la forma que se muestra en la gráfica 4.

PROPOSICIÓN 1: *Si b se distribuye uniformemente en el intervalo* [-1.1], ω *uniformemente en el intervalo* [0, 1] *y son independientes, entonces no existe equilibrio de tamaño k, para* $k > 3$. *El equilibrio más informativo se alcanza para* $k = 3$.

DEMOSTRACIÓN: Por la condición de indiferencia, x_i es igual para todo $i = 2, ..., k-2$, lo cual se reduce a tener sólo tres tipos frontera, que identificamos por $\{(x_1, 0), (x_2, 0), (x_{k-1}, 0)\}$; lo que implica que el tamaño más grande de una partición es 4. El equilibrio de tamaño 4 induce al tomador de decisiones a elegir sólo tres distintas acciones, las mismas que se eligen en el equilibrio de tamaño 3. Más

[17] Ver anexo.

aún, el equilibrio de tamaño 4 no cumple con la PROPIEDAD 1, ya que los mensajes 2 y 3 inducen la misma acción. ∎

4. Conclusiones

En este trabajo se caracterizaron los dos únicos equilibrios de *no-babbling*, los equilibrios de tamaño 2 y 3, pues con la PROPOSICIÓN 1 vemos que no hay equilibrio para $k > 3$ que cumpla con la *propiedad*.

Como vimos, no por el hecho de que 0 esté en el soporte de la distribución del sesgo, ni porque su esperanza sea 0, el equilibrio más informativo puede soportar cualquier cantidad de mensajes. En este trabajo se mostró que, bajo ciertas condiciones, aun cuando se cumple lo que Dimitrakas y Sarafidis (2006) y Ming Li (2004) argumentan que es necesario para tener equilibrios en donde cualquier cantidad de mensajes se puedan enviar, el equilibrio más informativo sólo puede soportar tres mensajes. Lo anterior ocurre porque para todo mensaje i que el tomador de decisiones escuche, donde $i = 2, ..., k-1$, su creencia es una función de densidad condicional uniforme, por lo tanto su esperanza siempre es $1/2$.

Ex post el equilibrio más informativo es mejor para valores grandes de b. Recordemos que en el ejemplo de Crawford y Sobel (1982) si $b \geq 1/4$ sólo existe equilibrio de *babbling*. En el equilibrio más informativo del ejemplo principal de DS si $|b| \geq 0.314$ (es aproximado) el experto no divide el soporte de los estados. ML encuentra que si $|b| \geq 1/2$ el equilibrio sólo puede soportar un mensaje. En este trabajo encontramos que si $|b| < 0.5435$ el experto divide el soporte de los estados, en ese sentido este equilibrio se vuelve más informativo para valores grandes del sesgo, es decir, permite la comunicación aun cuando la divergencia de intereses es amplia.

Sin embargo, no ocurre lo mismo para valores pequeños de b, pues en el equilibrio más informativo siempre que $|b| < 0.4564$ el experto divide el soporte de estados en tres. En el ejemplo de CS si b tiende a cero, el equilibrio más informativo se vuelve plenamente revelador, igual que en el equilibrio más informativo de ML. En el ejemplo de DS si b tiende a cero, en el equilibrio más informativo, el experto divide el soporte de estados en infinito.

Bibliografía

Battaglini, M. (2002). Multiple referrals and multidimensional cheap talk, *Econometrica*, 70(4), 1379-1401.

Chakraborty, A. y R. Harbaugh (2003). *Ordinal cheap talk*, Claremont Colleges Working Papers, núm. 2003-05.

Crawford, V. y J. Sobel (1982). Strategic information transmission, *Econometrica*, 50(6), 1431-1452.

Dimitrakas, V. y Y. Sarafidis (2006). *Advice from an expert with unknown motives*, INSEAD, mimeo.

Levy, G. y R. Razin (2007). On the limits of communication in multidimensional cheap talk: a comment, *Econometrica*, 75(3), 885-893.

Li, M. (2004). *To disclose or not to disclose: cheap talk with uncertain biases*, Concordia University, mimeo.

—— y K. Madarázs (2006). *Does disclosure help? Cheap talk and conflicts of interest*, Concordia University, mimeo.

Mas Colell, A., M. D. Winston y J. Green (1995). *Microeconomic theory*, Oxford, Oxford University Press.

Morgan, J. y P. Stocken (2003). An analysis of stock recommendations, *Rand Journal of Economics*, 34(1), 183-203.

Anexo

Cálculo de las creencias del tomador de decisiones, formadas usando la regla de Bayes, y de la esperanza condicional, que es igual a la acción óptima del mismo.

Para m_1:

$$F\left[\omega \leq \varpi \middle| m_1\right] = P\left[\omega \leq \varpi \middle| m_1\right] = \frac{P\left[(\omega \leq \varpi) \cap m_1\right]}{P\left[m_1\right]}$$

$$P\left[m_1\right] = \frac{1 - \frac{x_1^2}{2} + \frac{(1-x_1)^2}{2}}{2} = \frac{2 - x_1^2 + 1 - 2x_1 + x_1^2}{4} = \frac{3-2x_1}{4}$$

$$P\left[(\omega \leq \varpi) \cap m_1\right] = \begin{cases} \frac{(1-x_1)\omega + \omega^2/2}{2} = \frac{2\omega - 2\omega x_1 + \omega^2}{4} & si\ \omega < x_1 \\ \frac{\omega - x_1^2/2 + (\omega - x_1)^2/2}{2} = \frac{2\omega - 2\omega x_1 + \omega^2}{4} & \text{si } \omega \geq \text{x}_1 \end{cases}$$

Por lo tanto

$$F[\omega \leq \varpi | m_1] = \frac{\frac{2\omega - 2\omega x_1 + \omega^2}{4}}{\frac{3-2x_1}{4}} = \frac{2\omega - 2\omega x_1 + \omega^2}{3 - 2x_1} \Rightarrow f\left(\omega | m_1\right)$$

$$= \frac{2 - 2x_1 + 2\omega}{3 - 2x_1}$$

$$E\left[\omega | m_1\right] = \int_0^1 \omega \frac{2 - 2x_1 + 2\omega}{3 - 2x_1} d\omega = \frac{1}{3 - 2x_1} \int_0^1 2\omega - 2\omega x_1 + 2\omega^2 d\omega$$

$$= \frac{1}{3 - 2x} \left[\left(\omega^2 - \omega^2 x_1 + 2/3\ \omega^3\right) \big|_0^1 \right] = \frac{1 - x_1 + 2/3}{3 - 2x_1}$$

$$= \frac{1}{3} \left(\frac{3x_1 - 5}{2x_1 - 3} \right)$$

Para m_i:

$$F\left[\omega \leq \varpi | m_i\right] = P\left[\omega \leq \varpi | m_i\right] = \frac{P[(\omega \leq \varpi) \cap m_i]}{P[m_i]} \quad i = 2, ...k - 1k \geq 3$$

$$P\left[m_i\right] = \frac{(x_{i-1} - x_i)x_i + \frac{(x_{i-1} - x_i)^2}{2} + (1 - x_{i-1})(x_{i-1} - x_i) + \frac{(x_{i-1} - x_i)^2}{2}}{2}$$

$$= \frac{x_{i-1} - x_i}{2}$$

$$P[(\omega \leq \varpi) \cap m_i] = \begin{cases} \frac{(x_{i-1} - x_i)\omega}{2} & si\ \ \omega < x_i \\ \frac{(x_{i-1} - x_i)x_i + \frac{(\omega - x_i)^2}{2}}{2} + \\ + \frac{(\omega - x_i)(x_{i-1} - \omega) + \frac{(\omega - x_i)^2}{2}}{2} & si\ \ x_i \leq \omega < x_{i-1} \\ \frac{(x_{i-1} - x_i)x_i + \frac{(x_{i-1} - x_i)^2}{2}}{2} + \\ + \frac{\frac{(x_{i-1} - x_i)^2}{2} + (x_{i-1} - x_i)(\omega - x_{i-1})}{2}^{2} & si\ \ \omega \geq x_{i-1} \end{cases}$$

Al simplificar tenemos

$$P[(\omega \leq \varpi) \cap m_i] = \begin{cases} \frac{(x_{i-1}-x_i)\omega}{2} & \text{si } \omega < x_i \\ \frac{(x_{i-1}-x_i)\omega}{2} & \text{si } x_i \leq \omega < x_{i-1} \\ \frac{(x_{i-1}-x_i)\omega}{2} & \text{si } \omega \geq x_{i-1} \end{cases}$$

Por lo tanto

$$F\left[\omega \leq \varpi | \, m_i\right] = \frac{\frac{(x_{i-1}-x_i)\omega}{2}}{\frac{x_{i-1}-x_i}{2}} = \omega \Rightarrow f\left(\omega | \, m_i\right) = 1$$

$$E\left[\omega | \, m_i\right] = \int\limits_0^1 \omega d\omega = \left[\frac{1}{2}\omega^2 \Big|_0^1\right] = \frac{1}{2}$$

Para m_k:

$$F\left[\omega \leq \varpi | \, m_k\right] = P\left[\omega \leq \varpi | \, m_k\right] = \frac{P\left[(\omega \leq \varpi) \cap m_k\right]}{P\left[m_k\right]} \qquad k \geq 2$$

$$P\left[m_k\right] = \frac{1 + \frac{x_{k-1}^2}{2} - \frac{(1-x_{k-1})^2}{2}}{2} = \frac{2 + x_{k-1}^2 - 1 + 2x_{k-1} - x_{k-1}^2}{4}$$

$$= \frac{1 + 2x_{k-1}}{4}$$

$$P[(\omega \leq \varpi) \cap m_k] = \begin{cases} \frac{\omega + \omega^2/2 + \omega(x_{k-1}-\omega)}{2} & \text{si } \omega < x_{k-1} \\ \frac{\omega - (\omega - x_{k-1})^2/2 + x_{k-1}^2/2}{2} & \text{si } \omega \geq x_{k-1} \end{cases}$$

Al simplificar tenemos

$$P[(\omega \leq \varpi) \cap m_k] = \begin{cases} \frac{2\omega + 2\omega x_{k-1} - \omega^2}{4} & \text{si } \omega < x_{k-1} \\ \frac{2\omega + 2\omega x_{k-1} - \omega^2}{4} & \text{si } \omega \geq x_{k-1} \end{cases}$$

Por lo tanto

$$F\left[\omega \leq \varpi \middle| m_k\right] = \frac{\frac{2\omega + 2\omega x_{k-1} - \omega^2}{4}}{\frac{1+2x_{k-1}}{4}} = \frac{2\omega + 2\omega x_{k-1} - \omega^2}{1 + 2x_{k-1}} \Rightarrow f\left(\omega \middle| m_k\right)$$

$$= \frac{2 + 2x_{k-1} - 2\omega}{1 + 2x_{k-1}}$$

$$E\left[\omega \middle| m_k\right] = \int_0^1 \omega \frac{2 + 2x_{k-1} - 2\omega}{1 + 2x_{k-1}} d\omega$$

$$= \frac{1}{1 + 2x_{k-1}} \int_0^1 2\omega + 2\omega x_{k-1} - 2\omega^2 d\omega$$

$$= \frac{1}{1 + 2x_{k-1}} \left[\left(\omega^2 + \omega^2 x_{k-1} - {}^2\!/_3\, \omega^3 \right) \Big|_0^1 \right]$$

$$= \frac{1 + x_{k-1} - {}^2\!/_3}{1 + 2x_{k-1}} = \frac{1}{3} \left(\frac{3x_{k-1} + 1}{2x_{k-1} + 1} \right)$$