

## PROPIEDADES AISLANTES DE LOS TIPOS DE CAMBIO DUALES: UN MODELO NEOCLÁSICO

Aaron Tornell\*  
*Columbia University*

### Resumen

En este documento se ofrece un nuevo enfoque para analizar los tipos de cambio duales que destacan las interacciones de los sectores real y financiero de la economía. Se modelan los vínculos entre los flujos de divisas, la disponibilidad de capital de trabajo y la producción interna. Más aún, al limitar el grado de los flujos financieros y desvincular los precios de los bienes comerciables de la tasa de cambio, los tipos de cambio duales reducen el impacto de las perturbaciones externas sobre la producción interna, aun cuando existan fugas entre los mercados oficial y financiero. En el artículo también se comparan los tipos de cambio duales y flexibles. Se muestra que el impacto de una perturbación temporal externa es menor bajo las tasas duales. Sin embargo, la persistencia es mayor. Finalmente, se analiza la cuestión de la reunificación y la inconsistencia dinámica de los sistemas de tipo de cambio duales.

(...) el problema fundamental de hoy no es el régimen de tipo de cambio, sea éste fijo o flotante. El debate sobre el régimen evade y oscurece el problema esencial. A saber: la excesiva movilidad internacional del capital financiero privado.

(...) mi propósito es arrojar algo de arena en las ruedas de nuestros mercados financieros internacionales excesivamente eficientes.

JAMES TOBIN, 1978.

### 1. Introducción

Bajo tipos de cambio duales, las transacciones comerciales y financieras tienen lugar con diferentes tipos de cambio. En tal sistema, un tipo de cambio flotante para las transacciones financieras, combinado con un tipo de cambio fijo para las transacciones comerciales, limita el grado de los flujos fi-

\* Agradezco a Rudi Dornbusch, Stan Fischer y a Paul Krugman sus comentarios.

nancieros netos, al tiempo que mantiene al comercio exterior aislado de los tipos de cambio.<sup>1</sup>

Aunque los tipos de cambio duales han sido ampliamente utilizados, no hay consenso entre los economistas acerca de su deseabilidad. Por un lado, quienes los proponen argumentan que al inhibir los flujos financieros especulativos, los tipos de cambio duales aíslan a la economía de perturbaciones externas temporales y facilitan la implantación de programas estabilizadores.<sup>2</sup> Por ejemplo, en una situación de inestabilidad financiera, los movimientos en el tipo de cambio financiero inhiben la fuga de capitales, sin afectar los niveles de precios y tasas de interés internos. Por otro lado, los críticos han argumentado que los tipos de cambio duales presentan los siguientes inconvenientes:

- Los tipos de cambio duales introducen distorsiones que reducen el nivel de bienestar, afectando las decisiones de consumo y ahorro de los agentes. Si los flujos financieros son la respuesta óptima de agentes racionales, ¿por qué el obstaculizarlos elevaría el bienestar nacional?<sup>3</sup>
- No resulta claro cómo y por qué un sistema de tipos de cambio duales aíslan mejor a la producción de perturbaciones financieras que las tasas uniformes (fijas o flexibles). En otras palabras, no es claro cuál es el vínculo entre la restricción de los flujos financieros y el aislamiento del comercio exterior, por un lado, y el aislamiento de la producción, por otro.
- La implantación de tipos de cambio duales es cuestionable porque es imposible segregar perfectamente ambos mercados. Por ejemplo, si el premio del tipo de cambio financiero sobre el oficial fuera positivo, el comercio exterior podría establecer fugas del mercado oficial al financiero en la forma de subfacturación de las exportaciones y sobrefacturación de las importaciones.
- Los tipos de cambio duales no son viables en el largo plazo. Por lo tanto, si

<sup>1</sup> El tipo de cambio para las transacciones comerciales no necesita ser fijo y puede no ser controlado por las autoridades. Lo mismo es cierto para el tipo de cambio financiero. También, en algunos casos, se llevan a cabo varias transacciones comerciales al tipo de cambio financiero.

<sup>2</sup> De acuerdo con Dornbusch (1986): "... conducir al mundo al camino de los mercados de activos es cuestionable en el mejor de los casos; ya que el interés en los arreglos institucionales que desvinculan los mercados de activos y las políticas libres, deben ser las prioridades verdaderas."

<sup>3</sup> De acuerdo con Adams y Greenwood (1985): "Los tipos de cambio duales han sido evaluados con criterios arbitrarios, como su capacidad para aislar una economía de diversas perturbaciones económicas como puede ser un cambio en las tasas de interés mundiales. Sin embargo, no siempre es claro por qué proteger una economía es un objetivo loable y cómo contribuye esto a maximizar el bienestar de una economía". Más aún, si se compara con un sistema de tipo de cambio, en donde se sigue la regla de optimizar la cantidad de dinero, la adopción de un sistema de tipo de cambio dual sólo puede reducir el bienestar de una economía pequeña y abierta libre de distorsiones.

se implantan para enfrentar una perturbación, las tasas deberán unificarse una vez que la perturbación ha concluido.<sup>4</sup>

El propósito de este trabajo es presentar un marco teórico para analizar de manera unificada las cuestiones anteriores e investigar si existe alguna justificación para instrumentar un sistema de tipos de cambio duales. Gran parte de la literatura existente se centra en la respuesta del tipo de cambio financiero flotante a ciertos estímulos, como las políticas fiscal y monetaria, y las modificaciones en el tipo de cambio oficial.<sup>5</sup> Otra parte de la literatura trata aspectos del bienestar de los tipos de cambio duales. Por ejemplo, Adams y Greenwood (1985) muestran que su introducción reduce el bienestar en una economía abierta, competitiva y pequeña. Otros autores han analizado la viabilidad de largo plazo y la cuestión de la reunificación de los tipos de cambio duales.<sup>6</sup> Finalmente, Flood y Marion (1982), ampliando el trabajo de Argy y Portes (1972), muestran que los tipos de cambio fijos y duales tienen las mismas propiedades aislantes. Además ambas aíslan a la economía de perturbaciones externas mejor que las tasas flexibles.<sup>7</sup> Este resultado surge del hecho de que estos autores enfocan su atención en la existencia de rigideces nominales, descartando los vínculos entre los flujos financieros y la producción interna.

En este documento se ofrece un nuevo enfoque para analizar los tipos de cambio duales, donde: *i*) la restricción de los flujos financieros juega un papel clave en el aislamiento de la producción, y *ii*) un sistema de tipos de cambio duales tienen propiedades aislantes diferentes a las de las tasas uniformes (fijas o flexibles). Los tipos de cambio duales proveen la "arena en las ruedas" propuesta por Tobin.

<sup>4</sup> El Fondo Monetario Internacional y el Banco Mundial incluyen algunas veces, la eliminación de tipos de cambio múltiples como parte de la condicionalidad sobre sus préstamos.

<sup>5</sup> Véase a Aizenman (1983), Cumby (1984), Dornbusch (1986), Fleming (1971, 1974), Flood (1976), Lanyi (1975) y Obstfeld (1984).

<sup>6</sup> Véase a Frenkel y Razin (1985) y Lizondo (1987).

<sup>7</sup> Flood y Marion consideran una economía con rigideces nominales, que produce un bien donde las variaciones en la producción ocurren sólo como consecuencia de errores de predicción de los precios. En este caso, los tipos de cambio duales y fijos aíslan completamente la producción interna de las perturbaciones externas. Esto se debe a que los agentes saben que cualquier variación en el precio interno puede ser originada sólo por una variación en el precio externo —la paridad en el poder de compra se mantiene y el tipo de cambio oficial es fijo. Por lo tanto, la economía está completamente indizada. Bajo los tipos de cambio flexibles, las variaciones en los precios internos no reflejan completamente la variación en los precios externos. En consecuencia, las perturbaciones externas afectan la producción interna. Nótese que en este argumento, la importancia de los flujos financieros se ha abandonado. El hecho de que los tipos de cambio duales inhiban los flujos financieros no tiene un papel en la explicación de por qué aíslan la economía. Véase también a Fleming (1971), Flood y Marion (1982), Lanyi (1975) y Swoboda (1974).

Los aspectos sobresalientes del modelo son que la producción y existencia de fugas están modeladas explícitamente como decisiones óptimas hechas por los inversionistas racionales, y se identifica que una imperfección justifica la introducción del tipo de cambio dual. Los principales resultados del trabajo son: primero, se muestra cómo, al mantener el precio de las exportaciones e importaciones fijo y limitando el grado de los flujos financieros frente a una perturbación temporal externa, el tipo de cambio dual aísla la producción y puede mejorar el bienestar. Segundo, se muestra que en presencia de una perturbación temporal externa, las tasas duales aíslan la producción interna en el corto plazo mejor que las tasas uniformes, pero que sin embargo, generan más persistencia. Tercero, se muestra que la existencia de fugas entre los mercados oficial y financiero no mina el sistema. Finalmente, se muestra que la unificación de las tasas después de la perturbación no es una buena política, puesto que destruye las propiedades aislantes del tipo de cambio dual. Sin embargo, una política que mantiene la separación de ambas tasas, a futuro, no es creíble, es decir, es "inconsistente en el tiempo".

En la sección 2 se describe de manera intuitiva cómo los tipos de cambio duales aíslan la producción interna. En la sección 3 se formaliza el modelo. Se analizan las decisiones de inversión y de subfacturación de las exportaciones de los agentes y se discute la dinámica del tipo de cambio financiero después de una perturbación temporal externa. En la sección 4 se comparan los tipos de cambio duales y uniformes. En la sección 5 se discute la unificación e inconsistencia dinámica de los tipos de cambio duales. Finalmente, en la sección 6 se presentan las conclusiones.

## 2. Perfil

En este trabajo se analiza un sistema de tipo de cambio dual en el que la tasa utilizada en las transacciones comerciales (el tipo de cambio oficial, "e") lo fija la autoridad monetaria, mientras que el tipo de cambio utilizado para las transacciones financieras ("f") es flexible.

Se considera una economía abierta con producción y una imperfección que justifica los tipos de cambio duales (TCD). La imperfección surge del hecho de que la población no es homogénea, sino compuesta por dos grupos: los inversionistas, quienes tienen acceso al mercado internacional de capitales y los trabajadores, quienes carecen de acceso a los mercados de capitales y no pueden emigrar. Los inversionistas asignan su riqueza entre activos externos y capital de trabajo, el cual se utiliza internamente para comprar servicios laborales de los trabajadores. Estos servicios laborales se transforman, después de cierto periodo, en un bien exportable. Ya que los trabajadores no tienen acceso a los mercados de capitales, no pueden ahorrar. Por lo tanto, cualquier reducción en la demanda de trabajo de

los inversionistas reduce el ingreso de los trabajadores y por ende su consumo. Si toda la población tuviera acceso a los mercados de capitales y no existieran rigideces nominales u otras imperfecciones, el aislamiento de la producción sería insignificante, ya que la producción se llevaría a cabo a su nivel óptimo.

La perturbación que se considera es un incremento no esperado y transitorio de la tasa de interés externa. Para restablecer el equilibrio, los inversionistas demandan menos trabajo interno y más divisas financieras (DF).<sup>\*</sup> Como resultado, el producto marginal del trabajo es más alto y la rentabilidad de la inversión interna se incrementa. Bajo tipos de cambio uniformes este proceso continúa hasta que el rendimiento marginal del trabajo se iguala a la tasa de interés externa.

El impacto de la perturbación se detiene bajo los TCD porque el incremento neto en la rentabilidad relativa de la inversión en el exterior es menor que el incremento en la tasa de interés externa. Esto se debe a que hay una depreciación inmediata seguida de una apreciación esperada del tipo de cambio financiero. Bajo las tasas duales, esto crea pérdidas esperadas de capital sobre la tenencia de DF, sin embargo, la rentabilidad de la inversión interna permanece inalterada, ya que el precio de las exportaciones e importaciones está desvinculado del tipo de cambio financiero y, por lo tanto, los precios de la producción a futuro y del trabajo actual no cambian.<sup>8</sup>

Bajo un tipo de cambio uniforme no se amortigua el impacto de la perturbación financiera, puesto que las transacciones oficiales y financieras no están segregadas, por lo que los inversionistas: (i) pueden comprar DF al mismo tipo de cambio al cual se determina el precio del trabajo y (ii) de vender sus tenencias de DF al mismo tipo de cambio al cual venderán la producción del bien exportable. Por lo tanto, la rentabilidad de la inversión interna, respecto de la inversión en el exterior, es independiente de la trayectoria del tipo de cambio financiero.

Se introducen fugas entre los mercados oficial y financiero al suponer que las autoridades no pueden controlar todas las transacciones hechas en la economía. Por lo tanto, cuando el premio del tipo de cambio financiero sobre el oficial es positivo, los inversionistas encuentran rentable subfacturar una parte de sus exportaciones oficiales y venderlas a través del mercado financiero. Inversamente, cuando el premio es negativo, los inversionistas venden ilegalmente una parte de sus tenencias de DF en el mercado oficial. Si los inversionistas son descubiertos hay una confiscación.

Las fugas no minan las propiedades aislantes de los tipos de cambio duales, ya que el premio positivo en curso afecta sólo el precio actual de las exportaciones y no el precio actual del trabajo, mientras que el premio

\* Financial Foreign Exchange. (N. del T.)

<sup>8</sup> Los trabajadores consumen un bien importado y su salario en términos de este bien es fijo.

negativo futuro no afectará el precio futuro de las exportaciones.<sup>9</sup> Más aún, ya que la probabilidad de ser descubierto aumenta a una tasa creciente con el grado de transacciones ilegales, los inversionistas no venderán todas sus tenencias de DF en el mercado oficial una vez que la perturbación haya concluido. Como consecuencia, se generarán algunas pérdidas de capital sobre las tenencias de DF. Por tanto, la rentabilidad de la inversión en el exterior respecto de la inversión interna se reduce aún más.

Del argumento anterior se desprende que una perturbación temporal externa tiene mayor persistencia bajo tipos de cambio duales que bajo tasas uniformes. Esto se debe a que los inversionistas sólo pueden vender gradualmente (a través de canales ilegales) sus reservas de DF excedentes en el mercado oficial, por lo que para equilibrar el mercado de divisas deben ocurrir las depreciaciones esperadas del tipo de cambio financiero para generar las ganancias de capital sobre las posesiones de DF. Como resultado, la disponibilidad de capital de trabajo permanece deprimida y la caída en la demanda de trabajo persistirá. Bajo tipos de cambio uniformes no hay persistencia porque los inversionistas pueden vender libremente cualquier exceso de DF.

Es claro que una política establecida de reunificación de tasas mina las propiedades aislantes de los TCD. Esto se debe a que una política que no permita, en el futuro, un premio negativo del tipo de cambio financiero sobre el oficial, reduce las pérdidas de capital esperadas sobre las tenencias de DF. Por lo tanto, al momento del choque, el grado de desplazamiento de la inversión interna hacia DF sería mayor. Nótese, sin embargo, que una política establecida de mantener un premio negativo en el futuro no es creíble, esto es, los TCD son inconsistentes dinámicamente. El argumento es el siguiente: una vez que la perturbación financiera ha concluido, las autoridades enfrentarán presiones de los trabajadores e inversionistas para permitir que las DF sean vendidas en el mercado oficial. Esto produciría una mejora en el bienestar en el sentido de Pareto porque restablecería inmediatamente el empleo y eliminaría las restricciones sobre los inversionistas.

### 3. Flujos financieros, capital de trabajo y producción interna

Como se mencionó anteriormente, la economía está poblada por inversionistas que tienen acceso al mercado internacional de capitales y por trabajadores que no tienen acceso a ningún mercado de capitales y no pueden emigrar. Los inversionistas nacen con una dotación de dinero local ( $M$ ). Viven dos periodos de duración  $b$ , invierten cuando son jóvenes y consumen cuando son viejos.<sup>10</sup> Para modelar la relación entre la disponibilidad de ca-

<sup>9</sup> Esto es porque no habría incentivo para subfacturar las exportaciones.

<sup>10</sup> Al suponer que los inversionistas sólo consumen cuando son viejos, se están

pital de trabajo y las fluctuaciones en el empleo, se supone que los jóvenes pueden invertir sus recursos en dos formas:

- Comprando DF en el mercado financiero (de los viejos) al precio  $f_t$ , invirtiendo en el exterior, para obtener un rendimiento  $[1 + i^*]b$  y vendiendo durante el siguiente periodo al precio  $F_{t+b}$ .<sup>11</sup>
- Contratando servicios laborales de los trabajadores al precio unitario  $P_{nt}$ , transformándolo después de un periodo en un bien exportable ( $X$ ) y vendiéndolo en el periodo  $t + b$  a un precio, en términos de la moneda local, de  $P_{xt+b}$ .

Si los mercados comercial y financiero están perfectamente segregados (esto es, si no existieran fugas), los inversionistas viejos venden, por dinero local, su producción total del bien exportable en el mercado oficial y sus tenencias de DF. Con el dinero doméstico obtenido, los inversionistas viejos compran en el mercado financiero (a los inversionistas jóvenes). Entonces, los inversionistas gastan este dinero local comprando a las autoridades el bien de consumo que es importado y perecedero.<sup>12</sup>

Durante cada periodo, los trabajadores gastan todo su ingreso ( $P_{nt}N_t$ ) comprando el bien de consumo perecedero de las autoridades. En los periodos siguientes, ocurre de nuevo la misma secuencia de eventos.

Antes de continuar con el modelo, es necesario hacer algunos comentarios acerca de los supuestos que se han presentado. Primero, la heterogeneidad de la población introduce la distorsión que justifica los TCD. Segundo, el consumo de los trabajadores de un bien importado introduce un insumo importado en el proceso de producción.<sup>13,14</sup> Tercero, al requerir compras del bien de consumo con dinero local —introduciendo una res-

eliminando las decisiones de consumo-ahorro.

<sup>11</sup> Se supone que no existe un mercado de futuros para las DF. Dado el carácter ilegal de las actividades que generalmente tienen lugar en este mercado, el supuesto parece adecuado.

<sup>12</sup> Si existieran fugas entre los mercados, entonces los inversionistas subfacturarían las exportaciones oficiales cuando  $f > e$ , y venderían ilegalmente una parte de DF en el mercado oficial cuando  $f < e$ . Esta posibilidad se introduce en la siguiente sección.

<sup>13</sup> Para analizar la afirmación de que los TCD aíslan la producción al desvincular los precios de las importaciones y de las exportaciones del tipo de cambio financiero, es importante incluir un insumo importado en el proceso de producción. En este trabajo, el insumo importado se introduce a través del consumo de los trabajadores. Además, si ningún insumo importado se utilizara directa o indirectamente en el bien producido internamente, entonces este sector sería autárquico. En esta situación la única manera en que la demanda de los inversionistas por trabajo podría afectar el bienestar de los trabajadores sería si existiera algún tipo de rigidez en este sector.

<sup>14</sup> Al suponer que la canasta de consumo no contiene bienes producidos internamente se están dejando fuera supuestos de efectos riqueza sobre la demanda de producción interna.

En otras palabras, bajo los TCU la rentabilidad de la inversión interna respecto de la inversión en el exterior es independiente de la razón  $f_{t+b}/f_t$ .

Para ilustrar la diferencia básica en las propiedades aislantes entre ambos sistemas se considera un incremento en  $i^*$  ( $di^*$ ) en el tiempo  $t=0$ , el cual se espera que dure hasta  $t=\tau$ .<sup>19</sup> Este choque induce a los inversionistas a reducir su demanda de trabajo y desplazar sus recursos al exterior. Como resultado, el producto marginal del trabajo es más alto y la rentabilidad de la inversión interna se incrementa. Bajo los TCU el proceso continúa hasta que el incremento en  $X'(N)$  es igual a  $di^*$  y el equilibrio de cartera (6) se restablece.

Bajo los TCD el grado de desplazamiento hacia DF se deprime. Esto se debe a que el incremento en  $i^*$  genera una depreciación inmediata y una apreciación esperada de  $f$ . Estos movimientos en  $f$  generan pérdidas de capital esperadas sobre las tenencias de DF ( $f_{t+b}/f_t$  disminuye). Mientras tanto, la rentabilidad de la inversión interna  $-(P_{x,t+b}/P_n) \cdot X'(N_t)$  permanece inalterada porque  $P_x$  y  $P_n$  están desvinculadas de  $f$ . Como resultado de estas pérdidas de capital, el incremento neto en la rentabilidad relativa de la inversión en el exterior ( $f_{t+b}/f_t [1+i^*]$ ) es menor que el incremento original en  $i^*$ , por lo que el impacto sobre el empleo se atenúa.

Resumiendo, las diferencias en las propiedades aislantes de los TCD y los TCU provienen del hecho de que, bajo los TCU, el impacto de una perturbación temporal externa sobre el empleo no se atenúa por los movimientos del tipo de cambio; sin reparar en la inversión realizada, las ganancias en términos de moneda extranjera serán convertidas a moneda doméstica. Por consiguiente, la apreciación no afecta los rendimientos marginales relativos de las dos actividades como ocurre bajo los TCD. Por lo tanto, bajo los TCU, el peso del ajuste recae sobre el mercado laboral.

A continuación se introducen fugas entre los mercados oficial y financiero y se muestra que, a pesar de su presencia, la rentabilidad de la inversión en el exterior relativa a la inversión interna cae cuando  $f_{t+b}/f_t$  se reduce. En la sección 3.4 se caracteriza el estado estacionario y se prueba que un incremento en  $i^*$  origina una reducción en  $f_{t+b}/f_t$ . En la sección 5 se presentará una comparación más rigurosa de los TCD y los TCU.

### 3.3 Filtros entre los mercados oficial y financiero

La existencia de fugas entre los mercados oficial y financiero es un fenómeno real muy importante.<sup>20</sup> La pregunta natural que surge es si su existencia

<sup>19</sup> El considerar una reducción en el precio de las exportaciones conduciría al mismo resultado.

<sup>20</sup> En muchos países en desarrollo, la subfacturación de las exportaciones es de hecho un canal importante para la fuga de capitales. Gulati (1985) encuentra que de



mina las propiedades aislantes de los TCD. Se mostrará que las fugas debilitan, pero no alteran cualitativamente las propiedades básicas de los TCD.

Las fugas se introducen en el modelo mediante el supuesto de que las autoridades no pueden controlar todas las transacciones que se realizan en la economía. En particular, las autoridades sólo pueden descubrir y confiscar una proporción  $f$  de las exportaciones subfacturadas y una proporción  $\pi$  de las DF vendidas ilegalmente en el mercado oficial. Esto implica que cuando el premio es positivo ( $f > e$ ) y no se establecen impuestos al comercio, los inversionistas encuentran rentable subfacturar una proporción  $\Theta$  de sus exportaciones oficiales y venderlas a través del mercado financiero. Inversamente, cuando el premio es negativo, los inversionistas venden ilegalmente una proporción  $\Omega$  de sus tenencias de DF en el mercado oficial.<sup>21,22</sup> Conforme la tasa de subfacturación  $\Theta$  se incrementa, la probabilidad de ser descubierto se incrementa ( $\varphi'(\Theta) > 0$ ), y en el límite, si la totalidad de la producción se vende a través del mercado financiero, la mercancía es confiscada con seguridad (i.e.  $\varphi(1) = 1$ ). La subfacturación de las exportaciones implica que el precio efectivo de las exportaciones no sea  $ep^*_x$ , sino una combinación lineal de  $ep^*_x$  y  $fp^*_x$ . Formalmente, el precio efectivo de las exportaciones ( $P_x$ ) es el valor que optimiza la función definida por el siguiente problema:

$$P_x(f/e) = \text{Max}_{\Theta} [e(1-\Theta) + f(1-\Theta)]p^*_x \quad (7)$$

$$\text{s.a. } \varphi(0) = 0, \varphi(1) = 1, \varphi'(\Theta) > 0, \varphi''(\Theta) < 0$$

$$\Theta \in [0, 1]$$

Se sigue que  $\Theta$  está implícitamente definida por:<sup>23</sup>

$$\Theta(f/e) = \begin{cases} [(1-\varphi) - e/f]\varphi' > 0 & f > e \\ 0 & f \leq e \end{cases} \quad (8)$$

acuerdo con información del país socio, durante el periodo 1977-1983 la subfacturación de las exportaciones como porcentaje de las exportaciones oficiales fue de 34% para México, 13% para Brasil y 20% para Argentina.

<sup>21</sup> A propósito del efecto de los impuestos al comercio sobre los informes alterados de las exportaciones e importaciones, véase Bhagwati (1974). Para un análisis de las actividades ilegales en el comercio internacional véase también Bhandari y Decaux (1987) y De Macedo (1982).

<sup>22</sup> No se considera la sobrefacturación de las importaciones porque los inversionistas no son importadores.

<sup>23</sup> Este problema tiene una solución interior porque  $P'(\Theta=0) = f - e + \Theta'f > 0$ ,  $P'(\Theta=1) = -e < 0$  y  $P''(\Theta) = -2p^* - \Theta\varphi'' < 0$ . Más aún,  $\Theta(1) = [1 - (1 - \varphi(\Theta(1)))] = 0$  y que  $\varphi(0) = 0$  y  $\varphi'(\Theta) > 0$ .

$\Theta$  es igual a cero cuando no hay premio ( $e = f$ ), y conforme el premio aumenta, la proporción de las exportaciones subfacturadas aumenta de forma monótona:

$$\Theta'(f \geq e) = e/[2\varphi' + \Theta\varphi'']f^2 > 0 \quad (9)$$

Cuando el premio es negativo ( $f < e$ ) las exportaciones no se subfacturan. Por lo tanto, el precio efectivo de las exportaciones es  $ep^*_x$ . En este caso, los tenedores de DF tienen un incentivo para vender una participación  $\Omega$  de sus tenencias de DF en el mercado oficial. Por lo tanto, cuando el premio es negativo, el precio efectivo de DF no es  $f$  sino:

$$F(f/e) = \text{Max}_{\Omega} \quad \{ e[1-\pi]\Omega + f[1-\Omega] \} \quad (10)$$

$$\text{s.a.} \quad \pi(0) = 0, \pi(1) = 1, \pi'(\Omega) > 0, \pi''(\Omega) > 0$$

$$\Omega \in [0,1]$$

La solución para  $\Omega$  es análoga a la de  $\Theta$ . Es cero cuando hay un premio no negativo y es positivo y creciente conforme el premio llega a ser negativo. Esto es:

$$\Omega'(f \leq e) = -1/[2\pi' + \pi''\Omega]e < 0 \quad (11)$$

Aunque las fugas vinculan el "precio efectivo" ( $P_x$ ) de las exportaciones con el tipo de cambio financiero, no se alteran cualitativamente las propiedades aislantes de los TCD. Esto se debe a que la probabilidad de ser descubiertos es creciente y convexa, lo cual previene a los inversionistas de tener una tasa de subfacturación del 100% de sus mercancías. En consecuencia,  $P_x$  varía menos que proporcionalmente con respecto a  $f$ , permitiendo que los movimientos en  $f$  afecten las rentabilidades relativas de las inversiones en el exterior y en el interior. Esto se formaliza en la siguiente proposición.

#### PROPOSICIÓN I

Bajo tipos de cambio duales, la rentabilidad de la inversión en el exterior respecto de la inversión interna, es una función creciente de la razón del tipo de cambio futuro respecto al presente ( $f_{t+1}/f_t$ ). La existencia de fugas entre los mercados oficial y financiero no rompe esta dependencia.

DEMOSTRACION:

Utilizando (3') y (10), la condición de equilibrio (2) se convierte en:

$$(4') \quad X'(N_t) \cdot P_{xt+b}/P_{nt} = [1+i^*] \cdot F_{t+b}/f_t$$

De (4') se sigue que es necesario probar que  $[P_{xt+b}/P_{nt}]/[F_{t+b}/f_t]$  es creciente en  $f_{t+b}/f_t$ . Nótese que debido a que  $P_{nt}$  está desvinculado de  $f_t$  y  $f_{t+1}$ , es suficiente mostrar que  $\partial[P_{xt+b}/F_{t+b}]/\partial f_{t+b} < 0$ . Considérense dos casos:

Caso *i*:  $f_{t+b} > e$ .

Dado que  $P_{xt+b}$  es un valor que optimiza la función, se puede utilizar el teorema de la envolvente para obtener  $\partial P_{xt+b}/\partial f_{t+b} = [1-\varphi]\Theta$ . Debido a que el premio es positivo, no se venden DF en el mercado oficial ( $\Omega = 0$ ); así  $\partial F_{t+b}/\partial f_{t+b} = 1$ . Ya que  $[1-\varphi]\Theta < 1$ , se sigue que  $\partial[P_{xt+b}/F_{t+b}]/\partial[f_{t+b}/f_t] | f_{t+b} > e$  es negativo.

Caso *ii*:  $f_{t+b} < e$ .

Utilizando el teorema de la envolvente,  $\partial F_{t+b}/\partial f_{t+b} = 1-\Omega$ . Dado que el premio es negativo, las exportaciones no se subfacturan; así  $\partial P_{xt+b}/\partial f_{t+b} = 0$ . Ya que  $1-\Omega > 0$  se sigue que  $\partial[P_{xt+b}/F_{t+b}]/\partial[f_{t+b}/f_t] | f_{t+b} < e$  es negativo.

### 3.4 Equilibrio y dinámica

En esta subsección se caracteriza el estado estacionario y la dinámica del sistema. Se cierra el modelo al especificar la condición de equilibrio en el mercado de DF.

Durante cada periodo, la demanda de DF de los inversionistas jóvenes debe igualar la oferta de los inversionistas viejos. La demanda de DF está determinada por la ecuación de cartera (2). La oferta de DF está compuesta de un acervo y un flujo. El componente del acervo está determinado por la oferta del último periodo, mientras que el del flujo está determinado por el premio de la tasa financiera sobre la oficial:<sup>24</sup>

<sup>24</sup> El término  $i^*Z_{t-b}$  no se incluye en (12) porque bajo los TCD los pagos de intereses se adquieren a través de la autoridad monetaria. Esto asegura la existencia de un estado estacionario. Los pagos de intereses se tratan por otros autores de manera similar: véase Fleming (1974), Lanyi (1975) y Flood y Marion (1982). Una diferencia aquí es que los pagos de intereses se pagan al tipo de cambio financiero y no a la tasa oficial. Esto simplifica la ecuación de cartera sin alterar las propiedades cuali-

$$Z_{st} = Z_{t-b} + \{ [1-\varphi]\Theta(f_t/e) \cdot X(N_{t-b}) - [1-\Omega(f_t/e)] \cdot Z_{t-b} \} \cdot b \quad (12)$$

Si el premio es positivo, es decir, si  $f_t > e$ , entonces las exportaciones se subfacturan y se genera un flujo de oferta positivo. Este flujo es menor que la cantidad de exportaciones subfacturadas porque las autoridades confiscan una proporción  $\varphi$  de las subfacturaciones. Si el premio es negativo, entonces las exportaciones no se subfacturan, es decir  $\Theta(f_t < e) = 0$ . En este caso las DF se canalizan ilegalmente a través del mercado oficial,  $\Omega(f_t < e) > 0$ .

El sistema formado por (2) y (12) tiene un estado estacionario donde  $f_t = e$ , las fugas son cero y por lo tanto  $Z_t$  es constante. Se continúa con el análisis aproximando el sistema no lineal con un par de ecuaciones diferenciales lineales. Esto puede hacerse sin alterar las propiedades cualitativas del sistema porque hay un estado estacionario único y la convergencia es monótona, tal como se establece en la siguiente proposición.

PROPOSICIÓN ii

Dados  $i^*$ ,  $e$  y  $M$ , todos positivos, la dinámica del sistema integrado por las ecuaciones (2) y (12) tiene un único estado estacionario  $Y_{ss} = (Z_{ss} > 0, f_{ss} = e)$  sólo si  $X'(M/e) < 1 + i^*$  y  $M \leq e i^* R$ .<sup>25</sup> Además:

1. Existe una trayectoria convergente. A lo largo de esta trayectoria  $Z_t < Z_{t+i}$  y  $f_t > f_{t+i}$  para toda  $i > 0$  si  $Z_t < Z_{ss}$ ;  $Z_t > Z_{t+i}$  y  $f_t < f_{t+i}$  para toda  $i > 0$  si  $Z_t > Z_{ss}$  (monotonicidad).
2. Para cada  $Z_t$  cercana al estado estacionario existe sólo una  $f_t$  tal que  $Y_{ss}$  converge al estado estacionario (unicidad).

DEMOSTRACIÓN: véase el apéndice A.

Linealizando (2) y (12) alrededor del estado estacionario y tomando el límite conforme  $b$  tiende a cero se obtiene (véase el apéndice B):

$$\dot{f}_t = - \frac{Z_{ss} \cdot X''([M|e] - Z_{ss})}{1 + i^*} df_t - \frac{e X'([M|e] - Z_{ss})}{1 + i^*} dZ_t - \frac{di^*}{1 + i^*} \cdot \beta_t \quad (13)$$

$$\dot{Z}_t = \zeta'(1) df_t \quad (14)$$

donde  $\beta_t$  es igual a 1 para  $t < \tau$  y es igual a cero para  $t \geq \tau$ .  $\zeta(f/e)$  es una

tativas del sistema.

<sup>25</sup>  $R$  se refiere a las reservas del banco central.

función escalonada definida por el problema de sub(sobre) – facturación (8)-(11)

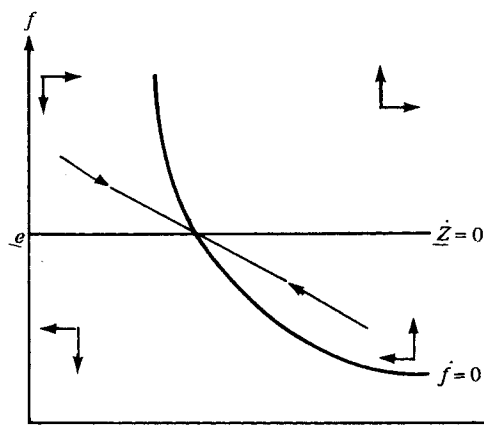
$$\xi(f/e) = \Theta\varphi \cdot X(N_{ss}) \text{ para } f \geq e \quad (15)$$

$$\Omega \cdot Z_{ss} \text{ para } f \leq e$$

Aunque  $\xi(f/e)$  es continua, no es diferenciable en  $f = e$ . Sin embargo, tiene bien definidas las derivadas por la izquierda y por la derecha, dadas por (9) y (11). Con esto en mente se define  $\xi'-(1)$  como  $Z_{ss}\partial\Omega/\partial f > 0$  y  $\xi'+(1)$  como  $X(N_{ss})\Theta'[1-\varphi-\Theta\varphi'] > 0$ .<sup>26</sup>

La figura 1 contiene el diagrama de fase correspondiente en el plano  $(Z, f)$ . El lugar geométrico definido por  $\dot{Z} = 0$  se representa por la línea horizontal  $f = e$ . Sobre esta línea, el acervo de DF es constante ya que el premio es cero. Para puntos por encima de este lugar geométrico,  $\dot{Z} > 0$  porque el premio positivo induce a subfacturar las exportaciones oficiales. Para puntos por debajo,  $\dot{Z} < 0$  porque las DF se venden ilegalmente en el mercado oficial. El lugar geométrico  $\dot{f} = 0$  representa el equilibrio de cartera.<sup>27</sup> Sobre

Figura 1  
Diagrama de fase del plano  $(Z, f)$



<sup>26</sup> Ya que  $e > 0$ , la ecuación (8) implica que  $\partial[1-\varphi]\Theta/\partial f = \Theta'[1-\varphi-\Theta\varphi']$  es positivo.

<sup>27</sup> Recuérdese que el rendimiento sobre la inversión interna tiene dos componentes: un componente de productividad y un componente de términos de intercambio, i.e.  $X'(N_t) \cdot P_{xt+1}/P_{nt}$ . De manera análoga, el rendimiento de la inversión en el exterior tiene dos componentes: el interés y las ganancias o pérdidas de capital, i.e.  $[1+i^*] \cdot f_{t+1}/f_t$ .

este lugar geométrico: (1) no existen ganancias o pérdidas de capital sobre las tenencias de DF y (2) los rendimientos marginales sobre la inversión externa y la interna se igualan. La curva  $\dot{f} = 0$  tiene pendiente negativa ya que un incremento en las tenencias de DF reduce la demanda por trabajo ( $M - fZ$ ), incrementando por ende la rentabilidad marginal de la inversión interna ( $X'(M - fZ)$ ). Ya que a lo largo de este lugar geométrico el rendimiento de la inversión en el exterior ( $1 + i^*$ ) es constante, debe haber un incremento en  $f$  con objeto de restaurar el equilibrio. A la derecha de  $\dot{f} = 0$  hay un exceso de oferta de DF. Con objeto de equilibrar el mercado, debe ocurrir una depreciación esperada ( $\dot{f} > 0$ ). Esto genera ganancias de capital esperadas sobre las tenencias de DF y en consecuencia se restaura el equilibrio en el mercado financiero. Los puntos a la izquierda de  $\dot{f} = 0$  representan un exceso de oferta de DF, por tanto  $\dot{f} < 0$ .

Se puede verificar fácilmente que las propiedades cualitativas del sistema lineal (13)-(14) son las mismas que se establecieron en la proposición II para el sistema no lineal (2) y (12). Primero el sistema lineal tiene dos valores característicos reales de signo contrario:

$$\lambda_i = \frac{\alpha Z_0 \pm \sqrt{[\alpha Z_0]^2 + 4e\alpha \xi'}}{2} \quad \alpha = -\frac{X''}{1 + i^*} > 0 \quad (16)$$

Por lo tanto, posee una trayectoria óptima estable ("saddle path"). Si inicialmente  $Z_t < Z_{ss}$ , entonces el premio será positivo y decreciente. El premio positivo induce una subfacturación de las exportaciones y por ende un incremento en las reservas de DF. El premio decreciente genera pérdidas de capital esperadas sobre las tenencias de DF, lo cual equilibra el mercado financiero. Conforme  $Z$  se aproxima a  $Z_{ss}$ , el premio se desvanece, y el equilibrio de cartera se alcanza en ausencia de ganancias o pérdidas de capital (i.e.  $X'(M/e - Z_{ss}) = 1 + i^*$ ). Segundo, existe una trayectoria única de equilibrio, convergente al estado estacionario. Cualquier otra trayectoria que esté por encima de la trayectoria convergente conduciría eventualmente a que  $f$  y  $Z$  crecieran cada vez más, haciendo imposible que los jóvenes compren el acervo de DF de los viejos. Cualquier trayectoria que esté por debajo conduciría eventualmente a  $f$  y  $Z$  decrecientes. Por consiguiente,  $f$  o  $Z$  convergirían a ser cero en un tiempo finito. Bajo el supuesto  $X'(M/e) > 1 + i^*$ , éstas tampoco son trayectorias de equilibrio.

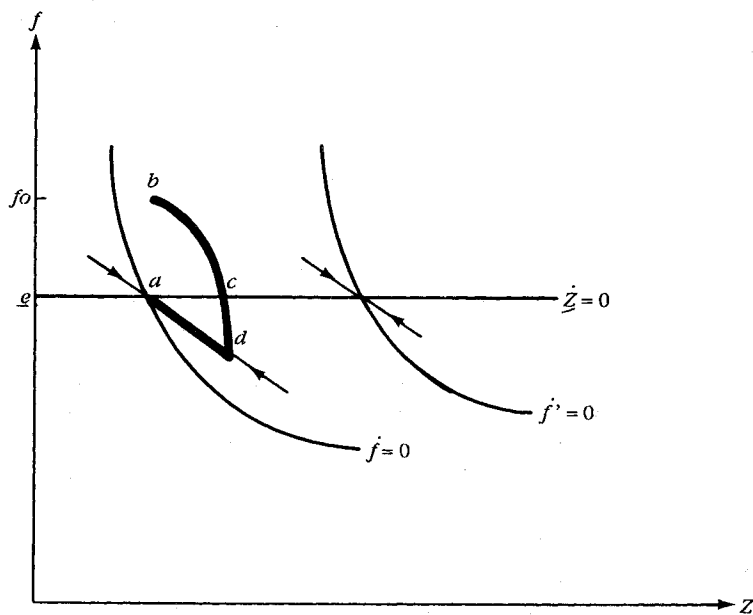
### 3.4 Efectos de una perturbación externa sobre el tipo de cambio financiero

Considérese un incremento inesperado en la tasa de interés externa ( $i^*$ ), el

cual ocurre en  $t=0$  y se espera que dure hasta  $t=\tau$ . Se mostrará que el incremento en  $i^*$  genera una depreciación inmediata discreta seguida de una apreciación gradual de  $f$ , confirmando por ende la proposición de que bajo los TCD el impacto de una perturbación externa se atenúa.

La intuición es la siguiente: una mayor  $i^*$  induce a que los inversionistas asignen una proporción mayor de sus recursos hacia DF en cada nivel de  $f$  (en la figura 2, el lugar geométrico  $\dot{f}=0$  se desplaza hacia  $\dot{f}'=0$ ). Sin embargo, bajo los TCD la oferta de DF no puede incrementarse instantáneamente. Por lo tanto, para equilibrar el exceso de demanda de DF en  $t=0$ , debe haber una depreciación inmediata de  $e$  a  $f_0$ , seguida de una apreciación gradual ( $f$  "brinca" de  $a$  a  $b$  y en seguida se desplaza a lo largo de la trayectoria  $bcd$ ). Por un lado, el premio positivo del tipo de cambio financiero sobre el oficial induce a los agentes a subfacturar las exportaciones, generando un flujo positivo de DF al mercado financiero. Por otro lado, las pérdidas de capital sobre las tenencias de DF que se generan por la apreciación esperada reducen la demanda de DF. En el apéndice B se muestra que en el intervalo en que  $di^* > 0$ ,  $Z_t$  y  $f_t$  están dadas por:

Figura 2



$$Z_t - Z_0 = \frac{\xi'}{\lambda_1 \lambda_2 [\lambda_1 - \lambda_2]} \left( A(t) + \lambda_1 [\exp^{\lambda_2} [t - \tau] - 1] \right) \cdot \frac{di^*}{1 + i^*} > 0 \quad (17)$$

$$f_{t-e} = \frac{1}{\lambda_2 [\lambda_1 - \lambda_2]} \left( A(t) + \lambda_2 [\exp^{\lambda_2} [t - \tau] - 1] \right) \frac{di^*}{1 + i^*} \cong 0 \quad (18)$$

con:  $A(t) = \lambda_1 \exp^{\lambda_1} [1 - \exp^{-\lambda_2 t}] + \lambda_2 [1 - \exp^{\lambda_1 t}] > 0^{28}$  y  $\lambda_1 < 0, \lambda_2 > 0$

Se sigue de (18) que el impacto de la perturbación financiera sobre  $f_t$  (en  $t = 0$ ) es:

$$f_0^+ - e = \frac{1 - \exp^{-\lambda_2 \tau}}{\lambda_2} \cdot \frac{di^*}{1 + i^*} > 0 \quad (18')$$

Nótese que el tamaño de la depreciación excesiva se incrementa con la duración del choque ( $\tau$ ) y disminuye de acuerdo con la sesibilidad de las fugas al premio ( $\xi'(f/e)$ ) y con el grado de concavidad de la función de producción ( $X''$ ). Durante los periodos siguientes, el tipo de cambio financiero se aprecia, reduciendo el premio, que en algún punto  $t = \hat{t}$  desaparece y poco después llega a ser negativo.<sup>29</sup> Las reservas de DF primero se incrementan y gradualmente hasta entonces conforme el premio llega a ser negativo, el flujo de oferta de DF se torna negativo. ( $t = \hat{t}$  corresponde al punto  $c$  en la gráfica 2).

$$\dot{f}_t = \frac{1}{\lambda_2 [\lambda_1 - \lambda_2]} \left( A_t + \lambda_2^2 \exp^{\lambda_2} [t - \tau] \right) \cdot \frac{di^*}{1 + i^*} < 0 \quad (17')$$

$$\dot{Z}_t = \frac{1}{eX'' [\lambda_1 - \lambda_2]} \left( A_t + \lambda_1 \lambda_2 \exp^{\lambda_2} [t - \tau] \right) \cdot di^* \cong 0 \quad (18'')$$

Si la perturbación financiera es permanente ( $\tau \rightarrow \infty$ ), el sistema converge a un nuevo estado estacionario con  $f_\infty = e$  y  $Z_\infty = Z_0 + di^* / \alpha [1 + i^*]$ .<sup>30</sup> Si la perturbación es transitoria, entonces cuando  $i^*$  regresa a su nivel original (durante el periodo  $\tau$ ), se desarrollará un exceso de oferta de DF. Con el objeto de equilibrar el mercado, el compartimiento de  $f_t$  cambia en el tiempo  $\tau$  de una apreciación gradual hacia una depreciación gradual. La depreciación esperada genera ganancias de capital sobre las tenencias de

<sup>28</sup>  $A(t)$  es positivo porque por un lado  $|\lambda_1| < \lambda_2$  y  $\exp^{\lambda_1 t} < 1$  implica  $|\lambda_1| \exp^{\lambda_1 t} < \lambda_2$ , y por otro,  $|\lambda_1| < \lambda_2$  implica  $[1 - \exp^{\lambda_2 t}] < \lambda_2 [1 - \exp^{\lambda_1 t}]$ . Agradezco esta demostración a Teresa Silva-Herzog.

<sup>29</sup> Existe un  $t = \tau$  tal que  $f_t = e$  porque  $f_{t-} - e = \frac{A(\tau)}{\lambda_2 [\lambda_1 - \lambda_2]} \cdot \frac{di^*}{1 + i^*} < 0$ ,  $f_0^+ - e > 0$  y el miembro derecho de (18) es continuo.

<sup>30</sup> Nótese que  $di^* / \alpha [1 + i^*]$  es la respuesta estática comparativa de  $Z_{ss}$  al cambio en  $i^*$ .



DF y por consiguiente se incrementa la demanda por éstas. El premio negativo ( $f < e$ ) induce ventas ilegales de DF en el mercado oficial reduciendo el exceso de oferta de divisas en el mercado financiero. Este proceso continúa hasta que  $f$  y  $Z$  convergen hacia  $e$  y  $Z_0$  respectivamente. En la figura 2, la curva  $\dot{f} = 0$  se desplaza de regreso a  $\dot{f} = 0$  en el periodo  $\tau$ . Puesto que hay previsión perfecta en este modelo y no existen oportunidades de arbitraje, no pueden existir brincos esperados en  $f$ . La trayectoria de  $(f_t, Z_t)$  debe ser tal que  $(f_{\tau-}, Z_{\tau-})$  se ubique sobre la trayectoria de silla correspondiente a  $\dot{f} = 0$ . Esto es  $(f_t, Z_t)$  sigue la trayectoria bcda en la figura 2. En el apéndice B se muestra que una vez que  $i^*$  regresa a su nivel original,  $f$  y  $Z$  están determinados por las siguientes ecuaciones:

$$f_t - e = \frac{\exp^{\lambda_1 [t-\tau]} A(\tau)}{\lambda_2 [\lambda_1 - \lambda_2]} \cdot \frac{di^*}{1 + i^*} \leq 0 \tag{19}$$

$$Z_t - Z_0 = \frac{\xi'}{\lambda_1} \cdot [f_t - e] \geq 0 \tag{20}$$

Se sigue que  $f_{\tau}^+ < e$ ,  $\dot{f} > 0$ ,  $\dot{Z} < 0$ ,  $f_{\infty} = e$  y  $Z_{\infty} = Z_0$ .

Resumiendo, se ha mostrado que un incremento en la tasa de interés externa induce al tipo de cambio financiero a depreciarse inmediatamente y después a apreciarse gradualmente. Esto genera pérdidas de capital esperadas sobre las tenencias de DF, las cuales bajo los TCD suavizan el impacto sobre el empleo. En la siguiente sección se continúa la comparación de los TCD y los TCU al analizar la persistencia de un choque financiero bajo cada régimen.

**4. Diferencias adicionales sobre las propiedades aislantes de los tipos de cambio dual y financiero**

En esta sección se continúa con la discusión de la sección 3.2. Se mostrará que cuando se afecta la producción interna por la decisión de cartera de los inversionistas, surge un intercambio entre los tipos de cambio duales y los uniformes, aun cuando los precios nominales sean completamente flexibles. El intercambio consiste en que mientras los TCD suavizan el impacto de un choque externo sobre la producción interna, amplifican la persistencia del choque en relación a los TCU.

Como se señaló en la sección 3.2, la diferencia básica entre ambos regímenes de tipo de cambio es que  $\dot{f}$  afecta la rentabilidad de la inversión en el exterior, respecto de la inversión interna únicamente bajo un sistema

TCD, mas no bajo TCU.<sup>31</sup> Esto implica que el impacto sobre el empleo de un incremento inesperado en  $i^*$  es menor bajo los TCD ya que la apreciación esperada de  $f$  originada por el incremento en  $i^*$  reduce la rentabilidad de la inversión en el exterior. Formalmente, en una aproximación de primer orden, el empleo puede expresarse de la siguiente manera:

$$N_t = N_0 - [f_t - e]Z_0/e - [Z_t - Z_0] \quad (21)$$

Por lo tanto, sustituyendo (18') en (21), el impacto sobre el empleo es:

$$\begin{aligned} N_0^+ - N_0^- &= -[1 - \exp^{-\lambda_2 \tau}] \frac{Z_0}{\lambda_2} \cdot \frac{di^*}{1 + i^*} < 0 \quad \text{bajo los TCD} \\ &= \frac{1}{X''} \cdot di^* < 0 \quad \text{bajo los TCU} \end{aligned}$$

La reducción en el empleo en  $t=0$  es menor bajo los TCU porque  $[1 - \exp^{-\lambda_2 \tau}] < 1$  y  $-Z_0 X'' / di^* < \lambda_2$  (véase (16)).<sup>32</sup>

A continuación se mostrará que bajo los TCD la persistencia es mayor. Bajo los TCU el empleo regresa inmediatamente a su nivel original en el periodo  $t = \tau$ , cuando  $i^*$  regresa a su nivel original. Esto se debe a que los inversionistas pueden vender libremente sus DF por dinero local. En consecuencia, con el propósito de satisfacer la ecuación de cartera (6) fijarán  $N_t = N_0^-$ . Éste no es el caso bajo los TCD. Ya que la existencia de costos de penalización convexos ( $\pi$ ) para ventas ilegales de DF en el mercado oficial, previene que la oferta excedente de DF sea canalizada al mercado oficial en el tiempo  $t = \tau$ . Por lo tanto, para que el mercado financiero se equilibre mientras los inversionistas están tratando de reducir sus tenencias de DF,  $f$  comienza a depreciar gradualmente, generando ganancias de capital esperadas sobre las tenencias de DF. Como resultado, el empleo permanece deprimido hasta que la oferta excedente de DF (en  $f = e$ ) desaparece. Formalmente, sustituyendo (19) y (20) en (21) se obtiene para  $t \geq \tau$ :

$$N_t - N_0^- = -[f_t - e] \cdot \left( \frac{Z_0}{e} + \frac{\xi'}{\lambda_1} \right) = \left( \frac{f_t - e}{e} \right) \cdot \left( \frac{\lambda_2}{\alpha} - Z_0 \right) \leq 0 \quad (19'')$$

La segunda igualdad es válida porque  $\xi' / \lambda_1 = -\lambda_2 / \alpha e$  (véase (B8)). La desigualdad es válida porque para  $t \geq \tau$ ,  $f_t \leq e$  y  $\lambda_2 > \alpha Z_0$  (véase (16)). Se si-

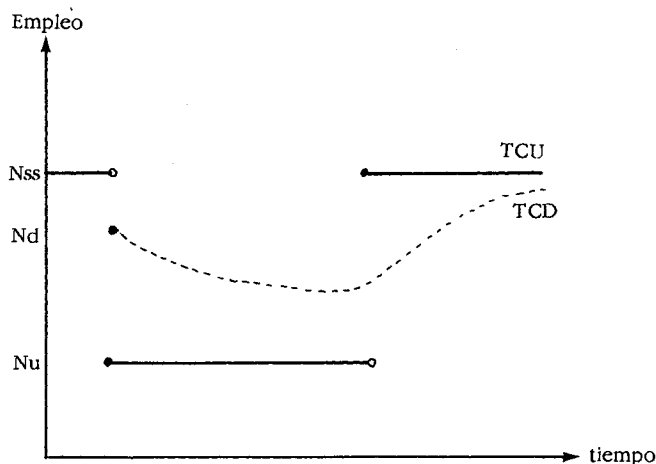
<sup>31</sup> Recuérdese que la ecuación de cartera que bajo los TCD es  $[P_{x,t+b}/P_{m,t}] \cdot X'(N_t) = [F_{t+b}/f_t] \cdot [1 + i^*]$ , bajo los TCU se colapsa a  $X'(N_t) = 1 + i^*$ .

<sup>32</sup> Para demostrar que  $Z_0 di^* / [1 + i^*] \lambda_2 < -di^* / X''$ , nótese que  $Z_0 / \lambda_2 < 1/\alpha$ . Por lo tanto:  $Z_0 di^* / [1 + i^*] X_2 e < di^* / [1 + i^*] \alpha < [1 + i^*] di^* / \alpha = -di^* / X''$ , ya que  $\alpha = -X'' / [1 + i^*]$ . Para mostrar que  $Z_0 / \lambda_2 > 1/\alpha$  nótese que  $\lambda_2 = \alpha Z_0 / 2 + \frac{1}{2} \{ [\alpha Z_0]^2 + 4\alpha \xi' \}^{1/2} < \alpha Z_0 / 2 + \frac{1}{2} \{ [\alpha Z_0]^2 \}^{1/2} = \alpha Z_0$ . Finalmente,  $\alpha Z_0 > \lambda_2 \Leftrightarrow Z_0 / \lambda_2 > 1/\alpha$ .

que de (19'') que, bajo los TCD; una vez que  $t^*$  regresa a su nivel original, el nivel de empleo se incrementa gradualmente hasta que converge a su nivel original  $N_{\infty} = N_0$ .

La diferencia entre los TCD y los TCU se puede apreciar en la gráfica 3. Bajo los TCU, cuando el impacto ocurre (en  $t = 0$ ), el empleo cae de inmediato de  $N_{ss}$  a  $N_u$ . El empleo permanece en  $N_u$  hasta el tiempo  $t = \tau$ , cuando salta de nuevo abajo a su nivel original ( $N_{ss}$ ). Mientras tanto, bajo los TCD el empleo cae menos drásticamente en  $t = 0$  (i.e. a  $N_d$ ) y entonces continúa cayendo gradualmente. La persistencia ocurre porque al tiempo  $t = \tau$  el empleo no salta a  $N_{ss}$ . El empleo se restablece sólo gradualmente en algún  $t$  mayor que  $\tau$ . Como resultado, bajo los TCD la pérdida en el ingreso de los trabajadores es menor en el corto plazo. Sin embargo, una vez que el choque ha terminado, el ingreso se restablece a una tasa menor que bajo los TCU. Para hacer un enunciado sobre el bienestar se necesitaría especificar: (i) las preferencias intertemporales con objeto de comparar las ganancias en el corto plazo con las pérdidas de largo plazo de los trabajadores y (ii) la ponderación que reciben los trabajadores en la función de bienestar social.

Figura 3



Finalmente, nótese que si la perturbación fuera permanente, los TCD no aislarían a la economía en el largo plazo. El empleo se reduciría gradualmente y convergería asintóticamente al nivel de empleo que hubiera ocurrido bajo los TCU.

### 5. La cuestión de la reunificación y la inconsistencia dinámica de los sistemas de tipo de cambio dual

Dado que la existencia de un premio entre el tipo de cambio oficial y el financiero genera fugas entre ambos mercados, a menudo se sugiere que las autoridades deberían intervenir con objeto de mantener el premio ( $f/e$ ) dentro de un intervalo limitado. Más aún, a menudo se sugiere que las tasas se deberían unificar una vez que la perturbación ha terminado. Por ejemplo, Fleming (1974) y Lanyi (1975) han propuesto una "política de intervención neutral", en la cual: "la autoridad monetaria compra una cantidad de divisas en el mercado financiero equivalente a las pérdidas netas en las reservas oficiales que surge de un déficit en la cuenta corriente."<sup>33</sup>

De acuerdo al modelo presentado en este documento, la intervención neutral y la reunificación de políticas minan las propiedades aislantes de los TCD, pues amplifican el efecto que las perturbaciones financieras ejercen sobre el empleo. Esto se debe a que al reducir un desequilibrio futuro en el mercado financiero, estas políticas reducen el grado de las apreciaciones futuras del tipo de cambio financiero. Por tanto, al tiempo que ocurre el choque, los inversionistas esperan menores pérdidas de capital sobre sus tenencias de DF, y desplazan al exterior una mayor parte de sus recursos. Como resultado, el exceso de la depreciación es mayor y se amplifica el impacto negativo sobre el empleo y la producción. Por lo tanto, si el objetivo es minimizar los efectos de corto plazo de una perturbación, entonces es incorrecta la adopción de políticas de intervención neutral o reunificación.

Formalmente, bajo un régimen de reunificación los inversionistas saben que en el tiempo  $\tau$ , cuando  $i^*$  regrese a su nivel original, las autoridades permitirán la venta de DF en el mercado oficial, por lo tanto el premio desaparecerá ( $f_\tau^+ = e$ ). Esto implica que, respecto de un sistema puro de tipos de cambio duales (donde  $f_\tau + < e$ ), un régimen de reunificación conduce a una depreciación excesiva mayor y por consiguiente a un nivel de empleo menor ( $N = M - fZ$ ) en el tiempo  $t = 0$ :<sup>34</sup>

$$f_0'' = \frac{\exp^{\lambda_2 \tau} - \exp^{\lambda_1 \tau}}{\lambda_2 \exp^{\lambda_2 \tau} - \lambda_1 \exp^{\lambda_1 \tau}} \cdot \frac{di^*}{1 + i^*} > \frac{\exp^{\lambda_2 \tau} - i}{\lambda_2 \exp^{\lambda_2 \tau}} \cdot \frac{di^*}{1 + i^*} = f_0$$

Además donde  $u$  representa unificación, el efecto negativo sobre el empleo no se limita al tiempo  $t = 0$ . Durante el intervalo  $(0, \tau)$  el nivel de empleo es menor bajo un régimen de reunificación que bajo un sistema puro de tipos de cambio duales.

<sup>33</sup> Esta cita es de Lanyi (1975). Para un análisis de la Intervención del Banco Central bajo los TCD véase también Haaparanta (1986).

<sup>34</sup> Para obtener  $f_0''$  nótese que debido a que  $f_\tau + = e$ , ya que no existen oportunidades de arbitraje, el miembro derecho de la ecuación (B4) debe ser igual a cero. Para mostrar que  $f_0'' > f_0$  nótese que  $f_0''(\lambda_1 = 0) = f_0$  y que  $\partial f_0'' / \partial \lambda_1 > 0$ .

Esto se debe a que durante  $[0, \tau)$   $f_t^u > f^f$  y  $Z_t^u > Z_t^f$ :<sup>35</sup>

$$f_t^u - f_t^f = [f_0^u - f_0^f] [\lambda_1 \exp^{\lambda_1 \tau} - \lambda_2 \exp^{\lambda_2 \tau}] [\lambda_1 - \lambda_2]^{-1} > 0$$

$$Z_t^u - Z_t^f = [f_0^u - f_0^f] [\exp^{\lambda_1 \tau} - \exp^{\lambda_2 \tau}] [\lambda_1 - \lambda_2]^{-1} > 0$$

Las desigualdades anteriores se derivan del hecho de que  $f_0^u < f_0^f$ .

Si el objetivo es minimizar el impacto de los choques externos sobre el empleo y la producción, entonces esta estructura implica las siguientes recomendaciones de política:

- Las autoridades no deben permitir que el tipo de cambio oficial se mueva en respuesta a perturbaciones temporales externas.<sup>36</sup>
- No se debe permitir a los inversionistas vender sus existencias no deseadas de DF en el mercado oficial una vez que la perturbación ha concluido.

La segunda recomendación podría parecer descabellada a un diseñador de política económica. ¿Prohibir la entrada de flujos financieros después de un periodo de salida de flujos? ¿Prohibir la entrada de flujos cuando el país requiere recursos para incrementar el empleo? Desde una perspectiva *ex post*, en esta situación es obviamente cierto que permitir la entrada de flujos financieros es óptimo (porque el empleo se restablecería). Sin embargo, esto no es cierto desde una perspectiva *ex ante*. Si tal regla se siguiera, la ocurrencia de un choque negativo generaría mayores salidas de flujos financieros. En otras palabras, tal regla amplificaría el impacto de los choques externos sobre la economía.

Finalmente, se discutirá por qué es difícil para las autoridades comprometerse previamente con esta política futura. En el tiempo  $\tau$  las autoridades podrían eliminar la persistencia de la perturbación financiera al declarar amnistía y permitiendo que los inversionistas vendan las existencias excedentes de DF. Esto eliminaría la necesidad de generar ganancias de capital esperadas sobre las tenencias de DF con el propósito de equilibrar el mercado durante  $t \geq \tau$  y, por lo tanto, permitiría que el empleo retornara a su nivel de estado estable. Nótese también que la declaración de amnistía Pareto superior, desde una perspectiva para  $t \geq \tau$ . Los trabajadores se beneficiarían al obtener un nivel de ingreso mayor. Los inversionistas también se verían beneficiados al ser capaces de vender libremente sus reservas excedentes de DF en el mercado oficial. Es claro ahora que al tiempo  $\tau$  las autoridades enfrentarían presión de los trabajadores y de los inversionistas para declarar amnistía. Esto implica que los TCD son “dinámicamente inconsistentes”

<sup>35</sup> Las expresiones siguientes se obtienen al restar (B4) evaluada en  $f_0^f$  de (B4) evaluada en  $f_0^u$ .

<sup>36</sup> Esto supone que el Banco Central tiene suficientes reservas para sostener los déficits en cuenta corriente que se generen por la subfacturación de las exportaciones.

porque una vez en el futuro, las autoridades encontrarán óptimo cambiar su plan original de no permitir la venta de DF en el mercado oficial.

## 6. Conclusiones

En este documento se destacan los vínculos entre los flujos de divisas, la disponibilidad de capital de trabajo y el nivel interno de empleo y producción. Se modelan estos vínculos al reconocer que los inversionistas eligen simultáneamente la asignación de su riqueza entre activos externos y capital de trabajo. Este capital de trabajo se utiliza para comprar servicios laborales, los cuales después de un periodo se transforman en un bien exportable.

Utilizando esta estructura se analiza cómo, al limitar el grado de los flujos financieros de divisas y al desvincular los precios de las importaciones y exportaciones del tipo de cambio financiero, los tipos de cambio duales aíslan a una economía de perturbaciones externas transitorias. Se considera el caso de un incremento en la tasa de interés externa. Este choque induce a los inversionistas a transferir su riqueza al exterior, lo que reduce la disponibilidad de capital de trabajo y con esto el empleo. Bajo los tipos de cambio uniformes, se alcanza un equilibrio cuando el incremento en la productividad marginal del trabajo es igual al incremento en la tasa de interés externa. Bajo las tasas duales existe aislamiento, es decir, el equilibrio se alcanza más rápidamente. Esto es porque la apreciación del tipo de cambio financiero crea pérdidas de capital esperadas sobre las tenencias de divisas financieras. Sin embargo, la rentabilidad de la inversión interna permanece inalterada debido al hecho de que los precios de los bienes exportables y del trabajo están desvinculados del tipo de cambio financiero. Como resultado, el incremento neto en la rentabilidad de la inversión en el exterior respecto de la inversión interna es menor que el choque original.

La propiedad de aislamiento de los tipos de cambio duales es resistente a la introducción de fugas entre los mercados oficial y financiero, tal como la subfacturación de las exportaciones. Aunque el precio efectivo de las exportaciones está vinculado al tipo de cambio financiero (a través de la subfacturación), éste varía menos que proporcionalmente. Por lo tanto, la apreciación esperada que se origina por el impacto reduce aún más la rentabilidad de la inversión en el exterior respecto de la interna.

También se muestra que aun cuando tipos de cambio uniformes y los duales: el impacto de una perturbación transitoria sobre el empleo es menor bajo los tipos de cambio duales, la persistencia del choque es mayor. Esto se debe a que el excedente de divisas financieras que se acumula cuando finaliza el choque, no se puede vender legalmente en el mercado oficial, por lo cual debe venderse gradualmente de manera ilegal. Para equilibrar el mercado en este periodo, las apreciaciones esperadas deben ocurrir con el propósito de incrementar la rentabilidad relativa de las divi-

sas financieras. Esto reduce la disponibilidad de capital de trabajo por debajo de su nivel de estado estacionario. Bajo tasas uniformes, el sistema alcanza su estado estacionario inmediatamente después de que el choque ha terminado.

Finalmente, se muestra que el establecimiento de una política que no permita la venta de divisas financieras a futuro en el mercado oficial no es creíble, es decir, es dinámicamente inconsistente. Esto se debe a que una vez que la perturbación externa ha concluido, las autoridades enfrentarán presión de los trabajadores y de los inversionistas para abandonar esta política. Al abandonarla, la persistencia se eliminaría y la producción interna se restablecería de inmediato. Si las autoridades no pueden comprometerse previamente en forma creíble a no tomar esta acción en el futuro, entonces el efecto del choque se amplificará.

## Apéndice A

### *Demostración de la PROPOSICIÓN 11<sup>37</sup>*

#### *Existencia de unicidad de un estado estacionario:*

En el estado estacionario:  $f_{ss} = e$  y  $Z_{ss} = M/e - X'^{-1}(1 + i^*) > 0$ . Esto es porque (2) y (12) implican que  $(Z_{ss}, f_{ss})$  es la solución a:

$$\zeta(f_{ss}) \cdot X([M - f_{ss}Z_{ss}]e^{-1}) = 0 \quad (A1)$$

$$f_{ss}X'([M - f_{ss}Z_{ss}]e^{-1})/[1 + i^*]e = F(f_{ss})/P_X(f_{ss}) \quad (A2)$$

Puesto que  $X'(0) = \infty$  se sigue que  $M > f_{ss}Z_{ss}$  y  $X_{ss} > 0$ . Por lo tanto, de (A1),  $\zeta(f_{ss}) = 0$ .

Como  $\zeta(f_{ss}) = 0 \Leftrightarrow f_{ss} = e$ , se concluye que  $f_{ss} = e$ .

Sustituyendo  $f_{ss} = e$  en (A2) y restando que  $F(e) = P_X(e) = e$ , (de (7) y 10)) se sigue que:

$$X'(M/e - Z_{ss}) = [1 + i^*] \quad (A3)$$

Como  $X$  es estrictamente cóncava,  $X'$  es monótona. Por lo tanto  $Z_{ss}$  está determinada de manera única por:

$$Z_{ss} = M/e - X'^{-1}(1 + i^*) \quad (A4)$$

<sup>37</sup> Esta demostración es similar a las que aparecen en Tirole (1985) y Weil (1987).

El supuesto:

$$X'(M/e) > 1 + i^* \quad (\text{A5})$$

implica que  $Z_{ss} > 0$ . Finalmente, como la transferencia monetaria a los jóvenes no es mayor que las entradas netas de flujos de reservas del Banco Central ( $M \leq i^* eR$ ), el sistema es viable en el largo plazo, tal como se muestra en el apéndice C.

*Existencia y monotonicidad de una trayectoria convergente*

En una trayectoria de equilibrio:

$$Z_t \geq 0, f_t > 0 \text{ y } N_t > 0 \quad (\text{A6})$$

$Z_t \geq 0$  porque los inversionistas locales no pueden endeudarse en el exterior, y  $N_t > 0$  porque  $X'(0) = \infty$ . De (2) y (12), esto requiere que:

$$M > f_t Z_t \text{ para toda } t. \quad (\text{A7})$$

Ahora se caracterizará una trayectoria de equilibrio. Nótese que un punto  $Y_t = (Z_t, f_t) \neq (Z_{ss}, f_{ss})$  pertenece a sólo uno de los siguientes conjuntos:

$$\begin{aligned} A &= \{ Y_t \mid Z_{t+1} \geq Z_t, f_{t+1} \geq f_t \} \\ B &= \{ Y_t \mid Z_{t+1} > Z_t, f_{t+1} < f_t \} \\ C &= \{ Y_t \mid Z_{t+1} \leq Z_t, f_{t+1} \leq f_t \} \\ D &= \{ Y_t \mid Z_{t+1} < Z_t, f_{t+1} > f_t \} \end{aligned}$$

Para demostrar la proposición II son necesarios los siguientes lemas:

*Lema 1:* Si  $Y_t \in A$ , entonces  $Y_t$  no pertenece a una trayectoria de equilibrio.

*Demostración:* Una trayectoria que se encuentre en A debe permanecer en A, con el acervo de DF y el tipo de cambio financiero creciente, o debe violar (A7). Formalmente,  $Y_t \in A \Rightarrow Y_{t+i} \in A$  o  $Y_{t+i}$  viola (A7) para toda  $i > 0$ . Esto implica a su vez que en un tiempo finito (A7) se viola. Por tanto, ésta no es una trayectoria de equilibrio.

Para demostrar la implicación anterior nótese que de (2) y (12) se sigue que:

$$f_{t+1}/f_t = \phi(Z_t, f_t) \quad \phi_1 > 0, \phi_2 > 0 \quad (\text{A8})$$

$$Z_{t+1} = Z_t + \Psi(Z_t, f_t, f_{t+1}) \quad \Psi > 0, \Psi_1 > 0, \Psi_2 < 0, \Psi_3 > 0 \quad (\text{A9})$$



Se continúa con la demostración utilizando inducción. Por tanto, sea  $f_{t+1} > f_t$  y  $Z_{t+i} > Z_t$ .<sup>38</sup> Se mostrará que esto implica  $f_{t+i+1} > f_{t+i}$  y  $Z_{t+i+1} \geq Z_{t+i}$ .<sup>38</sup> De (A8),  $Y_t \in A$  sólo si  $f_{t+i}/f_t < f_{t+i+1}/f_{t+i}$ . Como  $f_{t+i+1}/f_{t+i} < f_{t+i+1}/f_t$ , se sigue que  $f_{t+i+1} > f_{t+i}$ . Ahora nótese que si  $M > f_{t+i+1} Z_{t+i+1}$ , entonces  $\Psi = \xi(f_{t+i+1}) \cdot X(M - f_{t+i} Z_{t+i}) > 0$ . Por tanto, de (A9)  $Z_{t+i+1} > Z_{t+i}$  y  $Y_{t+i+1} \in A$ . Finalmente, si  $M = f_{t+i+1} Z_{t+i+1}$  se viola (A7).

**Lema 2:** Si  $Y_t \in C$ , entonces  $Y_t$  no pertenece a una trayectoria de equilibrio.

*Demostración:* Una trayectoria perteneciente a C debe permanecer en C, de otra forma viola (A6). El resto de la prueba es análoga a la del lema 1.

**Lema 3:** Si  $Z_t < Z_{ss}$ , entonces  $Y_t$  pertenece a una trayectoria de equilibrio y converge monóticamente a  $Y_{ss}$  si y sólo si  $Y_{t+i} \in B$  para toda  $i \geq 0$ .

*Demostración:*  $Y_t \in B$  para toda implica ya sea que: (1)  $Y_{t+i} \in B$  para toda  $i > 0$  o bien (2) que existe una  $i$  tal que  $Y_{t+i} \in A$  o  $Y_{t+i} \in C$ . Como cada trayectoria que pertenece a A(C) nunca deja A(C) o viola A7(A6), se sigue que una trayectoria de equilibrio que se origina en B permanece en B por siempre. Esto prueba la parte "sólo si". Para probar la parte "si" nótese que  $Y_{t+i} \in B$  para toda  $i \geq 0$  implica que  $Y_t$  converge monóticamente a  $Y_{ss}$ .

**Lema 4:** Si  $Z_t > Z_{ss}$ , entonces  $Y_t$  pertenece a una trayectoria de equilibrio y converge monóticamente a  $Y_{ss}$  si y sólo si  $Y_{t+i} \in D$  para toda  $i \geq 0$ .

*Demostración:* Es análoga a la del lema 3.

Los lemas del 1 al 4 implican que existe una trayectoria que converge al estado estacionario. Más aún, como una trayectoria convergente debe estar en el conjunto B o D en cualquier momento, la convergencia al estado estacionario es monótona.

#### *Unicidad de la trayectoria de equilibrio*

En una vecindad del estado estacionario, dada  $Z_t$ , existe a lo más una  $f_t$  tal que  $Y_t$  converge a  $Y_{ss}$ , dado que esta vecindad es suficientemente pequeña para garantizar que las siguientes condiciones se verifican:

$$\text{si } Z'_t > Z_t, f'_t > f_t \text{ y } f'_{t+1} > f_{t+1}, \text{ entonces } Z'_{t+1} > Z_{t+1} \quad (\text{A9})$$

*Demostración:* Supongamos que existen dos trayectorias convergentes con:  $Z_t = Z'_t$ ,  $f_t < f'_t$ ,  $Z_{ss} - Z_t < \epsilon$  y  $e^{-f'_t} > -\epsilon$  ( $\epsilon$  es positiva y lo suficientemente pequeña para satisfacer (A9)). De (A7) se sigue que  $f_{t+1}/f_t < f'_{t+1}/f'_t < f'_{t+1}/f_t$ . Por tanto,  $f_{t+1} < f'_{t+1}$ . Esto, junto con (A9) implican que  $Z_{t+1} < Z'_{t+1}$ . Por lo tanto  $f_t < f'_t$  implica:

<sup>38</sup> Es claro que esto es válido por  $i = 1$ .

$$f'_{t+1}/f_{t+1} < f'_{t+2}/f_{t+2} < \dots < f'_{t+n}/f_{t+n}$$

Por lo tanto, es imposible tener  $f'_t \infty = f_t \infty = e$ , y se tiene una contradicción. Por consiguiente,  $f_t = f'_t$ .

*q. e. d.*

### Apéndice B

*Linealización de las ecuaciones (2) y (12):*

La expansión de Taylor de primer grado para la ecuación (12) alrededor del estado estable original ( $f_t = e$ ,  $Z_t = Z_0$ ) es:

$$Z_t = Z_{t-b} + b \cdot \left( \frac{\partial \Theta[1-\varphi]}{\partial f} X(N_0) - \frac{\partial \Omega}{\partial f} Z_0 \right) [f_t - e] \quad (B1)$$

Donde se hace uso de:  $\Theta(f=e) = \Omega(f=e) = 0$ . Con el objeto de linealizar (2), se reescribe como:

$$a(f_t) \equiv \frac{f_t X'(N_t)}{e[1+i^*]} = \frac{[1-\pi]\Omega e + [1-\Omega]f_{t+b}}{[1-\Theta]e + \Theta[1-\varphi]f_{t+b}} \equiv \frac{F(f_{t+b})}{P_x(f_{t+b})} \equiv b(f_{t+b}) \quad (B2)$$

Como  $N_t = [M - f_t Z_t] / e$ :

$$a(f_t) = \frac{X'}{1+i^*} + \frac{X' - X'' Z_0}{e[1+i^*]} [f_t - e] - \frac{X''}{1+i^*} [Z_t - Z_0]$$

$$b(f_{t+b}) = \frac{e}{P_x(e)} + \frac{[1-\Theta]e}{P_x^2(e)} [f_{t+b} - e] \quad \text{si } f_{t+b} \geq e$$

$$\frac{F(e)}{e} + \frac{1-\Omega}{e} [f_{t+b} - e] \quad \text{si } f_{t+b} \leq e$$

Como  $P_x(f_t=e) = e$ ,  $F(f_t=e) = f$ ,  $\Theta(f_t \leq e) = \Omega(f_t \geq e) = 0$ , se sigue que a una primera aproximación  $b(f_{t+b}) = f_{t+b} / e$ . Multiplicando ambos lados de (B2) por  $e$  y restando  $f_t$ , y notando que en el estado estacionario  $[-f_t + eX' / (1+i^*)] = [f_t - e]X' / (1+i^*)$  (porque  $X' = 1+i^*$ ), se sigue que con una aproximación de primer orden:

$$X'' Z_0 [f_t - e] \cdot b - eX'' [Z_t - Z_0] \cdot b = [f_{t+b} - f_t] \cdot [1+i^*] b \quad (B2')$$

Dividiendo (B1) y (B2) entre  $b$  y tomando el límite conforme  $b$  tiende a cero se obtienen las ecuaciones (13) y (14) del texto.

*Solución al Sistema Dinámico (13)-(14):*

La solución general de un sistema no homogéneo, no autónomo como el (13)-(14), i.e.  $\dot{Y} = AY_t + B_t$  cs:<sup>39</sup>

$$Y_t = \exp^{At}K + \exp \int_0^t \exp^{-As}B_s ds \quad (B3)$$

donde  $K$  es una constante y la exponencial del operador  $A:R^n \rightarrow R^n$  se define como:

$$\exp^A = \sum_{j=0}^{\infty} A^j / j!, \text{ y } \exp^{-A} = (\exp^A)^{-1}$$

Los eigenvalores del sistema (13)-(14) son:

$$\lambda_i = \frac{\alpha Z_0 \pm \sqrt{[\alpha Z_0]^2 + 4e\alpha \zeta'}}{2} \quad \alpha = -\frac{X''}{1+t^*} > 0 \quad (16)$$

Nótese primero que, como ambos eigenvalores son reales y de signo contrario ( $\alpha$ ,  $\zeta'$ ,  $Z_0$  y  $e$  son positivos),  $\exp^{At}$  se puede expresar como  $P[\exp^{Pt}]P^{-1}$ , donde las columnas de  $P$  son los eigenvectores de  $A$  y  $[\exp^{Pt}]$  es una matriz diagonal. Segundo, como el choque que se ha considerado es simplemente un incremento temporal en  $t^*$ ,  $B_s$  es igual a  $di^*$  para toda  $s \in [0, \tau]$  y cero para toda  $s \in [\tau, \infty)$ . Se sigue de estas observaciones que (B3) se convierte en:

$$Y_t = P \left[ \exp^{\lambda_i t} P^{-1} Y_0 + P \left( \frac{\exp^{\lambda_i t} - 1}{\lambda_i} \right) P^{-1} di^* \right] \quad \text{si } t < \tau \quad (B3')$$

$$= P [\exp^{\lambda_i (t-\tau)}] P^{-1} Y_\tau \quad \text{si } t \geq \tau$$

Los eigenvectores del sistema son:  $(1, \zeta' / \lambda_1)^T$  y  $(t, \zeta' / \lambda_1)^T$ . Sustituyendo  $P$  y  $P^{-1}$  en (B3') y utilizando la condición inicial  $Z_0^- = Z_0^+$  se obtiene para  $t < \tau$ :

$$f_t - e = \frac{\zeta'}{\Delta} \cdot \left( \frac{\exp^{\lambda_1 t}}{\lambda_2} \left( (f_0 - e) - \frac{\xi}{\lambda_1} \right) + \frac{\exp^{\lambda_2 t}}{\lambda_1} \left( \frac{f}{\lambda_2} - (f_0 - e) \right) \right) \quad (B4)$$

$$Z_t - Z_0 = \frac{\zeta'^2}{\Delta \lambda_1 \lambda_2} \cdot \left( \exp^{\lambda_1 t} \left( (f_0 - e) - \frac{\xi}{\lambda_1} \right) + \exp^{\lambda_2 t} \left( \frac{\xi}{\lambda_2} - (f_0 - e) \right) - \frac{\lambda_1 - \lambda_2}{\lambda_1 \lambda_2} \right) \quad (B5)$$

<sup>39</sup> Véase Hirsch y Smale (1974), p. 99.

donde: 
$$\Delta = \frac{\xi'(\lambda_1 - \lambda_2)}{\lambda_1 \lambda_2} \quad \xi = \frac{di^*}{i + i^*}$$

Para  $t \geq \tau$  se obtiene:

$$f_{t-e} = \frac{\exp^{\lambda_1(t-\tau)} \left( \frac{\xi'}{\lambda_2} (f_{\tau-e}) - (Z_{\tau} - Z_0) \right) + \frac{\exp^{\lambda_2(t-\tau)} \left( (Z_{\tau} - Z_0) - \frac{\xi'}{\lambda_1} (f_{\tau-e}) \right)}{\Delta} \quad (B6)$$

$$Z_t - Z_0 = \frac{\xi'}{\Delta} \left( \frac{\exp^{\lambda_1(t-\tau)} \left( \frac{\xi'}{\lambda_2} (f_{\tau-e}) - (Z_{\tau} - Z_0) \right) + \frac{\exp^{\lambda_2(t-\tau)} \left( (Z_{\tau} - Z_0) - \frac{\xi'}{\lambda_1} (f_{\tau-e}) \right)}{\lambda_2} \right) \quad (B7)$$

Las siguientes relaciones entre los eigenvalores y los coeficientes del modelo se utilizan a lo largo del documento:

$$\lambda_1 < 0, \lambda_2 > 0 \quad \lambda_1 + \lambda_2 = \alpha Z_0 > 0 \quad \lambda_1 \lambda_2 = -e \alpha \xi' < 0 \quad \alpha = -X'' / (1 + i^*) > 0 \quad (B8)$$

Para obtener  $f_{\tau}$  y  $f_0$  nótese que:

i. Como  $\lambda_2 > 0$ , el coeficiente sobre  $\exp^{\lambda_2(t-\tau)}$  en (B6) y (B7) debe ser cero. De otra forma, la condición de acotamiento  $M \leq f_t Z_t$  se violaría. Por lo tanto:

$$f_{\tau-e} = [Z_{\tau} - Z_0] \lambda_1 / \xi' \quad (B9)$$

ii. Como no hay oportunidades de arbitraje,  $f_t$  no puede saltar en el periodo  $\tau$ . Por lo tanto  $f_{\tau-}$  (generada por B4) debe igualar a  $f_{\tau}$  (B9). Por tanto, el radical de (B4) debe ser igual a (B9) conforme  $t \rightarrow \tau$ . Esto da una ecuación que relaciona  $f_0$  y  $Z_{\tau}$ .

iii. Como  $Z$  es una variable de estado, la otra ecuación que relaciona  $f_0$  y  $Z_{\tau}$  se determina al dejar que  $t \rightarrow \tau$  en (B5). Resolviendo ambas ecuaciones se obtiene:

$$f_0 - e = [1 - \exp^{-\lambda_2 \tau}] \xi / \lambda_2 \quad (B10)$$

$$Z_{\tau} - Z_0 = \frac{\xi \xi'^2}{\Delta (\lambda_1 \lambda_2)^2} \cdot (\lambda_1 \exp^{\lambda_1 \tau} [1 - \exp^{\lambda_2 \tau}] + \lambda_2 [1 - \exp^{\lambda_1 \tau}]) \quad (B11)$$

Sustituyendo (B10) en (B4) y (B5) se determinan las ecuaciones (17) y (18) del texto. Sustituyendo (B9) y (B11) en (B6) y (B7) se obtienen las ecuaciones (19) y (20) del texto.

### Apéndice C

#### *Viabilidad del sistema de tipo de cambio dual*

Se mostrará que los TCD son viables en el largo plazo, al mostrar que en el estado estable, el flujo neto de las resevas del banco central es cero. Bajo el sistema de los TCD se está considerando que el banco central debe comprar o vender cualquier cantidad de divisas que se derive de transacciones de cuenta corriente. Por consiguiente, la entrada de flujos de reservas se determina por las exportaciones y los pagos de intereses sobre las DF que mantienen los inversionistas y los intereses que recibe el banco central sobre sus reservas:

$$R_I = X_p^* x + Z_{ss} i^* + R_i^*$$

La salida de flujos de reservas se determina por el consumo de los trabajadores y del inversionista viejo representativo. Nótese que el consumo de los trabajadores es igual a su ingreso, el cual a su vez es igual a la inversión en el interior de los inversionistas jóvenes ( $P_n N_{ss}$ ). Nótese también que el consumo del inversionista viejo es igual a sus ganancias de exportar su producción y de vender sus tenencias de DF a los jóvenes:

$$\begin{aligned} R_o &= N_{ss} P_n / e + Z_{ss} [1 + i^*] + X_p^* x \\ &= X_p^* x + Z_{ss} i^* + M / e \end{aligned}$$

La segunda igualdad se sigue de la restricción presupuestal de los inversionistas:  $M = N_{ss} P_n + Z_{ss} e$ . Finalmente, se supone que la transferencia monetaria recibida por el inversionista en su nacimiento ( $M$ ) es igual a  $R_i^* e$ . Por tanto, se concluye que  $R_I = R_o$ . No se analizará en este documento el comportamiento de las reservas que resulta de un cambio en la tasa de interés externa. Sólo se subraya que el aislamiento de la economía se logra mediante una pérdida de divisas por parte del banco central. Las reservas no se pierden a través de un déficit en la cuenta de capital; se pierden indirectamente a través de un déficit en la cuenta corriente generado por la subfacturación de las exportaciones. Si el choque es temporal, el sistema es viable. Esto se debe a que después de que el choque ha concluido, el banco central gradualmente acumulará reservas, ya que el premio negativo inducirá a los tenedores de DF a intercambiarlas ilegalmente en el mercado oficial.

## Referencias

- Adams, C. y Greenwood J., 1985, "Dual Exchange Rate Systems an Capital Controls: an Investigation", *JIE*.
- Argy V. y Porter, M., 1972, "The Forward Exchange Market and the Effects of Domestic and External Disturbances Under Alternative Exchange Rate Systems", *IMF Staff Papers*.
- Aizenman, J., 1983, "Adjustment to Monetary Policy and Devaluation Under Two-Tier and Fixed Exchange Rate Regimes, NBER WP 1107.
- Bhagwati, J.N. ed., 1974, *Illegal Transactions in International Trade*, North Holland.
- Bhandari, J.S. y Decaluwe, B., 1987, "A Stochastic Model of Incomplete Separation Between Commercial and Financial Exchange Market", *JIE*.
- Cumby, R., 1984, "Monetary Policy Under Dual Exchange Rates", NBER WP 1424.
- Dornbusch, R., 1986, "Special Exchange Rates for Capital Account Transactions", *The World Bank Economic Review*.
- , et al., 1983, "The Black Market for Dollars in Brazil", *QJE*.
- Fleming, M., 1971, "Dual Exchange Rates for Current and Capital Account Transactions: a Theoretical Examination", en *Essays in International Economics*, Harvard University Press.
- , 1974, "Dual Exchange Markets and Other Remedies for Disruptive Capital Flows", *IMF Staff Papers*.
- Flood, R., 1978, "Exchange Rate Expectations in Dual Exchange Markets", *JIE*.
- , y Marion, N., 1982, "The Transmission of Disturbance Under Alternative Exchange Rate Regimes," *QJE*.
- Frenkel J. y Razin A., 1985, *Aspects of Dual Exchange Rate Regimes*, Institute for International Economic Studies, University of Stockholm.
- Gulati, S.G., 1985, *Capital Flight Through Faked Trade Invoices: 1977-1983*, mimeo., Columbia University.
- Haaparanta, P., 1986, "Dual Exchange Markets and intervention", WIDER, WP 6.
- Hirsch M. y Smale S., 1974, *Differential Equations, Dynamical Systems and Linear Algebra*, New York: Academic Press.
- Lanyi, A., 1975, "Separate Markets for Capital and Current Account Transactions", *IMF Staff Papers*.
- Lizondo, J.S., 1987, "Reunification of Dual Exchange Markets", *JIE*.
- De Macedo, J.B., 1982, "Exchange Rate Behavior with Currency Inconvertibility", *JIE*.
- Obstfeld, M., 1984, "Capital Controls, the Dual Exchange Rate and Devaluation", NBER WP 1324.
- Tirole, J., 1985, "Asset Bubbles and Overlapping Generations", *Econometrica*.
- Tobin, J., 1978, "A Proposal for International Monetary Reform", *Eastern Economic Review*.
- Weil, P., 1987, "Confidence and the Real Value of Money in an Overlapping Generations Economy", *QJE*.