

# ANÁLISIS TEÓRICO DE LAS MODIFICACIONES A LA REGULACIÓN DE COMISIONES INTERBANCARIAS EN CAJEROS AUTOMÁTICOS EN MÉXICO\*

Pedro I. González Ramírez

Leobardo Plata Pérez

*Universidad Autónoma de San Luis Potosí*

*Resumen:* Se analiza la regulación establecida por el Banco de México en el año 2010 en comisiones por transacciones interbancarias en cajeros automáticos. Bajo un modelo espacial duopólico se determina endógenamente número de cajeros, precio por apertura de cuenta y comisiones en cajeros. Se encuentra que las comisiones por transacciones interbancarias permanecen sin cambios. La regulación incentiva la instalación de cajeros, lo que disminuye las ganancias de los bancos. La prohibición por cobro de comisiones en cajeros propios genera que los bancos incrementen sus precios por apertura de cuenta. Con la propuesta de una regulación alterna mostramos que la prohibición en el cobro de comisiones a cuentahabientes fue el aspecto crucial que modificó el equilibrio.

*Abstract:* We analyze the regulation established by the Banco de México in 2010 to commissions by interbank transactions at ATMs. Under a space model with a duopoly, we endogenize ATM deployment, account fees and ATM fees. We show that the commissions by interbank transactions remain unchanged. The regulation increase ATM deployment and hence banks' profits decrease. We found that the regulation increases the price by opening an account as result of banning fees in transactions to own users on own ATMs. Under a scenario of alternative regulation we show that the element of the regulation that switch the equilibrium was banning fees in transactions to own users.

*Clasificación JEL/JEL Classification:* D40, G21, L51

*Palabras clave/keywords:* cajeros automáticos, comisiones en cajeros, regulación, ATM machines, ATM fees, Regulations

*Fecha de recepción:* 31 X 2013

*Fecha de aceptación:* 18 IX 2014

---

\* Se agradecen los invaluable comentarios de J.L. Negrín, J. Sempere y los dictaminadores anónimos. Los posibles errores son responsabilidad de los autores. [lpata@uaslp.mx](mailto:lpata@uaslp.mx), [pedro.gonzalez@uaslp.mx](mailto:pedro.gonzalez@uaslp.mx).

*Estudios Económicos*, vol. 30, núm. 1, enero-junio 2015, páginas 141-178

## 1. Introducción

Desde que los cajeros automáticos fueron introducidos por primera vez, hace poco más de 40 años, se han convertido en un elemento fundamental de las operaciones diarias de cualquier consumidor. Los cajeros automáticos ofrecen beneficios significativos tanto a los bancos como a sus usuarios. A los bancos, al automatizar transacciones de caja, les permite disminuciones de costos y a los usuarios les facilita el acceso a efectivo en tiempos y lugares distintos a los de la sucursal bancaria. Beneficios que son multiplicados cuando los bancos deciden compartir sus redes de cajeros y permitir a los usuarios realizar transacciones en cajeros distintos a los del banco emisor de su tarjeta.

Tradicionalmente, cuando algún usuario realizaba transacciones en cajeros distintos al banco emisor de su tarjeta las cuales podían englobar el cobro de tres comisiones distintas. El banco emisor de la tarjeta tenía que pagar una cuota de intercambio al banco operador del cajero para compensarlo por los costos de instalación y mantenimiento. El banco emisor podía transferir la cuota de intercambio al usuario final mediante la comisión por uso de cajero ajeno. Para finalizar, el operador del cajero podía cobrar al usuario una comisión por utilizar sus cajeros, conocida como sobrecargo. En este caso, el pago final para el usuario por la transacción interbancaria era igual a la suma de las comisiones por uso de cajero ajeno y sobrecargo.

El “doble pago” por parte de los consumidores hacía que las transacciones interbancarias fueran altamente costosas, por lo que, tanto reguladores como consumidores, cuestionaban la racionalidad de la cuota de sobrecargo, dado que ya existía un sistema de cuotas de intercambio que compensaba a los operadores de cajeros por procesar este tipo de transacciones.<sup>1</sup> Los operadores de cajeros se justificaban al argumentar que la cuota de sobrecargo les generaba ganancias directas que proveían incentivos para incrementar su tamaño de red, lo cual beneficiaba a los consumidores.

A partir de este debate se estableció toda una serie de regulaciones en diferentes países con el objetivo central de proteger los intereses de los consumidores. Por ejemplo, en Estados Unidos a partir de Abril de 1996 las cuotas de sobrecargo empezaron a proliferar cuando, en respuesta a la presión de gobiernos estatales y demandas antimonopolio, las dos redes más grandes de cajeros en Estados

---

<sup>1</sup> De igual manera se puede cuestionar la cuota de intercambio cuando existe un mecanismo de cobro directo.

Unidos, Cirrus y Plus, levantaron la prohibición a sus miembros en el cobro de cuotas de sobrecargo; lo que genera que los usuarios paguen tanto comisiones por uso de cajero ajeno como cuotas de sobrecargo por transacciones interbancarias. Dicha situación provocó el descontento por parte de grupos de consumidores, al argumentar que se les cobra dos veces por el mismo servicio, sin embargo, la existencia de cuotas de sobrecargo generó un aumento drástico del número de cajeros instalados.<sup>2</sup>

En Australia, con el objetivo de disminuir el pago por transacciones en cajeros ajenos y favorecer la competencia, a partir de marzo de 2009 se estableció un sistema de cobro directo. La regulación estableció que la cuota de intercambio se fijara en cero y que los componentes de la comisión por operaciones interbancarias se desagregaran, de esta manera una parte sería cobrada de forma directa por el operador del cajero y el emisor de la tarjeta tendría la opción de generar un cobro por procesar la transacción. Dado que la regulación eliminaba la cuota de intercambio se esperaba que, en el largo plazo, desapareciera la comisión por parte del emisor y generar así un sistema de cobro directo.<sup>3</sup>

México no ha sido la excepción, con el objetivo de proteger los intereses de los consumidores, al limitar el cobro de comisiones que resultaban poco transparentes en cuanto a su determinación o que inhibían la competencia entre las entidades financieras, desde mayo de 2010 entró en vigor una reforma desarrollada por el Banco de México que estableció las siguientes regulaciones: *i*) Transparencia de la información, antes de que se autorice la operación, ya sea retiro de efectivo o consulta de saldo, se deberá mostrar al usuario el importe total de la comisión; *ii*) El cobro de comisiones por operaciones interbancarias en cajeros sólo podrá realizarse por el operador del cajero y *iii*) Los bancos no pueden cobrar comisiones a sus usuarios cuando realicen retiros de efectivo o consultas de saldo en sus cajeros. Adicionalmente, los bancos operadores de cajeros deben pagar una comisión (denominada cuota de intercambio inversa) a los bancos emisores cada vez que

---

<sup>2</sup> En 1994 existían, aproximadamente, 29 000 cajeros fuera de sucursales bancarias, los cuáles representaban 26.3% del total de cajeros instalados en Estados Unidos. Para 1997 el número de cajeros creció drásticamente a 67 000, lo que representa 40.6% de los 165 000 cajeros instalados. Para 1999 la cifra había ascendido a 117 000 (Pidgeon, 2000).

<sup>3</sup> El objetivo de la reforma era que los operadores de cajeros recuperaran sus costos mediante el cobro directo al usuario en lugar de utilizar el complejo sistema de cuotas de intercambio bilaterales que existía en el país.

uno de sus clientes acuda al cajero.<sup>4</sup> Dicho esquema, de acuerdo con el Banco de México, permite que el banco operador del cajero fije el precio de su servicio, con lo cual se promueve la instalación de cajeros y se eliminan los cobros adicionales que hacían los emisores de tarjetas cuando sus clientes acudían a un cajero ajeno. Dichas medidas deben contribuir a la expansión de la red, propiciar la competencia entre los operadores de cajeros y generar una mayor transparencia en el cobro de comisiones.

Los bancos ante estos cambios de regulación que les limitan el cobro de ciertas comisiones pueden responder estratégicamente alterando el cobro de otras, por lo que resulta relevante en materia de regulación modelar, empírica y teóricamente, el comportamiento estratégico de los bancos para analizar los efectos de la regulación sobre precios, ganancias de los bancos y excedente de los consumidores.

En lo que respecta a la literatura sobre el tema, solamente Kaiser y Lever (2011) han analizado teóricamente los efectos de la regulación en México. Basados en el trabajo de Massoud y Bernhardt (2002), los autores analizan, en particular, los efectos de la prohibición a los bancos en el cobro de comisiones a clientes propios en cajeros propios (comisiones a cuentahabientes) establecida por el Banco de México. En el modelo los bancos pueden fijar tres tipos de comisiones: precios por apertura de cuenta, comisiones a cuentahabientes y sobrecargo. Los autores, para hacer manejable el modelo, eliminan del análisis comisiones por uso de cajero ajeno, cuota de intercambio e instalación de cajeros. De acuerdo con Kaiser y Lever, prohibir las comisiones a cuentahabientes también reduce la cuota de sobrecargo, pero aumenta los precios por apertura de cuenta. El aumento en precios por apertura de cuenta es menor que la disminución en las otras comisiones, lo que provoca un aumento en el excedente de los consumidores. Sin embargo, los autores encuentran una disminución en el excedente total que es absorbida por las ganancias de los bancos.

En un estudio más amplio, Donze y Dubec (2009) estudian los efectos de los tres regímenes más comunes de precios en transacciones interbancarias en cajeros. El primero, donde los cajeros son libres de cargo, el segundo, en el que los consumidores pagan solamente la comisión por uso de cajero ajeno al banco emisor de su tarjeta y tercero, donde los consumidores pagan tanto comisiones por uso de cajero ajeno como cuotas de sobrecargo. Los autores consideran que cuando los usuarios realizan transacciones en cajeros éstos las hacen

---

<sup>4</sup> Actualmente el banco operador del cajero paga una cuota de intercambio inversa de 1.97 pesos al banco emisor de la tarjeta.

en otro espacio, definido como espacio de compra, en el que los cajeros están uniformemente distribuidos. Dentro del espacio de compra los cajeros pueden estar altamente concentrados o dispersos, que permite a los autores tomar en cuenta los efectos de costos de transporte sobre el bienestar. Donze y Dubec encuentran, paradójicamente, que cuando los bancos establecen el cobro de una cuota adicional sus ganancias disminuyen. Respecto a los consumidores, el bienestar es mayor cuando ellos pagan comisiones por uso de cajero ajeno que cuando los cajeros son de libre uso y, finalmente, los consumidores prefieren el régimen tres al régimen dos cuando existen altos costos de transporte.

Chioveanu *et al.* (2009) examinan un modelo de dos bancos bajo un esquema de competencia espacial de *hotelling*, donde los bancos se localizan en los extremos de una línea de tamaño unitario. Igual que Donze y Dubec (2009) los autores consideran que los cajeros automáticos están localizados exógenamente en el espacio de compras, el cual está compuesto por tiendas comerciales. Los consumidores visitan las tiendas comerciales con una probabilidad igual y exógenamente determinada.<sup>5</sup> Bajo un esquema en el que la cuota de intercambio se fija cooperativamente por los bancos, los autores encuentran que las cuotas de sobrecargo aumentan el bienestar social y excedente de los consumidores, a pesar de que generan un incremento en los precios por transacciones en cajeros ajenos, lo cual se debe a que la existencia de cuotas de sobrecargo estimula la instalación de cajeros, situación que puede más que compensar el efecto negativo de mayores precios.

Motivados por esta situación, el presente artículo analiza desde una perspectiva teórica la regulación actual establecida por el Banco de México. Debido a que el modelo no captura todas las características del caso mexicano antes de la regulación se utiliza un escenario base como punto de comparación, para ver los posibles efectos de la regulación sobre precios, comisiones en cajeros automáticos, ganancias de los bancos y excedente de los consumidores.<sup>6</sup> En el escenario base si un usuario realiza una transacción en cajeros de su banco se le establece una comisión por uso de su cajero. Si el usuario realiza una transacción en un cajero distinto al banco emisor de su tarjeta, el usuario tiene que pagar una cuota de sobrecargo al banco operador

---

<sup>5</sup> Esta modelación difiere de la de los modelos espaciales donde el consumidor sabe exactamente la ubicación y distancia de cada uno de los cajeros y decide, a partir de costos de transporte y precios, en donde realizar la transacción.

<sup>6</sup> Específicamente se analizan los elementos *ii*) y *iii*) de la regulación.

del cajero y una comisión por uso de cajero ajeno al banco al cual está afiliado; adicionalmente, el banco emisor de la tarjeta paga una cuota de intercambio al banco operador del cajero. En el escenario con regulación si la transacción es realizada por usuarios propios la transacción es libre de cargo. Si el usuario realiza una transacción en un cajero distinto al banco emisor de su tarjeta, el usuario paga un cobro directo al banco operador del cajero; adicionalmente, el banco operador del cajero paga una comisión (cuota de intercambio inversa) al banco emisor de la tarjeta.

Debido a que no existe un modelo estándar para analizar el mercado de cajeros se utiliza el modelo propuesto Chioveanu *et al.* (2009). Este modelo, a diferencia de Kaiser y Lever (2011), permite un mayor análisis de la regulación al incorporar en el modelo: comisiones por uso de cajero ajeno, sobrecargo, comisiones a cuentahabientes, cuotas de intercambio e instalación de cajeros. El modelo presenta las siguientes similitudes y diferencias respecto al de Chioveanu *et al.* (2009). De la misma forma se hace el supuesto de un esquema de competencia espacial de *hotelling*, donde dos bancos se localizan a los extremos de una línea de tamaño unitario. Los consumidores realizan compras y retiran efectivo en otro espacio, al que se define como espacio de compra, pero a diferencia de Chioveanu *et al.* (2009) los bancos instalan sus cajeros de manera uniforme en el espacio de compra, ya que los consumidores se distribuyen uniformemente cuando necesitan efectivo. Otra diferencia es que se incorporan en el análisis comisiones a cuentahabientes en cajeros propios. Para hacer manejable el modelo, a diferencia de Chioveanu *et al.* (2009), la elección del número de cajeros a instalar se realiza en la misma etapa que la elección de precios.<sup>7</sup>

Bajo un modelo duopólico donde los bancos están localizados a los extremos de un segmento de tamaño unitario, donde los consumidores se encuentran uniformemente distribuidos, se endogeneiza la elección en precios, número de cajeros, así como la elección de los consumidores por un banco y el número de transacciones en cajeros de su banco o ajenos. Nos concentraremos en entender las implicaciones de la regulación sobre: precios, excedente de los consumidores y ganancias de los bancos. Cuando un consumidor desea realizar una transacción en algún cajero se hace el supuesto de que los consumidores no saben, exactamente, su ubicación, por lo cual buscan alguno para poder realizarla. Con una probabilidad endógenamente determinada encuentran un cajero, una vez ubicado éste la transacción sólo

---

<sup>7</sup> Idea propuesta por Donze y Dubec (2006).

puede realizarse en dicho cajero, es decir, que cambiar de ubicación es altamente costoso.<sup>8</sup> Se hace el supuesto que, dentro del espacio de compra, la ubicación de los cajeros es uniforme por lo que las densidades de cajeros determinan las probabilidades de encontrar uno de ellos.<sup>9</sup> Por cuestiones de modelación se hace el supuesto de que los consumidores conocen perfectamente, a cada momento, el monto de la comisiones por transacciones en cajeros.<sup>10</sup>

En el presente artículo se demuestra que la regulación incentiva la instalación de cajeros, efecto por el cual se da una disminución en las ganancias de los bancos. De manera sorprendente, a pesar de que la regulación elimina el cobro de comisiones por uso de cajero ajeno con el propósito de eliminar cobros excesivos, la comisión por transacciones interbancarias se mantiene sin cambios. Igual que Kaiser y Lever (2011), se observa un desplazamiento de las comisiones por el uso de cajeros propios, las cuáles la regulación prohíbe a mayores precios por apertura de cuenta. No obstante, a diferencia de Kaiser y Lever (2011), el aumento en precios por apertura de cuenta excede al beneficio obtenido por transacciones en cajeros propios gratuitas, lo que ocasiona una disminución en el excedente de los consumidores.

Con base en un escenario de regulación alterna, donde se eliminan comisiones por uso de cajero ajeno pero se permite a los bancos el cobro por transacciones en cajeros propios, se muestra que el aspecto de la regulación que modificó los resultados de equilibrio fue el de prohibir el cobro de comisiones por transacciones en cajeros propios.

El artículo se organiza de la siguiente forma: en la sección dos se hace una revisión de la literatura, en la tres se presenta una breve descripción del caso mexicano, en la cuarta se hace el planteamiento del modelo, en la sección cinco se obtienen los resultados de equilibrio antes y después de la regulación, la seis presenta los posibles efectos de la regulación al hacer la comparación de los equilibrios; en la sección siete se hace una extensión del modelo bajo una modelación de regulación alterna y en la última sección se presentan las conclusiones.

---

<sup>8</sup> Esto implica una demanda sumamente inelástica al exagerar los costos de transporte.

<sup>9</sup> En la modelación planteada las comisiones en cajeros no determinan la elección del cajero, pero si su uso.

<sup>10</sup> En México esto no pasaba antes del cambio de regulación, donde los consumidores no conocían con antelación el monto de la comisión que tendrían que pagar por acudir al cajero de otro banco. Probablemente, el elemento *i*) de la reglamentación sea el cambio regulatorio de mayor impacto, al dar transparencia a los cobros de transacciones en cajeros, sin embargo, en términos de modelación es difícil capturar este aspecto informacional.

## 2. Revisión de la literatura

En relación con la literatura relativa a cajeros automáticos se han hecho varias contribuciones para analizar los efectos de las diferentes comisiones: cuotas de intercambio, comisión por uso de cajero ajeno y sobrecargo. Por ejemplo, en lo que respecta a la cuota de intercambio Matutes y Padilla (1994) analizan cómo los bancos tienen incentivos para compartir sus redes de cajeros cuando están compitiendo por usuarios. Consideran un modelo de tres bancos en donde éstos se localizan alrededor de un círculo. El compartir redes de cajeros genera dos efectos opuestos: por un lado, que los bancos sean más sustitutos entre sí, es decir, que un usuario puede fácilmente cambiar de banco debido a que le ofrecen mejores rendimientos y, al mismo tiempo, tiene igual facilidad de acceso a cajeros. Por otra parte, una red compartida de cajeros reduce los costos de transporte de los usuarios al querer disponer de efectivo, por lo que ellos pueden estar dispuestos a aceptar rendimientos más bajos. El primer efecto sustitución hace que el compartir redes de cajeros no sea tan atractivo. Los autores, en una primera versión del modelo, concluyen que existe el equilibrio cuando dos bancos comparten su red y dejan al tercero fuera. En una extensión del modelo, donde se considera la existencia de cuotas de intercambio, los autores mencionan que la introducción de la cuota de intercambio reduce el efecto sustitución entre bancos, por lo que está sirve como un mecanismo para hacer más atractivo para los bancos compartir sus redes de cajeros y llegar al equilibrio.

Por su parte, Donze y Dubec (2006) examinan los efectos de la cuota de intercambio en un modelo donde los bancos compiten por depósitos y por transacciones interbancarias cuando instalan cajeros automáticos. La decisión de instalar cajeros se da en el contexto de una cuota de intercambio determinada colectivamente. Los autores observan que la cuota de intercambio genera dos efectos: una mayor cuota de intercambio reduce la competencia por los depositantes (los bancos aumentan precios) pero la intensifica en los retiros de efectivo (los bancos instalan más cajeros lo que aumenta sus costos de operación). Donze y Dubec notan que el primer efecto domina al segundo, por lo tanto las ganancias de los bancos son crecientes respecto a la cuota de intercambio. Los autores concluyen que la cuota de intercambio puede ser usada como un instrumento de colusión.

Respecto a la cuota de sobrecargo, Prager (2001) desde una perspectiva empírica analiza la experiencia en Estados Unidos, antes de 1995, de los bancos pequeños en estados donde era permitida la cuota de sobrecargo, con bancos similares en estados donde la cuota de sobrecargo estaba prohibida. Encontró que la cuota de sobrecargo no

fue suficiente para provocar que los clientes de bancos pequeños se cambiaran a bancos con mayores redes de cajeros. Esto se debe a que los bancos pequeños en los estados donde el sobrecargo era permitido no perdieron participación de mercado con respecto a los bancos pequeños en estados donde la cuota de sobrecargo estaba prohibida.

Croft y Spencer (2004) estudian bajo un modelo espacial que endogeneiza cuotas de intercambio, sobrecargo y comisiones por uso de cajero ajeno, las condiciones bajo las cuáles los bancos prefieren no cobrar sobrecargo. En el modelo los usuarios de los bancos y los cajeros están ubicados en un círculo e interpolados de tal manera que los cajeros están equidistantes. Los autores demuestran que las cuotas de sobrecargo neutralizan el efecto de la cuota de intercambio. Un aspecto restrictivo del modelo es que los autores consideran el supuesto de que los bancos pueden tener demandas distintas, pero tamaños de redes simétricas, lo que genera que los bancos con mayores participaciones de mercado prefieran cuotas de intercambio bajas e inclusive prohibición de las cuotas de sobrecargo.<sup>11</sup> Los autores concluyen que el permitir la cuota de sobrecargo reduce el excedente de los consumidores al aumentar los precios por transacciones interbancarias, pero que su efecto sólo es de corto plazo, debido a que es acompañado por un aumento del número de cajeros instalados, lo que aumenta, nuevamente, el excedente de los consumidores.

Por otro lado, Massoud y Bernhardt (2002) analizan los efectos de permitir o prohibir la discriminación de precios en transacciones en cajeros, dependiendo si el usuario tiene o no su cuenta en el banco operador del cajero donde realiza la transacción. En el modelo hay dos bancos en cada lado de un círculo mientras que los consumidores se distribuyen de manera uniforme alrededor de éste. Los consumidores eligen un banco con el conocimiento de que deberán pagar un precio por apertura de cuenta para los servicios bancarios y comisiones en cajeros cada vez que necesiten realizar transacciones. Con el propósito de hacer manejable el modelo se excluye del análisis la existencia de comisiones por uso de cajero ajeno y cuotas de intercambio. Los autores encuentran que, con el fin de atraer clientes de la competencia, los bancos grandes establecen mayores precios por apertura de cuenta a sus clientes, pero no les cobran comisiones por el uso de sus cajeros, en contraste, cobran elevadas comisiones por transacciones en cajeros a los clientes de la competencia, incluso comisiones que exceden las que maximizan sus ingresos por transacciones inter-

---

<sup>11</sup> Esto se debe al hecho de que al tener los bancos redes simétricas el banco grande hace pagos netos de cuotas de intercambio al banco chico.

bancarias. Los autores concluyen que prohibir la discriminación de precios incrementa el bienestar social.

### **3. Breve descripción de la regulación de comisiones en cajeros automáticos en México**

En mayo de 2010 entró en vigor un paquete de reformas diseñadas por el Banco de México para mejorar la competencia y eficiencia en el mercado de cajeros automáticos. Dichas reformas modificaron aspectos que eran muy cuestionados por el público en general y por las autoridades encargadas de competencia.

En el esquema tradicional, vigente hasta mayo del 2010, cuando algún usuario realizaba transacciones en cajeros distintos al banco emisor de su tarjeta la transacción podía englobar el cobro de tres comisiones distintas. El banco emisor de la tarjeta tenía que pagar una cuota de intercambio al banco operador del cajero para compensarlo por los costos de instalación y mantenimiento.<sup>12</sup> La cuota de intercambio era determinada por la Comisión de medios de pago, de la Asociación de Bancos de México (ABM) por un monto fijo de 7.25 pesos por retiro de efectivo y 3.25 pesos por consulta de saldo. El banco emisor transfería la cuota de intercambio al usuario final a través de la comisión por uso de cajero ajeno. Esta última variaba entre 17 y 20 pesos, cobro sustancialmente superior a la cuota de intercambio. Adicionalmente, algunos operadores de cajeros cobraban a los usuarios una comisión por el uso de sus cajeros, conocida como sobrecargo. El sobrecargo era poco generalizado y lo establecían alrededor de 18% de los cajeros automáticos y su cobro oscilaba entre 8.7 y 26 pesos.<sup>13</sup> Finalmente, el cajero no podía informar a los usuarios de otros bancos el total de la comisión por la transacción interbancaria, ya que la comisión por uso de cajero ajeno no era la misma en todos los bancos. El monto de la comisión era conocido por el usuario hasta que recibía su estado de cuenta varios días después de haber realizado la transacción.

Con el propósito de generar una mayor competencia en el mercado de cajeros automáticos y aumentar la transparencia en el cobro de comisiones, en octubre de 2009 el Banco de México dio a conocer las nuevas disposiciones en materia de cobro de comisiones para

---

<sup>12</sup> La cuota de intercambio era uniforme para todos los cajeros y bancos.

<sup>13</sup> En este caso el pago final para el usuario por la transacción interbancaria era igual a la suma de las comisiones por uso de cajero ajeno y sobrecargo.

operaciones en cajeros automáticos. Estas disposiciones, de acuerdo con el banco central, tienen como objetivo propiciar una mayor competencia en el mercado de cajeros, promover la expansión de la red y proteger los intereses de los consumidores al limitar y transparentar el cobro de comisiones. Con el fin de lograr dicho objetivo el Banco de México estableció las siguientes regulaciones:

*i)* Transparencia de la información: antes de que se autorice la operación, ya sea retiro de efectivo o consulta de saldo interbancario, se deberá mostrar al usuario el importe total de la comisión.

*ii)* Se definieron dos esquemas para el cobro de comisiones en operaciones interbancarias entre los que podían elegir las instituciones operadoras de cajeros: cobro directo por parte del operador del cajero o cobro por parte de la institución emisora. En el primer caso, el banco operador ya no recibiría cuota de intercambio y en el segundo, el operador ya no cuenta con la posibilidad de cobro adicional (cuota de intercambio y/o sobrecargo).

*iii)* Se estableció que los bancos no pueden cobrar comisiones a sus usuarios cuando estos realizan retiros de efectivo o consultas de saldo en sus cajeros.<sup>14</sup>

Es importante señalar que todos los bancos eligieron la opción de cobro directo, por lo tanto se eliminaron las comisiones de uso de cajero ajeno por parte del banco emisor de la tarjeta y la cuota de intercambio. Adicionalmente, se estableció que los bancos operadores de cajeros deben pagar una comisión a los bancos emisores de las tarjetas cada vez que uno de sus clientes realice una transacción en cajeros, la cual se denomina cuota de intercambio inversa. Esta comisión busca compensar al banco emisor por los costos en que incurre cuando sus usuarios realizan transacciones en cajeros de la competencia.

El esquema tradicional tenía la ventaja de que todos los bancos operadores de cajeros le cobraban una misma cuota de intercambio (7.25 pesos) al banco del tarjetahabiente cada vez que uno de sus clientes retiraba efectivo. Dicho esquema facilitaba a los bancos, con una red de cajeros pequeña, ofrecer a sus usuarios el acceso a cajeros automáticos de la competencia a un costo relativamente bajo, al poder subsidiar este tipo de transacciones. Lo cual era posible dado

---

<sup>14</sup> Las disposiciones *i)* y *ii)* entraron en vigor el 5 de mayo de 2010 y la *iii)* el 27 de julio de ese mismo año, en una circular dirigida a las instituciones de crédito, sociedades financieras de objeto limitado y sociedades financieras de objeto múltiple reguladas, DOF (2010).

que la cuota de sobrecargo era poco común. Sin embargo, el esquema de comisiones tradicional tenía el problema de que no generaba incentivos a los bancos para expandir su red de cajeros (Banco de México, 2010). El nuevo esquema de comisiones, de acuerdo con el Banco de México, permite que el banco operador del cajero determine el precio de su servicio, con lo que se eliminan los cobros adicionales que hacían los bancos emisores de las tarjetas, se genera transparencia en el cobro y se incentiva la instalación de cajeros.<sup>15</sup>

En este sentido, como cualquier modelo, el que se describirá a continuación no captura todas las condiciones existentes antes de la reforma. Específicamente no captura los efectos de una mayor transparencia en el cobro de comisiones interbancarias, lo que, probablemente, sea el aspecto más importante de la regulación. Supone que el uso de sobrecargo era generalizado, el cual, como ya se describió, sólo lo establecían 18% de los cajeros. Sin embargo, pretende contribuir desde una perspectiva teórica en el análisis de los posibles efectos generados por la regulación actual.

#### 4. Modelo

Se utiliza una modelación similar a la propuesta por Chioveanu *et al.* (2009). Bajo un esquema de competencia espacial de *hotelling*, dos bancos se localizan en los extremos de una línea de tamaño unitario, éste es el espacio bancario. Los consumidores realizan compras y retiros de efectivo en otro espacio, que se define como espacio de compra. En el espacio de compra, a diferencia de Chioveanu *et al.*, los cajeros no se localizan en tiendas comerciales, sino que están uniformemente localizados en el espacio de compra. Este supuesto elimina la posibilidad de que no existan transacciones interbancarias, dado que dentro del espacio de compra se localicen al mismo tiempo dos cajeros.

Para hacer manejable el modelo se considera el supuesto de que la elección del número de cajeros a instalar se realiza en la misma etapa que la elección de precios. Adicionalmente, se supone que la cuota de intercambio es exógena y se analizan los efectos de diferentes cuotas de intercambio. Bancos y usuarios de tarjeta son involucrados en dicho juego.

---

<sup>15</sup> Este esquema de cobro directo no es compatible con la cuota de intercambio, debido a que ambos permiten al operador recuperar los costos por transacciones en cajeros.

#### 4.1. Bancos

Se considera un modelo con dos bancos (A y B) que se localizan en los extremos de un segmento de tamaño unitario, donde los consumidores están uniformemente distribuidos. Los bancos ofrecen dos servicios a sus usuarios: servicios de banca y servicios de cajeros. El número de cajeros instalados por el banco  $i$  está dado por  $n_i$ . El tamaño total de red es  $n = n_A + n_B$ . Los costos fijos de instalar y operar un cajero automático se denotan por  $c$ , donde  $c > 0$ . Se considera el supuesto de que los cajeros están uniformemente distribuidos.

Por tener una cuenta en el banco  $i$  el banco cobra a sus usuarios  $F_i$ . Los costos para el banco por manejar la cuenta se representan mediante  $c_b$ , donde  $c_b \geq 0$ . Debido a que la red de cajeros automáticos es compartida, esto permite a los consumidores, de acuerdo con su conveniencia, realizar transacciones en cualquier cajero de la red, por lo que la transacción puede ser realizada tanto en un cajero propio como ajeno. Los costos marginales de procesar una transacción en un cajero están denotados por  $z$ , donde  $z \geq 0$ . El cobro por transacciones en cajeros depende de la regulación vigente, por lo tanto se analizan dos escenarios diferentes en el cobro de transacciones en cajeros:

*i)* Escenario base: si la transacción es realizada por usuarios propios, el banco  $i$  establece una comisión por el uso de su cajero  $d_i$ . Cuando un usuario del banco  $i$  realiza una transacción en un cajero del banco  $j$ , el usuario tiene que pagar una cuota de sobrecargo  $s_j$  al banco operador del cajero y una comisión por uso de cajero ajeno  $f_i$  al banco al cual está afiliado, adicionalmente el banco  $i$  paga una cuota de intercambio  $a$  al banco  $j$ .

*ii)* Escenario regulación Banco de México: si la transacción es realizada por usuarios propios, la transacción es libre de cargo. Si un usuario del banco  $i$  hace una transacción en un cajero del banco  $j$ , el usuario paga un cobro directo  $s_{jr}$  al banco operador del cajero, adicionalmente el banco  $j$  paga una comisión  $a_I$  al banco  $i$  (cuota de intercambio inversa).

Para evitar soluciones de esquina se supone que:  $0 \leq z < 1$ ,  $0 \leq a < 1$  y  $0 < a_I + z < 1$ .

#### 4.2. Consumidores

Existe un continuo de consumidores (de tamaño uno) que deben elegir un banco. Los costos de transporte para el consumidor vienen dados

por  $C_i(x) = x$ , donde  $x$  denota la ubicación del consumidor respecto al banco  $i$ . Un consumidor que abre una cuenta con algún banco obtiene un nivel de utilidad bruta  $M$ , para la cual se considera el supuesto de que es lo suficientemente grande para garantizar una cobertura total en el mercado.

Se supone que los consumidores realizan transacciones en cajeros en otro espacio, que se denomina espacio de compra. En él los consumidores buscan el cajero y deciden si realizan la transacción en el primero que encuentran. Se supone que cambiar de ubicación es altamente costoso. Con una probabilidad  $P_i$  un consumidor localiza un cajero del banco al cual está afiliado y con una probabilidad  $P_j$  encuentra un cajero ajeno. Debido a que los cajeros están uniformemente distribuidos, tales probabilidades están determinadas por las densidades de cajeros, específicamente,  $P_i = n_i/n$  y  $P_j = n_j/n$ . Bajo esta modelación las comisiones en cajeros no afectan la elección del cajero pero si el nivel en el que son utilizados.<sup>16</sup>

Los consumidores también pueden obtener utilidad al realizar transacciones en cajeros, debido a la posibilidad de retirar efectivo y obtener liquidez en los cajeros automáticos. El consumidor obtiene un beneficio bruto al utilizar un cajero igual a  $v$ , donde  $v$  es una variable aleatoria uniformemente distribuida en el intervalo  $[0,1]$ . A continuación se presenta la estructura del juego.

#### 4.3. Etapas del juego

*i)* Dada la cuota de intercambio los bancos establecen de forma simultánea y no-cooperativa el número de cajeros automáticos  $n_i$ , precios por apertura de cuenta  $F_i$  y, dada la regulación vigente, determinan las comisiones por transacciones en cajeros.

*ii)* Los consumidores deciden a qué banco afiliarse al observar el número de cajeros instalados por cada banco, precios y comisiones por transacciones en cajeros.

*iii)* En la última etapa los consumidores encuentran un cajero automático y dada la valoración  $v$  deciden si lo usan o no.

Con el propósito de incorporar, en un modelo analíticamente manejable, precios e instalación de cajeros, se considera el supuesto

---

<sup>16</sup> Esto implica que la elasticidad de la demanda se reduce al elevar los costos de transporte. A diferencia de los modelos espaciales la distancia en esta modelación no juega ningún papel en la demanda de servicios de cajeros.

de que los bancos determinan su elección en la misma etapa. En primera instancia se supone que la cuota de intercambio es conocida por los bancos y se determina exógenamente, después se elimina dicho supuesto para comparar los resultados de la regulación. En las siguientes secciones se busca bajo cada posible escenario de regulación el equilibrio de Nash perfecto en sub-juegos mediante inducción hacia atrás.

## 5. Equilibrios

### 5.1. Equilibrio del escenario base

En la última etapa, con una probabilidad  $P_i = n_i/n$ , el consumidor encontrará un cajero del banco al que está afiliado y sólo realizará la transacción si  $v \geq d_i$ . La probabilidad de que el usuario realice la transacción es  $(1 - d_i)$ . Con una probabilidad  $P_j = n_j/n$  el consumidor encontrará un cajero ajeno y sólo utilizará el cajero si  $v \geq f_i + s_j$ , donde  $f_i$  es la comisión por uso de cajero ajeno establecida por su banco emisor de la tarjeta y  $s_j$  la cuota de sobrecargo cobrada por el operador del cajero. La probabilidad de que realice la transacción es  $(1 - f_i - s_j)$ .

En la penúltima etapa los consumidores deciden a qué banco afiliarse, por lo cual tienen que comparar la utilidad esperada de afiliarse al banco A y B. Para un consumidor localizado a una distancia  $x$  éstas vienen dadas, respectivamente, por:

$$M - x - F_A + P_A \frac{(1 - d_A)^2}{2} + P_B \frac{(1 - f_A - s_B)^2}{2} \quad (1)$$

$$M - (1 - x) - F_B + P_B \frac{(1 - d_B)^2}{2} + P_A \frac{(1 - f_B - s_A)^2}{2} \quad (2)$$

Los primeros tres términos de las ecuaciones anteriores capturan la utilidad neta de los consumidores procedente de los servicios bancarios. Por su parte, los últimos dos términos representan la utilidad neta esperada por los servicios de cajeros. Considérese un consumidor del banco  $i$ , con una probabilidad  $P_i = n_i/n$  localizará un cajero

del banco al que está afiliado, dado que el costo de la transacción es  $d_i$  su utilidad neta esperada es  $\frac{(1-d_i)^2}{2}$ . Con una probabilidad  $P_j = n_j/n$  el consumidor encontrará un cajero ajeno, como el costo por transacciones interbancarias es  $f_i + s_j$  su utilidad neta esperada es  $\frac{(1-f_i-s_j)^2}{2}$ .

Al igualar las ecuaciones (1) y (2) se obtiene la participación de mercado del banco A:

$$x = \frac{1}{2} + \frac{F_B - F_A}{2} + \frac{P_A(1-d_A)^2 - P_B(1-d_B)^2}{4} \quad (3)$$

$$+ \frac{P_B(1-f_A-s_B)^2 - P_A(1-f_B-s_A)^2}{4}$$

La expresión anterior captura cómo cambios en precios y tamaño de red tienen impacto en la demanda del banco A, por ejemplo, una reducción en la comisión por uso de cajero ajeno  $f_A$  y/o en la comisión de uso en cajeros del mismo banco  $d_A$  genera que el banco A se vuelva más atractivo (efecto análogo a si el banco B incrementa estas comisiones). Otro aspecto interesante es que una disminución de la cuota de sobrecargo  $s_A$  (con todo lo demás constante) por parte del banco A genera una pérdida de consumidores en favor del banco B, debido a que los usuarios prefieren afiliarse al banco B para evitar el cobro excesivo por transacciones interbancarias.

En la primera etapa del juego los bancos determinan el número de cajeros a instalar  $n_i$ , precios por apertura de cuenta  $F_i$ , así como las comisiones por transacciones en cajeros con el propósito de maximizar sus ganancias. Las ganancias del banco A están dadas por:

$$\pi_A = x(F_A - c_b) + \pi_A^{ATM} \quad (4)$$

$$\pi_A^{ATM} = xP_A(1-d_A)(d_A - z) + xP_B(1-f_A-s_B)(f_A - a) \quad (5)$$

$$+ (1-x)P_A(1-f_B-s_A)(s_A + a - z) - cn_A$$

El primer término de la ecuación (4) representa los ingresos obtenidos por todos aquellos usuarios que abrieron una cuenta en

el banco A. La ecuación (5) captura las ganancias obtenidas por los servicios de cajeros, tanto de usuarios propios como ajenos. El primer término de la ecuación (5) expresa el ingreso procedente de los retiros de clientes propios en cajeros propios. El segundo término expresa el ingreso obtenido por los retiros de clientes propios en cajeros ajenos, por su parte, el penúltimo término es la ganancia obtenida por los retiros de clientes ajenos en cajeros propios. Para finalizar,  $cn_A$  son los costos de instalación de  $n_A$  cajeros automáticos.

Lo que se busca a continuación es el equilibrio simétrico de Nash. Las cinco condiciones de primer orden del problema de maximización están dadas por:

$$i) \quad \frac{\partial \pi_i}{\partial n_i} = 0 \Leftrightarrow \frac{\partial x}{\partial n_i}(\tilde{p}_i) + \frac{\partial P_i}{\partial n_i} \left( x(1-d_i)(d_i-z) + (1-x) \right. \\ \left. (1-f_j-s_i)(s_i+a-z) \right) + \frac{\partial P_j}{\partial n_i} (x(1-f_i-s_j)(f_i-a)) - c = 0$$

$$ii) \quad \frac{\partial \pi_i}{\partial F_i} = 0 \Leftrightarrow \frac{\partial x}{\partial F_i}(\tilde{p}_i) + x = 0$$

$$iii) \quad \frac{\partial \pi_i}{\partial d_i} = 0 \Leftrightarrow \frac{\partial x}{\partial d_i}(\tilde{p}_i) + xP_i((1-d_i) + (z-d_i)) = 0$$

$$iv) \quad \frac{\partial \pi_i}{\partial f_i} = 0 \Leftrightarrow \frac{\partial x}{\partial f_i}(\tilde{p}_i) + xP_j((1-f_i-s_j) + (a-f_i)) = 0$$

$$v) \quad \frac{\partial \pi_i}{\partial s_i} = 0 \Leftrightarrow \frac{\partial x}{\partial s_i}(\tilde{p}_i) + (1-x)P_i((1-f_j-s_i) \\ + (z-a-s_i)) = 0$$

Con

$$\tilde{p}_i = ((F_i - c_b) + P_i(1-d_i)(d_i-z) + P_j(1-f_i-s_j)(f_i-a) - \\ P_i(1-f_j-s_i)(s_i+a-z)).$$

El término  $\tilde{p}_i$  representa la ganancia neta para el banco  $i$  de que un usuario adicional se afilie a su banco. Es importante observar que, en cada expresión, se balancean los efectos tanto de demanda de usuarios como de demanda por transacciones en cajeros.

Al resolver simultánea y no cooperativamente las condiciones de primer orden tanto para el banco A como para el banco B se obtiene la siguiente caracterización de equilibrio simétrico de Nash:

PROPOSICIÓN 1. *El equilibrio en el escenario base está dado por las siguientes ecuaciones:*

i) *Instalación de cajeros:*

$$n_i^* = \frac{1}{72c}(10z^2 - 20z + 10)$$

ii) *Tamaño total de red:*

$$n^* = n_A^* + n_B^* = \frac{1}{36c}(10z^2 - 20z + 10)$$

iii) *Precios por apertura de cuenta:*

$$F_i^* = 1 + c_b + \frac{1}{9} + \frac{1}{9}z^2 - \frac{2}{9}$$

iv) *Comisiones por transacciones en cajeros:*

$$d_i^* = z, f_i^* = a, s_i^* = \frac{2}{3} + \frac{1}{3}z - a$$

v) *Ganancias de los bancos:*

$$\pi_i^* = \frac{17}{36} + \frac{1}{18}z - \frac{1}{36}z^2$$

vi) *Excedente de consumidores:*

$$CS^* = M - c_b + \frac{1}{6}z^2 - \frac{1}{3}z - \frac{13}{12}$$

DEMOSTRACIÓN. Ver apéndice 5.1.

Al analizar detalladamente los resultados de equilibrio se puede concluir lo siguiente. En primer lugar, el número de cajeros instalados por cada banco  $n_i$ , así como el tamaño de red  $n$ , son decrecientes tanto en los costos de instalación  $c$  como en los costos marginales por transacción  $z$ .

Un elemento importante es que los bancos establecen a sus usuarios, tanto por transacciones en cajeros propios como ajenos, comisiones iguales al costo marginal  $d_i^* = z, f_i^* = a$ ; la razón es que con esta política de precios se maximiza el excedente de los consumidores por transacciones en cajeros, el cual absorben los bancos mediante la cuota fija  $F_i^*$ .<sup>17</sup> Con el propósito estratégico de obtener una mayor participación de mercado, la cuota de sobrecargo (retiros de usuarios ajenos en cajeros propios) se establece a un nivel superior al costo marginal de procesar la transacción.

En lo que se refiere a la composición del precio por apertura de cuenta,  $F_i$  es la suma del precio que habría si no existieran servicios de cajeros ( $1 + c_b$ ), más el costo de oportunidad de atraer un nuevo consumidor ( $\frac{1}{9} + \frac{1}{9}z^2 - \frac{2}{9}$ ). El costo de oportunidad está dado por:  $P_i(1 - f_j - s_i)(s_i + a - z)$ . Con una probabilidad  $P_i$  los usuarios del banco  $j$  habrían encontrado cajeros del banco  $i$  y realizar esa transacción con una probabilidad igual a  $(1 - f_j - s_i)$ , que representa un beneficio para el operador del cajero de  $(s_i + a - z)$ . Al sustituir los valores de equilibrio tenemos que el costo de oportunidad de atraer un nuevo consumidor es  $\frac{1}{9} + \frac{1}{9}z^2 - \frac{2}{9}z$ .<sup>18</sup>

Finalmente, un resultado importante es que las variables de mercado como: ganancias de los bancos, excedente del consumidor, instalación de cajeros y precios por apertura de cuenta, no dependen del valor de la cuota de intercambio. La razón es que un aumento de la cuota de intercambio genera un aumento de la misma cuantía en la comisión por uso de cajero ajeno, así como una reducción del mismo monto en la cuota de sobrecargo, por lo que su efecto es totalmente compensado.<sup>19</sup> En equilibrio, el pago a los usuarios por transacciones interbancarias es  $f_i^* + s_j^* = \frac{2}{3} + \frac{1}{3}z$ .

A continuación se analiza el equilibrio resultante bajo las condiciones establecidas después de la regulación.

<sup>17</sup> Resultados similares han sido encontrados por Croft y Spencer (2004).

<sup>18</sup> Dado que las transacciones de usuarios propios son establecidas igual al costo marginal estas no representan ganancias para el banco.

<sup>19</sup> Esta neutralidad de la cuota de intercambio bajo la presencia de comisión por uso de cajero ajeno y cuotas de sobrecargo es un resultado obtenido en la literatura por Chioveanu *et al.* (2009) y Donze y Dubec (2009), entre otros.

5.2. *Equilibrio del escenario regulación Banco de México*

En la última etapa, con una probabilidad  $P_i = n_{ir}/n_r$  el consumidor encontrará un cajero del banco al que está afiliado, debido a que la transacción es libre de cargo la probabilidad de que la realice es uno. Con una probabilidad  $P_j = n_{jr}/n_r$  el consumidor encontrará un cajero ajeno y sólo lo utilizará si  $v \geq s_{jr}$ , donde  $s_{jr}$  representa el cobro directo establecido por el operador del cajero, por lo que la probabilidad de que realice la transacción es  $(1 - s_{jr})$ .

En la penúltima etapa los consumidores deciden a qué banco afiliarse, por lo que tienen que comparar la utilidad esperada de afiliarse al banco A y B. Para un consumidor localizado a una distancia  $x$  éstas vienen dadas, respectivamente, por:

$$M - x - F_{Ar} + P_A \frac{1}{2} + P_B \frac{(1 - s_{Br})^2}{2} \quad (6)$$

$$M - (1 - x) - F_{Br} + P_B \frac{1}{2} + P_A \frac{(1 - s_{Ar})^2}{2} \quad (7)$$

Al seguir la misma lógica respecto al escenario base e igualar las ecuaciones anteriores se obtiene la participación de mercado para el banco A:

$$x = \frac{1}{2} + \frac{F_{Br} - F_{Ar}}{2} + \frac{P_A - P_B}{4} + \frac{P_B(1 - s_{Br})^2 - P_A(1 - s_{Ar})^2}{4} \quad (8)$$

Dado que las transacciones a usuarios propios son gratuitas se puede observar fácilmente que la demanda del banco A se incrementa a medida que aumenta  $P_A - P_B$ .<sup>20</sup> La razón es que los consumidores prefieren afiliarse al banco que les permita hacer un mayor número de transacciones en cajeros libres de costo, que realizar transacciones en cajeros ajenos a costo  $s_{ir}$ . Debido a lo anterior, los bancos pueden utilizar la instalación de cajeros como una herramienta estratégica para incrementar sus participaciones de mercado. Para finalizar, se puede observar que un aumento del cobro directo  $s_{Ar}$  (todo lo demás constante) por parte del banco A atrae nuevos consumidores, los cuáles

---

<sup>20</sup> Debido a que  $P_i = n_i/n$  esta diferencia captura las asimetrías en el tamaño de red entre los bancos.

prefieren afiliarse al banco A para evitar el cobro excesivo por transacciones interbancarias.

Bajo este escenario las ganancias del banco A vienen dadas por:

$$\pi_{Ar} = x(F_{Ar} - c_b) + \pi_A^{ATM(r)} \quad (9)$$

$$\begin{aligned} \pi_A^{ATM(r)} = & xP_A(-z) + xP_B(1 - s_{Br})(a_I) \quad (10) \\ & + (1 - x)P_A(1 - s_{Ar})(s_{Ar} - a_I - z) - cn_{Ar} \end{aligned}$$

A diferencia del escenario base, debido a que la regulación prohibió el cobro a este tipo de transacciones, el término  $xP_A(-z)$  representa los costos de procesar los retiros de clientes propios en cajeros propios. El término  $xP_B(1 - s_{Br})(a_I)$  significa las ganancias obtenidas por las cuotas de intercambio inversa, por todas aquellas transacciones de usuarios propios en cajeros ajenos. El penúltimo término  $(1 - x)P_A(1 - s_{Ar})(s_{Ar} - a_I - z)$  expresa los ingresos procedentes de retiros de clientes ajenos en cajeros propios. Por último,  $cn_{Ar}^r$  representa los costos de instalación de la red de cajeros por parte del banco A. Como se puede observar, ahora el banco operador del cajero paga la cuota de intercambio  $a_I$  al banco emisor de la tarjeta y se elimina el pago de comisiones por uso de cajero ajeno.

Las condiciones de primer orden del problema de maximización se pueden expresar de la siguiente forma:

$$\begin{aligned} i) \quad \frac{\partial \pi_{ir}}{\partial n_i^r} = 0 \Leftrightarrow & \frac{\partial x}{\partial n_{ir}}(\tilde{p}_i^r) + \frac{\partial P_i}{\partial n_{ir}} \left( x(-z) + (1 - x)(1 - s_{ir}) \right. \\ & \left. (s_{ir} - a_I - z) \right) + \frac{\partial P_j}{\partial n_{ir}} \left( x(1 - s_{jr})(a_I) \right) - c = 0 \end{aligned}$$

$$ii) \quad \frac{\partial \pi_{ir}}{\partial F_{ir}} = 0 \Leftrightarrow \frac{\partial x}{\partial F_{ir}}(\tilde{p}_i^r) + x = 0$$

$$iii) \quad \frac{\partial \pi_{ir}}{\partial s_i^r} = 0 \Leftrightarrow \frac{\partial x}{\partial s_{ir}}(\tilde{p}_i^r) + (1 - x)P_i((1 - s_{ir}) + (z + a_I - s_{ir})) = 0$$

Con

$$\tilde{p}_i^* = ((F_{ir} - c_b) + P_i(-z) + P_j(1 - s_{jr})(a_I) - P_i(1 - s_{ir})(s_{ir} - a_I - z)).$$

Al resolver las condiciones de primer orden, la siguiente proposición muestra los resultados de equilibrio:

PROPOSICIÓN 2. *El equilibrio en el escenario regulación Banco de México:*

i) *Instalación de cajeros:*

$$n_{ir}^* = \frac{1}{72c}(4a_I^2 + 5a_I z - 5a_I + z^2 - 11z + 10)$$

ii) *Tamaño total de red:*

$$n_r^* = n_{Ar}^* + n_{Br}^* = \frac{1}{36c}(4a_I^2 + 5a_I z - 5a_I + z^2 - 11z + 10)$$

iii) *Precios por apertura de cuenta:*

$$F_{ir}^* = 1 + c_b + \frac{1}{9} + \frac{5}{18}a_I^2 + \frac{7}{18}a_I z - \frac{7}{18}a_I + \frac{1}{9}z^2 + \frac{5}{18}z$$

iv) *Comisión por transacciones interbancarias:*

$$s_{ir}^* = \frac{2}{3} + \frac{1}{3}(a_I + z)$$

v) *Ganancias de los bancos:*

$$\pi_{ir}^* = \frac{17}{36} + \frac{1}{18}a_I^2 + \frac{11}{72}a_I z - \frac{11}{72}a_I + \frac{7}{72}z^2 - \frac{5}{72}z$$

vi) *Excedente de consumidores:*

$$CS_r^* = M - c_b - \frac{13}{12} - \frac{1}{4}a_I^2 - \frac{1}{3}a_I z + \frac{1}{3}a_I - \frac{1}{12}z^2 - \frac{1}{3}z$$

DEMOSTRACIÓN. Ver apéndice 5.2.

En este nuevo escenario se observa claramente que la cuota de intercambio inversa,  $a_I$ , es relevante en la determinación de todas las variables del modelo, esto se debe a que se pierde su neutralidad dada la desaparición de las comisiones por uso de cajero ajeno. Otro aspecto interesante es que el cobro directo ( $s_{ir}^*$ ) por transacciones interbancarias, se establece a un nivel superior al costo marginal de procesar la transacción ( $a_I + z$ ), con el propósito de atraer un mayor número de consumidores y extraer sus excedentes mediante el precio por apertura de cuenta  $F_{ir}$ . Esto indica que el cobro directo, de la misma forma que el sobrecargo, es utilizado no sólo para obtener beneficios por las transacciones en cajeros, sino también como un instrumento estratégico para obtener mayores participaciones de mercado.<sup>21</sup> Los resultados son congruentes con los obtenidos por Massoud y Bernhardt (2004) y por Chioveanu *et al.* (2009).

Igual que en el escenario base, en este nuevo escenario resultante después de la regulación de Banco de México, el precio por apertura de cuenta  $F_{ir}^*$  está compuesto por dos elementos: el primero por el precio que habría si no existieran cajeros ( $1 + c_b$ ) y el segundo por el costo de oportunidad de atraer un nuevo consumidor  $\frac{1}{9} + \frac{5}{18}a_I^2 + \frac{7}{18}a_I z - \frac{7}{18}a_I + \frac{1}{9}z^2 + \frac{5}{18}z$ . Para entender dicho costo se puede descomponer de la siguiente forma: con una probabilidad  $P_i$  el usuario del banco  $j$  hubiera encontrado cajeros del banco  $i$  que realiza esa transacción con una probabilidad igual a  $(1 - s_{ir})$ , lo que le reporta un ingreso de  $(s_{ir} - a_I - z)$ . Afiliado al banco  $i$  este usuario encontrará cajeros propios con una probabilidad  $P_i$  que generan un costo de  $(z)$ . Finalmente, dicho usuario con una probabilidad  $P_j$  encontrará cajeros del banco al cual estaba afiliado, con probabilidad  $(1 - s_{jr})$  realizará la transacción que reportará una ganancia neta al banco  $i$  de  $a_I$ . El costo de oportunidad viene dado por  $P_i(1 - s_{ir})(s_{ir} - a_I - z) + P_i(z) - P_j(1 - s_{jr})(a_I)$ . Al sustituir los valores de equilibrio se tiene que el costo de oportunidad es igual a

$$\frac{1}{9} + \frac{5}{18}a_I^2 + \frac{7}{18}a_I z - \frac{7}{18}a_I + \frac{1}{9}z^2 + \frac{5}{18}z.$$

En la siguiente sección lo que se busca es analizar desde un enfoque de estática comparada los efectos de la regulación, al comparar el equilibrio resultante en el escenario original con el equilibrio resultante después de la regulación. Se analizan los efectos de la regulación

---

<sup>21</sup> Al establecer mayores cuotas de sobrecargo los bancos se vuelven más atractivos, ya que los usuarios prefieren afiliarse a ellos con el propósito de evitar el pago excesivo por sus transacciones interbancarias.

sobre el excedente de los consumidores y ganancias de los bancos y se considera su impacto sobre instalación de cajeros y precios.

## 6. Comparación de equilibrios

Hasta aquí el análisis se había desarrollado tomando exógena la cuota de intercambio (tradicional e inversa), en esta sección se amplía el análisis que incluye una etapa adicional al juego (etapa 0). En dicha etapa se considera el supuesto de que los bancos seleccionan cooperativamente la cuota de intercambio con el propósito de maximizar sus ganancias conjuntas.<sup>22</sup>

En el escenario base una de las conclusiones de equilibrio es que las ganancias de los bancos son neutrales al valor de la cuota de intercambio, por lo que la decisión de  $a$  es irrelevante. Sin embargo, para el escenario después de la regulación la cuota de intercambio (en este caso inversa) juega un papel determinante en las variables de mercado. Es fácil verificar que las ganancias de los bancos son decrecientes respecto a la cuota de intercambio inversa  $a_I$ , por lo tanto, si los bancos seleccionan cooperativamente su valor para maximizar sus ganancias conjuntas, claramente la elección es  $a_I = 0$ .<sup>23</sup> La siguiente proposición resume los resultados obtenidos.

PROPOSICIÓN 3. *Al suponer que los bancos seleccionan la cuota de intercambio en el nivel que maximiza sus ganancias conjuntas, entonces la regulación genera:*

*i) Mayor número de cajeros:*

$$n^* < n_r^*$$

*ii) Mayores precios por apertura de cuenta:*

$$F_i^* < F_{ir}^*$$

---

<sup>22</sup> La idea de seleccionar cooperativamente la cuota de intercambio es un supuesto común en la literatura, por ejemplo, Donze y Dubec (2009), Fauli-Oller (2008), Matutes y Padilla (1994), entre otros; lo cual es congruente con las prácticas reales de su determinación.

<sup>23</sup> Esta conclusión se cumple dado el supuesto de que  $a_I + z < 1$ , el cual se hizo para evitar soluciones de esquina.

iii) *Iguales comisiones por transacciones interbancarias:*

$$f_i^* + s_j^* = s_{jr}^*$$

iv) *Menores ganancias de los bancos:*

$$\pi_i^* > \pi_i r^*$$

v) *Menor excedente de consumidores:*

$$CS^* > CS_r^*$$

DEMOSTRACIÓN. Ver apéndice 6.1.

Debido a que la regulación prohíbe el cobro de comisiones para usuarios propios se genera un aumento en  $\frac{1}{4}$  en el excedente de los consumidores.<sup>24</sup> La comisión por transacciones interbancarias quedó sin cambio, mantiene constante el excedente de los consumidores en este tipo de transacciones. De manera sorprendente, a pesar de que la regulación elimina la comisión por uso de cajero ajeno, los bancos compensan la eliminación con un cobro directo del mismo monto:

$$f_i^* + s_j^* = s_{jr}^* = \frac{2}{3} + \frac{1}{3}z$$

El número de cajeros instalados es mayor en el escenario con regulación  $n^* < n_r^*$ . El aumento en el tamaño de red está dado por

$$n_r^* - n^* = \frac{1}{4c}z(1-z)$$

Si se compara el escenario con regulación con el escenario base las transacciones de usuarios propios son gratuitas, los consumidores, con el propósito de disminuir el pago por transacciones interbancarias, prefieren afiliarse al banco con mayor número de cajeros. Debido a lo

---

<sup>24</sup> Es importante señalar que la utilidad esperada por transacciones en cajeros propios está dada por  $P_i \frac{1}{2}$ .

anterior, los bancos con el objetivo de incrementar sus participaciones de mercado instalan un mayor número de cajeros.

Respecto a los precios por apertura de cuenta, la regulación, al establecer que las transacciones para cliente propios fueran gratuitas, genera un aumento en los costos del banco  $i$  de  $P_i(-z)$ .<sup>25</sup> El banco transfiere esta disminución de ganancias o aumento en el costo de oportunidad, a un mayor precio de apertura de cuenta que provoca un incremento después de la regulación de

$$F_{ir}^* - F_i^* = \frac{1}{2}z$$

Dado que las comisiones por transacciones interbancarias se mantienen sin cambios y el aumento en costos por transacciones de cliente propios es compensado por un mayor precio por apertura de cuenta; la disminución de ganancias por parte de los bancos se debe a una política de instalación de cajeros más agresiva. Se puede verificar fácilmente que la disminución coincide con el aumento en costos por la instalación de cajeros

$$p_{ir}^* - p_i^* = c\Delta n_i = -c\frac{1}{8c}z(1-z)$$

Para finalizar, la disminución en el excedente del consumidor, que viene dada por

$$CS_r^* - CS^* = -\frac{1}{4}z^2,$$

se puede descomponer de la siguiente forma: antes de la regulación las transacciones para clientes propios tenían un costo de  $z$  que generaba una utilidad neta al consumidor de

$$\frac{1}{4}(1-z)^2;$$

al establecerse que los bancos no pueden cobrar comisiones a sus usuarios, cuando estos realizan transacciones en sus cajeros, se ocasiona que la utilidad esperada por transacciones en cajeros propios sea de  $\frac{1}{4}$ . Debido a ello, la regulación aumenta el excedente de los consumidores por transacciones en cajeros propios en

$$\frac{1}{4} - \frac{1}{4}(z-1)^2.$$

---

<sup>25</sup> Un usuario del banco  $i$  con una probabilidad  $P_i$  encontrará cajeros propios, que generará un costo por transacción de  $-z$ .

Sin embargo, los bancos desplazan las comisiones por transacciones en cajeros propios a un mayor precio por apertura de cuenta, y disminuye en el mismo monto el excedente del consumidor ( $\frac{1}{2}z$ ). La disminución del excedente después de la regulación viene dada por

$$CS_r^* - CS^* = \frac{1}{4} - \frac{1}{4}(z-1)^2 - \frac{1}{2}z = -\frac{1}{4}z^2$$

A la luz de los resultados obtenidos, desde una perspectiva teórica, se puede concluir que la regulación incentiva la instalación de cajeros, efecto por el cual se da una disminución en las ganancias de los bancos. Sin embargo, a pesar de que la regulación elimina el cobro de comisiones por uso de cajero ajeno, con el propósito de eliminar cobros excesivos, las comisiones por transacciones interbancarias se mantienen sin cambios. Adicionalmente, se observa un desplazamiento de las comisiones por el uso de cajeros propios hacia mayores precios por apertura de cuenta; lo cual intuitivamente sucede porque los usuarios son menos sustitutos entre sí al incrementarse los costos de oportunidad de atraer un nuevo consumidor.

No obstante de que la regulación genera una pérdida de excedente del consumidor, ya que el aumento en excedente por la eliminación de comisiones por transacciones en cajeros propios es menor que la disminución por el aumento en precios por apertura de cuenta, es importante mencionar que la modelación planteada no considera los efectos que un mayor tamaño de red tiene sobre el excedente de los consumidores. Por lo anterior, erróneamente se podría concluir que la situación de los consumidores se agrava después de la regulación. En términos de excedente de los consumidores, para evaluar correctamente la política se debe valorar su efecto entre un mayor tamaño de red y mayores precios por apertura de cuenta, debido a que la disminución en excedentes puede verse más que compensada por un aumento en el tamaño de red; por ello el regulador debe balancear entre tamaño de red y precios por apertura de cuenta.

## 7. Extensiones

### 7.1. *Equilibrio regulación alterna*

La regulación de comisiones en cajeros automáticos establecida por el Banco de México en 2010 determinó que, con el propósito de promover la instalación de cajeros, se eliminaba el cobro doble para los

usuarios, adicionalmente, se prohibía el cobro de comisiones por retiro y consulta de saldo en cajeros propios. Analizaremos el efecto de una regulación alterna en la que solamente se eliminan comisiones por uso de cajero ajeno pero se permite a los bancos el cobro por transacciones en cajeros propios.

Al seguir la modelación anterior tendríamos la siguiente función objetivo para el banco A:

$$\pi_{Al} = x(F_{Al} - c_b) + \pi_{Al}^{ATM} \quad (11)$$

$$\begin{aligned} \pi_{Al}^{ATM} = & xP_A(1 - d_{Al})(d_{Al} - z) + xP_B(1 - s_{Bl})(a_I) \quad (12) \\ & + (1 - x)P_A(1 - s_{Al})(s_{Al} - a_I - z) - cn_{Al} \end{aligned}$$

Donde:

$$\begin{aligned} x = & \frac{1}{2} + \frac{F_{Bl} - F_{Al}}{2} + \frac{P_A(1 - d_{Al})^2 - P_B(1 - d_{Bl})^2}{4} \quad (13) \\ & + \frac{P_B(1 - s_{Bl})^2 - P_A(1 - s_{Al})^2}{4} \end{aligned}$$

Como se puede observar la ecuación (12) es similar a la ecuación (10), sólo con la diferencia de que el primer término captura los ingresos procedentes por transacciones de usuarios propios en cajeros propios. Los términos adicionales capturan los ingresos por transacciones interbancarias de acuerdo con lo establecido por la regulación.

Al resolver simultáneamente tenemos la siguiente caracterización de equilibrio.

PROPOSICIÓN 4. *El equilibrio en el escenario de regulación alterna:*

*i) Instalación de cajeros:*

$$n_{il}^* = \frac{1}{72c}(4a_I^2 + 5a_I z - 5a_I + 10z^2 - 20z + 10)$$

ii) *Tamaño total de red:*

$$n_i^* = n_{AI}^* + n_{BI}^* = \frac{1}{36c}(4a_I^2 + 5a_I z - 5a_I + 10z^2 - 20z + 10)$$

iii) *Precios por apertura de cuenta:*

$$F_{ii}^* = 1 + c_b + \frac{1}{9} + \frac{5}{18}a_I^2 + \frac{7}{18}a_I z - \frac{7}{18}a_I + \frac{1}{9}z^2 - \frac{2}{9}z$$

iv) *Comisión por transacciones interbancarias:*

$$d_{il}^* = z, s_{il}^* = \frac{2}{3} + \frac{1}{3}(a_I + z)$$

v) *Ganancias de los bancos:*

$$\pi_{ii}^* = \frac{17}{36} + \frac{1}{18}a_I^2 + \frac{11}{72}a_I z - \frac{11}{72}a_I - \frac{1}{36}z^2 + \frac{1}{18}z$$

vi) *Excedente de consumidores:*

$$CS_i^* = M - c_b - \frac{13}{12} - \frac{1}{4}a_I^2 - \frac{1}{3}a_I z + \frac{1}{3}a_I + \frac{1}{6}z^2 - \frac{1}{3}z$$

DEMOSTRACIÓN. Ver apéndice 7.1.

Igual que en el escenario con regulación, para poder comparar los resultados respecto al escenario base es necesario determinar el valor cuota de intercambio inversa  $a_I$ . Se puede verificar fácilmente que las ganancias de los bancos son decrecientes en  $a_I$ , por lo que si los bancos seleccionan cooperativamente su valor para maximizar sus ganancias conjuntas, claramente la elección es  $a_I = 0$ . En esta situación si la decisión de la cuota de intercambio es tomada conjuntamente por los bancos la regulación alterna genera los mismos resultados de equilibrio que el escenario base. La siguiente proposición resume los resultados obtenidos.

PROPOSICIÓN 5. *Si la cuota de intercambio es seleccionada cooperativamente por los bancos, comisiones en cajeros, precios por apertura de cuenta, ganancias de los bancos y excedente de los consumidores son iguales antes y después de la regulación alterna.*

A la luz de los resultados obtenidos en la proposición 5 se puede concluir que el aspecto de la regulación que modificó los resultados de equilibrio fue el de prohibir el cobro de comisiones por transacciones en cajeros propios. Si la regulación se hubiera establecido igual que la regulación alterna, su único efecto sería el de dar transparencia en el cobro de comisiones.

## 8. Conclusiones

La presente investigación se enfocó al análisis, desde una perspectiva teórica, de los efectos de la regulación establecida por el Banco de México en el año 2010. Para tal propósito se compararon los resultados de equilibrio en el escenario denominado base con el equilibrio resultante después de la regulación. La investigación se centró en estudiar de forma teórica los efectos de la regulación sobre: precios, instalación de cajeros, ganancias de los bancos y excedente de los consumidores.

En los resultados se encontró que, a pesar de que la regulación elimina el cobro de comisiones por uso de cajero ajeno con el propósito de disminuir el cobro excesivo por transacciones interbancarias, la comisión por transacciones interbancarias se mantiene sin cambios. Se observa un desplazamiento de las comisiones por el uso de cajeros propios a mayores precios por apertura de cuenta; lo cual ocurre porque los usuarios son menos sustitutos entre sí al incrementarse los costos de oportunidad de atraer un nuevo consumidor. Se observa que, en términos del excedente del consumidor, el aumento en precios por apertura de cuenta excede al beneficio obtenido por transacciones en cajeros propios gratuitas, lo que ocasiona una disminución en el excedente de los consumidores. El modelo predice que la regulación incentiva la instalación de cajeros, efecto por el que se reducen las ganancias de los bancos.

Al plantear un escenario de regulación alterna donde se eliminan las comisiones por uso de cajero ajeno, pero se permite a los bancos el cobro por transacciones a usuarios propios en cajeros propios, se observa que el aspecto de la regulación que modificó los resultados de equilibrio fue el de prohibir el cobro de comisiones por transacciones en cajeros propios.

Empero, la modelación se basa en el supuesto de que los consumidores saben a cada momento las comisiones por transacciones en cajeros. En México eso no ocurría antes del cambio de regulación donde los consumidores no conocían la comisión respectiva al momento de hacer la transacción. El logro principal del cambio de regulación fue el dar transparencia a los cobros de transacciones en cajeros. Este aspecto informativo resulta relevante, dado que los consumidores al conocer los precios por transacciones toman las elecciones correctas, lo cual propicia la competencia en los mercados. Ahora es labor del Banco de México lograr una mayor difusión de los niveles de comisiones en cajeros automáticos, con el fin de reforzar la mayor transparencia en su cobro.

Otro aspecto favorable de la regulación es que, a diferencia de la situación original, la autoridad central puede influir en el mercado con su intervención mediante la cuota de intercambio. Debido a esto, la cuota de intercambio no debe ser vista sólo como una simple transferencia entre bancos sino que su determinación permite generar la correcta estructura de cuotas entre bancos y usuarios. No obstante, el regulador en su correcta determinación de la cuota de intercambio debe sopesar entre un mayor tamaño de red y mayores precios por apertura de cuenta, decisiones que son relevantes tanto para las ganancias de los bancos como para el excedente de los consumidores.

Sin embargo, para analizar las consecuencias que puede provocar la regulación se debe continuar el análisis de diferentes cuestiones, desde una perspectiva teórica y empírica. Por ejemplo, una consideración importante que en el modelo no está incluida, y que puede ser considerada para trabajos futuros, es analizar el efecto que la regulación genera sobre los bancos pequeños. En un mercado como el mexicano donde, de acuerdo con datos del Banco de México (2010), los cinco bancos más grandes del país poseen 79% de los cajeros, los cuales, a su vez, concentran el mayor número de cuentas con tarjetas de débito, 87%, resulta relevante entender los impactos de la regulación sobre los bancos con menor red de cajeros, que parecería son los principales afectados con el nuevo esquema de comisiones (cobro directo) al no poder compensar a sus usuarios cuando estos realicen transacciones en cajeros ajenos.

## Referencias

- Banco de México. 2010. Reporte sobre el sistema financiero, México.
- Chioveanu, I., R. Fauli-Oller, J. Sandonis y J. Santamaría. 2009. ATM Surcharges: Effects on Deployment and Welfare, *The Journal of Industrial Economics*, (57):3, 613-635.
- Croft, E. y B. Spencer. 2004. Fees and Surcharging in Automatic-Teller Machines Networks: Non-Bank ATM Providers versus Large Banks, NBER Working Paper Series, núm. 9883.
- Diario Oficial de la Federación. 2010. Circular 14/2010 y 22/2010, dirigida a las instituciones de crédito, sociedades financieras de objeto limitado y sociedades financieras de objeto múltiple reguladas (lunes 26 de julio).
- Donze, J. y I. Dubec. 2006. The Role of Interchange Fees in ATM Networks, *International Journal of Industrial Organization*, 24(1): 29-43.
- Donze, J. y I. Dubec. 2009. Paying for ATM Usage: Good for Consumers, Bad for Banks? *The Journal of Industrial Economics*, 57(3): 583-612.
- Fauli-Oller, R. 2009. The Role of Interchange Fee on the Effect of Forbidding Price Discrimination of ATM Services, IVIE Working Papers, WP-AD 2008-03.
- Kaiser, K. y C. Lever. 2011. Regulación de comisiones de cajero en un modelo de competencia espacial, Banco de México, Documentos de Investigación, núm. 2011-09.
- Matutes, C. y A. J. Padilla. 1994. Shared ATM Networks and Banking Competition, *European Economic Review*, 38: 1113-1138.
- Massoud, N. y D. Bernhardt. 2002. Rip-off ATM Surcharges, *Rand Journal of Economics*, 33(1): 96-115.
- . 2005. Endogenous ATM Networks and Pricing (mimeo).
- Prager, R. 2001. The Effects of ATM Surcharges on Small Banking Organizations, *Review of Industrial Organization*, 18(2): 161-173.

## Apéndice

5.1. DEMOSTRACIÓN DE LA PROPOSICIÓN 1. La matriz Hessiana de la función objetivo del escenario base. La matriz Hessiana de segundas derivadas de la función de objetivo debe ser negativa definida. La matriz está dada por:

$$H = \begin{pmatrix} \frac{\partial^2 \pi_i}{\partial n_i^2} & \frac{\partial^2 \pi_i}{\partial n_i F_i} & \frac{\partial^2 \pi_i}{\partial n_i d_i} & \frac{\partial^2 \pi_i}{\partial n_i f_i} & \frac{\partial^2 \pi_i}{\partial n_i s_i} \\ \frac{\partial^2 \pi_i}{\partial F_i n_i} & \frac{\partial^2 \pi_i}{\partial F_i^2} & \frac{\partial^2 \pi_i}{\partial F_i d_i} & \frac{\partial^2 \pi_i}{\partial F_i f_i} & \frac{\partial^2 \pi_i}{\partial F_i s_i} \\ \frac{\partial^2 \pi_i}{\partial d_i n_i} & \frac{\partial^2 \pi_i}{\partial d_i F_i} & \frac{\partial^2 \pi_i}{\partial d_i^2} & \frac{\partial^2 \pi_i}{\partial d_i f_i} & \frac{\partial^2 \pi_i}{\partial d_i s_i} \\ \frac{\partial^2 \pi_i}{\partial f_i n_i} & \frac{\partial^2 \pi_i}{\partial f_i F_i} & \frac{\partial^2 \pi_i}{\partial f_i d_i} & \frac{\partial^2 \pi_i}{\partial f_i^2} & \frac{\partial^2 \pi_i}{\partial f_i s_i} \\ \frac{\partial^2 \pi_i}{\partial s_i n_i} & \frac{\partial^2 \pi_i}{\partial s_i F_i} & \frac{\partial^2 \pi_i}{\partial s_i d_i} & \frac{\partial^2 \pi_i}{\partial s_i f_i} & \frac{\partial^2 \pi_i}{\partial s_i^2} \end{pmatrix} \quad (eq)$$

$$\begin{vmatrix} \frac{-4c^2 4z^2 - 8z + 49}{25z^2 - 50z + 25} & c & \frac{1}{2}c(1-z) & \frac{1}{6}c(1-z) & \frac{1}{10}c(1-z) \\ c & -1 & \frac{1}{2}z - \frac{1}{2} & \frac{1}{6}z - \frac{1}{6} & 0 \\ \frac{1}{2}c(1-z) & \frac{1}{2}z - \frac{1}{2} & -\frac{1}{4}z^2 + \frac{1}{2}z - \frac{1}{2}z & -\frac{1}{12}(z-1)^2 & 0 \\ \frac{1}{6}c(1-z) & \frac{1}{6}z - \frac{1}{6} & -\frac{1}{12}(z-1)^2 & -\frac{1}{36}z^2 + \frac{1}{18}z - \frac{5}{8} & 0 \\ \frac{1}{10}c(1-z) & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{36}z^2 - \frac{1}{18}z - \frac{13}{18} \end{vmatrix}$$

Dado que se supone que  $c > 0$  y  $0 \leq z < 1$  se tiene que:

$$DET(H_{11}) = -4c^2 \frac{4z^2 - 8z + 49}{25z^2 - 50z + 25} < 0$$

$$DET(H_{22}) = 9c^2 \frac{-z^2 + 2z + 19}{25z^2 - 50z + 25} > 0$$

$$DET(H_{33}) = -9c^2 \frac{-z^2 + 2z + 19}{4(25z^2 - 50z + 25)} < 0$$

$$DET(H_{44}) = \frac{9}{400} \frac{c^2}{(z-1)^2} (-z^2 + 2z + 19) > 0$$

$$DET(H_{55}) = -\frac{1}{1600} \frac{c^2}{(z-1)^2} (-47z^2 + 94z + 493) < 0$$

■

5.2. DEMOSTRACIÓN DE LA PROPOSICIÓN 2. La matriz Hessiana de la función objetivo del escenario con regulación. La matriz Hessiana de segundas derivadas de la función objetivo debe ser negativa definida. La matriz está dada por:

$$H = \begin{pmatrix} \frac{\partial^2 \pi_{ir}}{\partial n_{ir}^2} & \frac{\partial^2 \pi_{ir}}{\partial n_{ir} \partial F_{ir}} & \frac{\partial^2 \pi_{ir}}{\partial n_{ir} \partial s_{ir}} \\ \frac{\partial^2 \pi_{ir}}{\partial F_{ir} \partial n_{ir}} & \frac{\partial^2 \pi_{ir}}{\partial F_{ir}^2} & \frac{\partial^2 \pi_{ir}}{\partial F_{ir} \partial s_{ir}} \\ \frac{\partial^2 \pi_{ir}}{\partial s_{ir} \partial n_{ir}} & \frac{\partial^2 \pi_{ir}}{\partial s_{ir} \partial F_{ir}} & \frac{\partial^2 \pi_{ir}}{\partial s_{ir}^2} \end{pmatrix} \stackrel{=}{(eq)}$$

$$\begin{vmatrix} 4 \frac{c^2}{A^2} D & c \frac{C}{A} & \frac{1}{2} c (z-1) \frac{B}{A} \\ c \frac{C}{A} & -1 & 0 \\ \frac{1}{2} c (z-1) \frac{B}{A} & 0 & \frac{1}{36} E \end{vmatrix}$$

Debido a que se supone que  $c > 0$  y  $0 < a_I + z < 1$  se tiene que:

$$A = 4a_I^2 + 5a_I z - 5a_I + z^2 - 11z + 10 > 0$$

$$B = a_I^2 + 2a_I z + a_I + z^2 + z - 2 < 0$$

$$C = -2a_I^2 - a_I z + a_I + z^2 + 7z + 10 > 0$$

$$D = -a_I^4 - a_I^3 z + a_I^3 + 3a_I^2 z^2 + 3a_I^2 z - 60a_I^2 + 5a_I z^3 \\ + 3a_I z^2 - 102a_I z + 94a_I + 2z^4 + z^3 - 42z^2 + 154z - 196 < 0$$

$$E = a_I^2 + 2a_I z - 2a_I + z^2 - 2z - 26 < 0$$

Los determinantes de la matriz Hessiana:

$$DET(H_{11}) = 4 \frac{c^2}{A^2} D < 0$$

$$DET(H_{22}) = \frac{-c^2}{A^2} (C^2 + 4D) > 0 \text{ es positivo dado que } (C^2 + 4D) < 0$$

$$DET(H_{33}) = -\frac{c^2}{36A^2} (-9Bz^2 + 18B^2z - 9B^2 + EC^2 + 4DE) < 0 \text{ es}$$

negativo dado que  $(-9Bz^2 + 18B^2z - 9B^2 + EC^2 + 4DE) > 0$

■

6.1. DEMOSTRACIÓN DE LA PROPOSICIÓN 3. Comparación de equilibrios. Como la elección de la cuota de intercambio inversa es  $a_I = 0$ , se tiene que:

$$n_{ir}^* - n_i^* = \frac{1}{72c} (z^2 - 11z + 10) - \frac{1}{72c} (10z^2 - 20z + 10) = \\ \frac{1}{8c} z(1 - z) > 0$$

$$n_r^* - n_r^* = \frac{1}{36c} (z^2 - 11z + 10) - \frac{1}{36c} (10z^2 - 20z + 10) =$$

$$\frac{1}{4c} z(1 - z) > 0$$

$$F_{ir}^* - F_i^* = 1 + c_b + \frac{1}{9} + \frac{1}{9}z^2 + \frac{5}{18}z - \left(1 + c_b + \frac{1}{9} + \frac{1}{9}z^2 - \frac{2}{9}z\right) =$$

$$\frac{1}{2}z > 0$$

$$s_{ir}^* = f_i^* + s_j^* = \frac{2}{3} + \frac{1}{3}z$$

$$\pi_{ir}^* - \pi_i^* = \frac{17}{36} + \frac{7}{72}z^2 - \frac{5}{72}z - \left(\frac{17}{36} + \frac{1}{18}z - \frac{1}{36}z^2\right) = -\frac{1}{8}z(1 - z) < 0$$

$$CS_r^* - CS^* = V - c_b - \frac{13}{12} - \frac{1}{12}z^2 - \frac{1}{3}z - \left(V - c_b + \frac{1}{6}z^2 - \frac{1}{3}z - \frac{13}{12}\right) =$$

$$-\frac{1}{4}z^2 < 0$$

■

7.1. DEMOSTRACIÓN DE LA PROPOSICIÓN 4. La matriz Hessiana de la función objetivo del escenario de regulación alterna. La matriz Hessiana de segundas derivadas de la función objetivo debe ser negativa definida. La matriz está dada por:

$$H = \begin{pmatrix} \frac{\partial^2 \pi_i}{\partial n_i^2} & \frac{\partial^2 \pi_i}{\partial n_i F_i} & \frac{\partial^2 \pi_i}{\partial n_i d_i} & \frac{\partial^2 \pi_i}{\partial n_i s_i} \\ \frac{\partial^2 \pi_i}{\partial F_i n_i} & \frac{\partial^2 \pi_i}{\partial F_i^2} & \frac{\partial^2 \pi_i}{\partial F_i d_i} & \frac{\partial^2 \pi_i}{\partial F_i s_i} \\ \frac{\partial^2 \pi_i}{\partial d_i n_i} & \frac{\partial^2 \pi_i}{\partial d_i F_i} & \frac{\partial^2 \pi_i}{\partial d_i^2} & \frac{\partial^2 \pi_i}{\partial d_i s_i} \\ \frac{\partial^2 \pi_i}{\partial s_i n_i} & \frac{\partial^2 \pi_i}{\partial s_i F_i} & \frac{\partial^2 \pi_i}{\partial s_i d_i} & \frac{\partial^2 \pi_i}{\partial s_i^2} \end{pmatrix} = (eq)$$

$$\begin{vmatrix} -4\frac{c^2}{B^2}A & \frac{c}{B}C & -c\frac{z-1}{2B}C & c\frac{z-1}{2B}D \\ \frac{c}{B}C & -1 & \frac{1}{2}z - \frac{1}{1} & 0 \\ -c\frac{z-1}{2B}C & \frac{1}{2}z - \frac{1}{2} & F & 0 \\ c\frac{z-1}{2B}D & 0 & 0 & E \end{vmatrix}$$

Ya que se supone que  $c > 0$  y  $0 < a_I + z < 1$  se tiene que:

$$\begin{aligned} A &= a_I^4 + a_I^3z - a_I^3 - 12a_I^2z^2 + 24a_I^2z + 60a_I^2 + 4a_Iz^3 \\ &\quad - 12a_Iz^2 + 102a_Iz - 94a_I + 16z^4 - 64z^3 + 276z^2 - 424z + 196 > 0 \end{aligned}$$

$$B = 4a_I^2 + 5a_Iz - 5a_I + 10z^2 - 20z + 10 > 0$$

$$C = -2a_I^2 - a_Iz + a_I + 10z^2 - 20z + 10 > 0$$

$$D = a_I^2 - a_Iz + a_I - 2z^2 + 4z - 2 < 0$$

$$E = \frac{1}{36}a_I^2 + \frac{1}{18}a_Iz - \frac{1}{18}a_I + \frac{1}{36}z^2 - \frac{1}{18}z - \frac{13}{18} < 0$$

$$F = -\frac{1}{4}z^2 + \frac{1}{2}z - \frac{1}{2} < 0$$

Determinantes de la matriz Hessiana:

$$DET(H_{11}) = -4\frac{c^2}{B^2}A < 0$$

$$DET(H_{22}) = \frac{-c^2}{B^2}(C^2 - 4A) > 0 \text{ es positivo ya que } (C^2 - 4A) < 0$$

$$DET(H_{33}) = \frac{-c^2}{4B^2}(C^2 - 4A + C^2z^2 - 16AF + 8Az + 4C^2F - 4Az^2$$

$$-2C^2z) < 0 \text{ es negativo dado que } (C^2 - 4A + C^2z^2 - 16AF + 8Az + 4C^2F - 4Az^2 - 2C^2z) > 0$$

$$DET(H_{44}) = \frac{c^2}{16B^2}(D^2 - 4C^2E + 4FD^2 - 4zD^2 + 6z^2D^2 - 4z^3D^2$$

$$+ z^4D^2 + 16AE - 16C^2FE + 16Az^2E + 8C^2zE - 8FzD^2 - 4C^2z^2E + 4Fz^2D^2 + 64AFE - 32AzE) > 0$$

Es positivo dado que

$$(D^2 - 4C^2E + 4FD^2 - 4zD^2 + 6z^2D^2 - 4z^3D^2 + z^4D^2 + 16AE - 16C^2FE + 16Az^2E + 8C^2zE - 8FzD^2 - 4C^2z^2E + 4Fz^2D^2 + 64AFE - 32AzE) > 0$$

■